

## Primena Vignerove distribucije u digitalnoj obradi radarskih signala

Slobodan Simić, dipl.inž.<sup>1)</sup>  
Dr Bojan Zrnić, dipl.inž.<sup>1)</sup>

Prikazan je pristup analizi radarskih signala korišćenjem Vignerove distribucije. Analizirani su prosti i složeni radarski signali sa frekvencijskom i faznom unutarimpulsnom modulacijom. Sagledan je proces promene signala prilikom kompresije impulsa na prijemu razvojem signala u vremensko-frekvencijski domen.

*Ključne reči:* Vignerova distribucija, rezolucija, interferencija, chirp signal, autokorelaciona funkcija, bočni snopovi, Doplerov pomak, radari s kompresijom impulsa.

### Uvod

RADI postizanja željene rezolucije po daljini za datu energiju signala, u radarima se primenjuju razni oblici unutarimpulsne modulacije predajnog radarskog signala (frekvencijske, fazne i, retko, amplitudske) kojom se na prijemnoj strani omogućava kompresija impulsa. Međutim, kompresiju impulsa prati podizanje nivoa bočnih snopova na izlazu prilagođenog filtra. Ova pojava se naziva sopstveni klater zato što može da maskira slabije odjeke i da izazove lažne alarme kao i pravi klater. Zbog toga se prilikom sinteze pred signal postavlja još jedan zahtev, a to je nizak nivo bočnih snopova autokorelacione funkcije [1,2].

Ovo je prostor gde bi VFT, posebno Vignerova, mogle poslužiti. Naime, za sintezu signala potrebno je imati distribuciju koja vrlo jasno odslikava svojstva signala, odnosno koja omogućava lako sagledavanje procesa promene signala. U nastavku su analizirani karakteristični predstavnici signala s unutarimpulsnom modulacijom koji se koriste u radarskoj tehnici.

### Linearno-frekvencijski modulisani signal

Linearni chirp signal ima sledeći analitički oblik:

$$x(t) = A_T e^{j2\pi kt^2/2} \quad (1)$$

Doplerovski pomeren linearni chirp signal (signal koji se vraća na prijemnik reflektujući se prethodno od pokretnog cilja) ima oblik:

$$x(t) = A_R e^{j\pi k(t+2Tv/c)^2} \quad (2)$$

gde su:  $T$  - dužina trajanja impulsa modulisanog chirpom,  $k$  - brzina promene frekvencije u vremenu,  $v$  - radijalna brzina cilja,  $c$  - brzina svetlosti.  $A_T$  i  $A_R$  predstavljaju amplitude signala na predaji, odnosno prijemu, ali one ne sadrže informaciju, niti utiču na proširenje spektra impulsa, te stoga nisu od značaja. Chirp signal s pravougaonom ovojnicom može da se izrazi i u sledećem obliku:

$$x(t) = e^{j2\pi(f_0 t + \frac{B}{2T}t^2)}, \quad \text{za } |t| < \frac{T}{2} \quad (3)$$

gde  $B$  označava širinu spektra ovakvog signala, a  $f_0$  noseću frekvenciju. Normalizovana kompleksna ovojnica ovakvog signala je oblika:

$$\mu(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{j\pi \frac{B}{T}t^2}, \quad \text{za } |t| < \frac{T}{2} \quad (4)$$

Pri diskretizaciji chirpa treba voditi računa o Nikvistovom kriterijumu i da je sekvenca kompleksna. Za primenu DWD (Discrete Wigner Distribution) na diskretnu chirp sekvenču, treba izvršiti nadodabiranje faktorom 2.

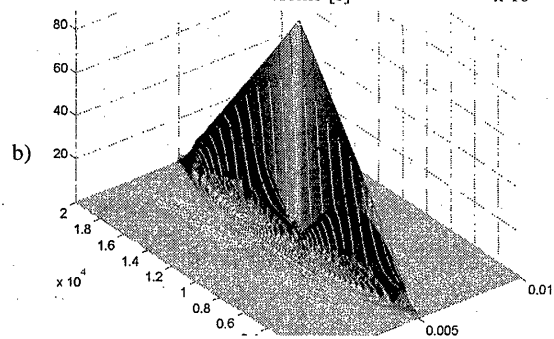
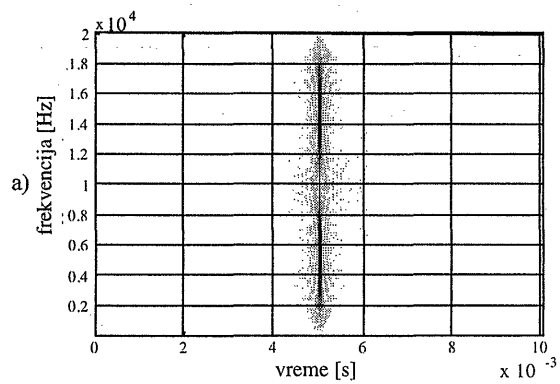
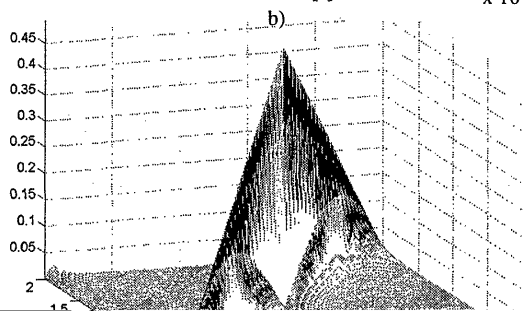
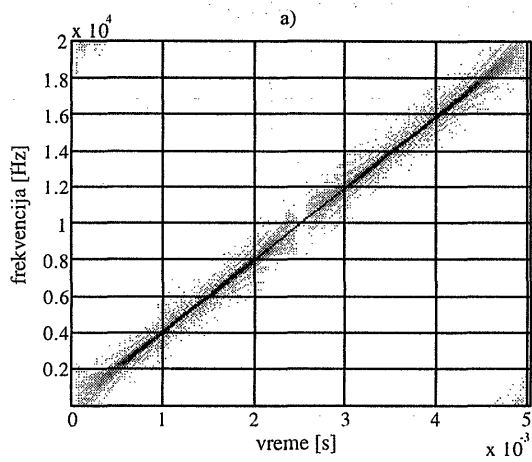
Na sl.1 prikazan je rezultat dejstva DWD na impuls modulisan chirpom trajanja  $T = 5$  ms i širine spektra  $B = 20$  kHz (auto-distribucija) [3]. Planarni crtež daje dosta jasnu sliku trenutne frekvencije signala.

Na sl.2 prikazana je DWD odziva prilagođenog filtra na signal sa slike 1. Očigledno je izvršena kompresija po vremenu, dok se frekvencijski sadržaj nije promenio. Ovo navodi na zaključak da ovaj signal može dati dobru rezoluciju po daljini. Međutim, u slučaju da se cilj kreće, odnosno kad u povratnom signalu postoji Doplerov pomak, dolazi pored frekvencijskog i do vremenskog pomaka [4]. Ovo je ilustrovano slikom 3.

Vidimo da se maksimum distribucije smanjio u odnosu na distribuciju sa slike 2, a to znači da se energija odziva prilagođenog filtra "razlila" po vremensko-frekvencijskoj ravni. To podrazumeva podizanje nivoa najbližih bočnih lobova kao i gubitak odnosa S/N.

Na sl.4 prikazana je kros-distribucija originalnog chirp signala i doplerovski pomerenog chirpa. Poredeći kros-distribuciju (slika 4.) s auto-distribucijom (sl.1) zaključujemo da je došlo do pomaka po frekvenciji za iznos Doplerovog pomaka, ali ne i do vremenskog pomaka (kros-distribucija je centrirana oko tačke  $t = 2.5$  ms,  $f = 10$  kHz, a auto-distribucija oko tačke  $t = 2.5$  ms,  $f = 10$  kHz.). Međutim, vidimo da je rezolucija pogoršana u odnosu na auto-distribuciju. Pored toga, slika više nije "kristalno" čista, što govori da je interferencija izraženija, a samim tim i odnos S/N je niži.

<sup>1)</sup> Vojnotehnička akademija VJ, 11000 Beograd, Ratka Resanovića 1

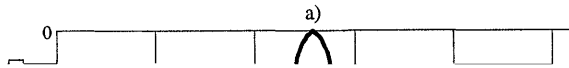


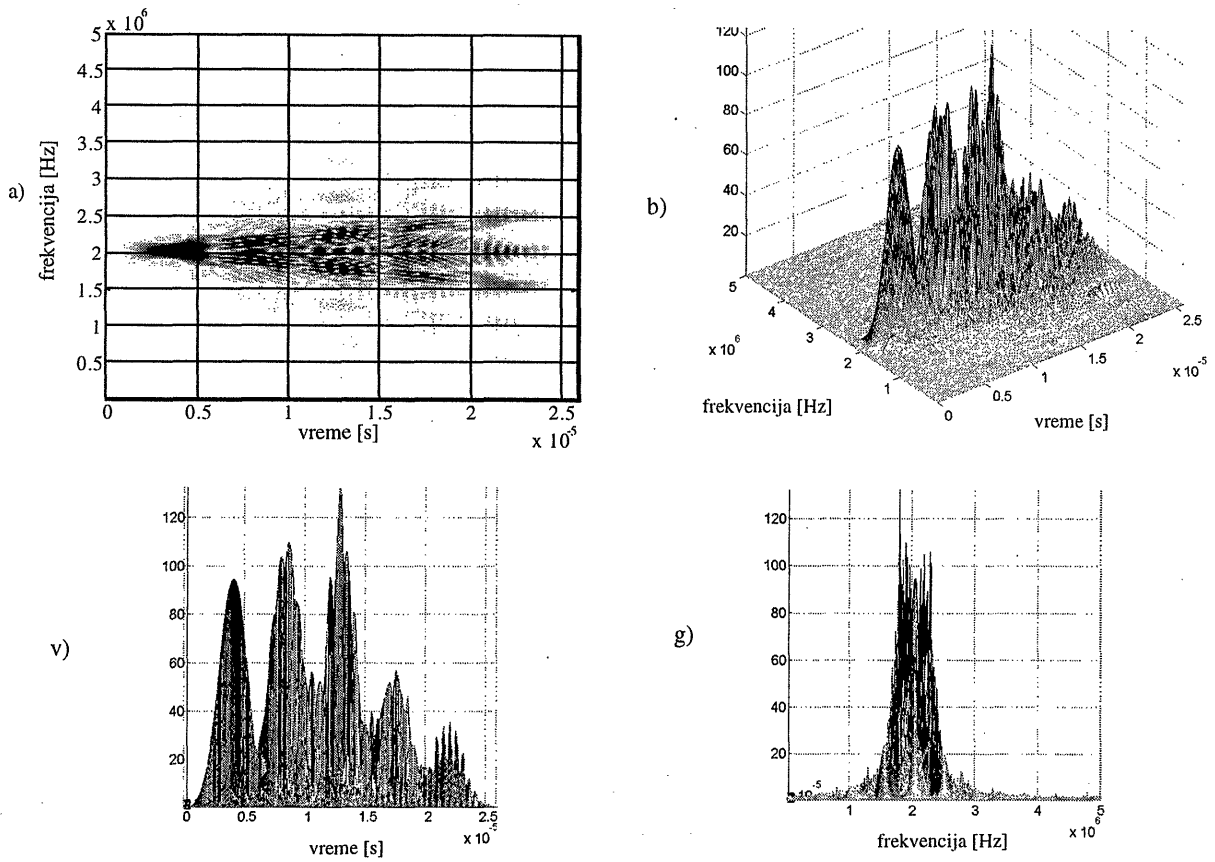
### Digitalna fazna modulacija

Čest postupak za kompresiju radarskog impulsa jeste digitalna fazna modulacija. Ovim načinom kompresije rezolucija po daljini se poboljšava  $N$  puta, gde je  $N$  dužina modulišuće sekvence. Razlikujemo binarne i polifazne sekvence.

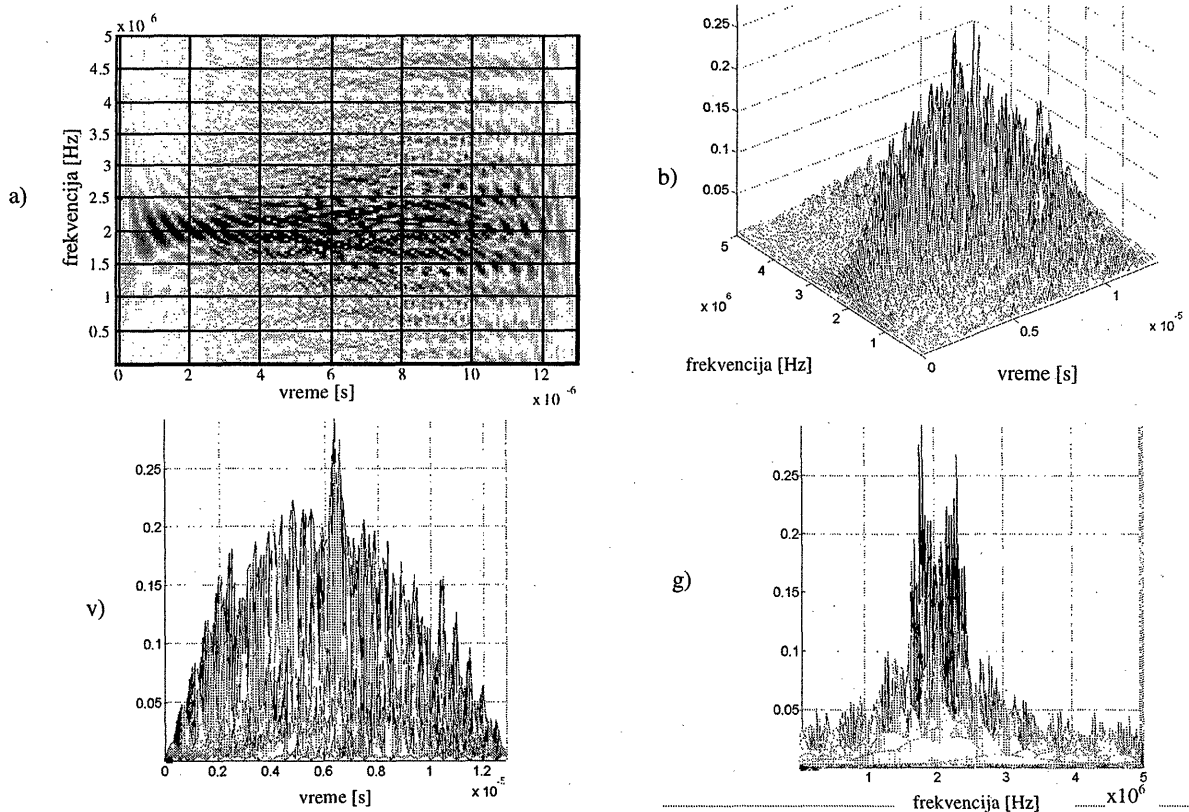
*Barkerove sekvence* predstavljaju do sada najčešće korišćene sekvence iz klase binarnih kodova. Razlog su relativno

cione funkcije. Razlog tome je što je kod DWD, uslovno shvaćeno, primenjeno prozorovanje (prozorska funkcija je sam signal). Ovo prozorovanje proizvelo je uži glavni snop, a to povlači porast bočnih snopova, što se na slici jasno vidi.

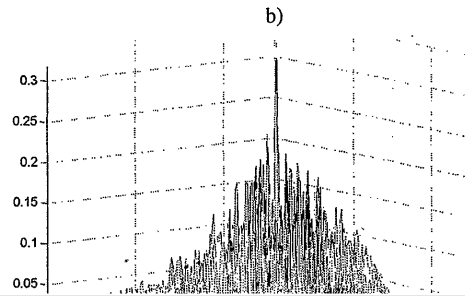
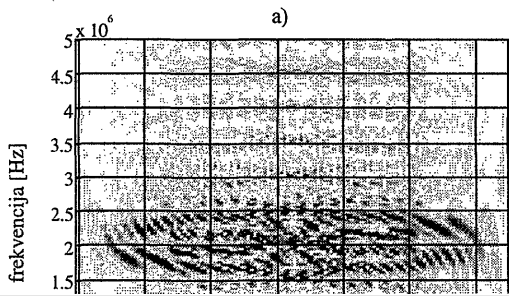


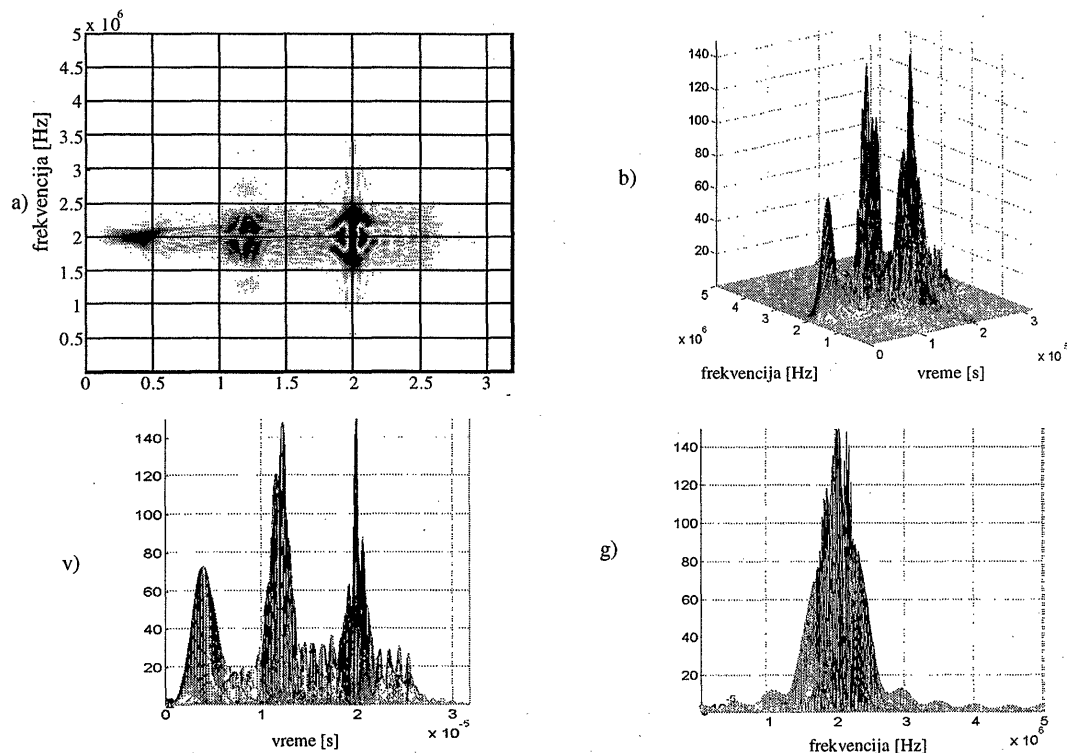


Slika 7. DWD odziva prilagođenog filtra na doplerovski pomerenu Barkerovu sekvencu: a) planarni prikaz, b) 3D prikaz, v) projekcija na  $(t,z)$  ravan, g) projekcija na  $(f,z)$  ravan



Slika 8. Auto-distribucija Barkerove sekvence dužine 13 (oversampling): a) planarni prikaz, b) v) projekcija na 3D prikaz,  $(t,z)$  ravan, g) projekcija na  $(f,z)$  ravan





Slika 12. DWD odziva prilagođenog filtra na doplerovski pomerenu Frankovu sekvencu. a) planarni prikaz, b) 3D prikaz, v) projekcija na  $(t,z)$  ravan, g) projekcija na  $(f,z)$  ravan

Na slici 12 prikazan je DWD odziv prilagođenog filtra pri čemu je u prethodni signal unet Doplerov pomak. Slika se usložnjava. Nameće se zaključak identičan kao kod Barkerove sekvence.

### Zaključak

U analizi radarskih signala najviše je korišćena radarska funkcija neodređenosti, AF, zbog toga što njen presek po frekventijskoj osi predstavlja odziv prilagođenog filtra na signal s odgovarajućim Doplerovim pomakom. Na ovaj način stičemo uvid u ponašanje signala zavisno od različitog Doplerovog pomaka. Međutim, AF je korelaciona funkcija i ona ne daje energetska predstavu signala, odnosno ne daje neposrednu informaciju o vremensko-frekventijskoj lokalizaciji spektralnih komponenata. Ovde svoju primenu mogu naći vremensko-frekventijske distribucije, a posebno Vignerova distribucija. Naime, ona jasno oslikava svojstva signala i kompresije signala, odnosno omogućava lakše sagledavanje procesa promene signala, npr., usled dejstva klatera. Jedna od najvažnijih primena WD jeste vremenski zavisno filtriranje.

Nedostatak WD i analize u energetskom domenu u odnosu na AF i analizu u korelacionom domenu jeste nemogućnost predstave uticaja Doplerovog pomaka na jednoj slici, već se za svaki Doplerov pomak mora posmatrati nova distribucija (posmatra li se WD signala ili WD autokorelacione distribucije signala, ne može ništa određeno da se kaže o ponašanju odziva na signal s Doplerovim pomakom, dok se ne nađe WD ovog odziva).

WD je posebno pogodna za analizu chirpa, gde je u planarnom prikazu jasno otkrila trenutnu frekvenciju signala, a

pri njenom dejstvu na odziv prilagođenog filtra jasno se pokazuje dobra rezolucija po daljini. Signali modulirani faznim sekvencama imaju složeniju vremensko-frekventijsku strukturu pa je interpretacija rezultata primene distribucije na njih teža. Složenost vremensko-frekventijskog sadržaja uzrokovana je digitalnom formom ovih sekvenci, koje nisu nastale neposrednom diskretizacijom kontinualnog signala. Zbog toga imamo veliki broj autokomponentata koje su uz to i bliske, tako da je interferencija veoma izražena.

### Literatura

- [1] RIHACZEK, A. *Principles of High - Resolution Radar*. McGraw - Hill, Inc, 1969.
- [2] ZRNIĆ, B.M. *Potiskivanje sopstvenog klatera u radarima sa kompresijom impulsa primenom metode najmanjih kvadrata*. Magistrski rad, Elektrotehnički fakultet Beograd, 1998.
- [3] SIMIĆ, S.M., ZRNIĆ, B.M. *Vremensko - frekventijske transformacije i njihova primena u digitalnoj obradi signala*. *Naučnotehnički pregled*, Beograd, 2002, vol LII, no 1, pp.86-94.
- [4] LI, W. *Wigner Distribution Method Equivalent to Dechirp Method for Detecting a Chirp Signal*. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1987, vol. ASSP-35, pp.1210-1211.
- [5] ZEJAK, A. *Radiolokacija - digitalna obrada radarskih signala*. Rukopis lekcija, Elektrotehnički fakultet Beograd, 1999.
- [6] SIMIĆ, S.M. *Vremensko - frekventijske distribucije i njihova primena u digitalnoj obradi signala*. Diplomski rad, Vojnotehnička akademija VJ Beograd, septembar 2000.
- [7] MAKSIMOVIĆ, G., ZEJAK, B. *Analiza radarskih signala primenom Vignerove distribucije*. *Zbornik radova ETRAN 2000*. Sokobanja, 2000.

## Wigner distribution application in digital processing of radar signals

In this paper it is presented the approach for radar signal analysis using Wigner distribution. Both, simple and composite radar signals with frequency and phase modulation have been analyzed. This paper presents the overview of the signal changing process during impulse compression while receiving by transforming the signal to time-frequency domain.

*Key-words:* Wigner distribution, resolution, interference, chirp, autocorrelation, side lobes, Doppler's shift, pulse compression.

## Application de la distribution de Wigner dans le traitement digital des signaux radar

Une approche à l'analyse des signaux radar à l'aide de la distribution de Wigner est donnée. Les signaux radar simples et complexes à modulation de fréquence et de phase sont analysés. On présente le procédé du changement des signaux pendant la compression des impulsions au cours de la réception par la transformation des signaux en domaine temps-fréquence.

*Mots-clés:* distribution de Wigner, résolution, interférence, signal chirp, fonction d'autocorrélation, lobes latéraux, déplacement de Doppler.