UDK: 66.045:536.255(047)=861
COSATI: 20-13

Uticaj neuniformnog zračenja na razmenu toplote između suprotnih površina zatvorenog prostora - prostorije

Mr Dimitrije Lilić, dipl.inž.[1)]

Ako reflektovana ili emitovana energija s neke površine zatvorenog prostora – prostorije, za koju se formira toplotni bilans nema uniforman karakter, površina može biti podeljena na manje površine približno uniformnih osobina. Deo uniformnog difuznog zračenja jedne površine koje pada na neku drugu površinu definisan je kao geometrijski faktor zračenja između tih površina. Uticaj neuniformnog zračenja jedne površine na razmenu toplote između suprotnih površina posmatran je pomoću interaktivne promene geometrijskih faktora zračenja. U radu su izložene osnovne teorijske postavke i formiranim matematičkim modelom izračunati geometrijski faktori zračenja za posmatrane površine i njihove delove, i tabelarno i grafički prikazana njihova međuzavisnost. Dobijene vrednosti se mogu primenjivati za sve relativne odnose dimenzija prikazanih površina. Izveden je izraz za određivanje geometrijskih faktora zračenja za dve paralelne pravougaone površine nejednakih veličina, sa paralelnim stranicama. Izvedeni su izrazi za izračunavanje geometrijskih faktora zračenja za grupu površina uniformnih karakteristika i primenjeni za sagledavanje uticaja položaja prozora i vrata na razmenu toplote zračenjem sa suprotnim površinama prostorije.

Ključne reči: **prostorija, zračenje, refleksija, uniformno zračenje, difuzno zračenje, geometrijski faktor zračenja, geometrijski faktor oblika.**

Uvod

ZA potrebe odvijanja nekih procesa u zatvorenom prostoru - prostoriji ili stvaranja povoljnih mikroklimatskih uslova za boravak i rad ljudi i funkcionisanje uređaja, često je potrebno poznavati razmenu toplote zračenjem između unutrašnjih površina prostora - prostorije.

Najveći broj analiza zračenja zasnovan je na pretpostavci sivog-difuznog zračenja i refleksije. Lambertov zakon opisuje difuzno zračenje koje predstavlja aproksimaciju za mnoge stvarne procese zračenja i refleksije, posebno za hrapave nemetalne površine.

Po definiciji, kada je površina difuzno-siva, emisivnost i apsorptivnost ne zavise ni od ugla ni od talasne dužine ali zavise od temperature površine. Kao rezultat ove definicije, na bilo kojoj temperaturi površine T_A hemisferična totalna apsorpcija i emisija su jednake i zavise jedino od T_A; tada je $\alpha(T_A)=\varepsilon(T_A)$. Iako je to približavanje za samo ograničen broj realnih materijala, difuzno-siva aproksimacija se često primenjuje za uprošćavanja teorije zatvorenog prostora.

Uobičajeno je da razmatranje razmene toplote zračenjem između dve površine počne razmatranjem specijalnog slučaja, kada se površine smatraju crnim. U tom slučaju površine su dobri apsorberi, i proces razmene energije je uprošćen jer ne obuhvata refleksiju. Takođe, sve crne površine emituju energiju u perfektno difuznom obliku, što uprošćava izračunavanje razmenjene količine toplote.

Razmatranje geometrijske zavisnosti za crne površine ima širi značaj i može se primeniti na sva zračenja koja imaju uniforman difuzni oblik a koje odaje neka površina.

Deo uniformnog difuznog zračenja jedne površine koje pada na neku drugu površinu definisan je kao geometrijski faktor zračenja između te dve površine i on zavisi od njihovih dimenzija i njihovog međusobnog geometrijskog odnosa. U literaturi se ovaj faktor javlja kao: faktor intercepcije (interception), faktor pogleda (view), faktor konfiguracije (configuration), faktor oblika (shape), ugaoni (angle) faktor, i sl.[1-7].

Ideja ovog rada je da se uticaj neuniformnog zračenja jedne površine na razmenu toplote između suprotnih površina posmatra pomoću interaktivne promene geometrijskih faktora zračenja i primeni za sagledavanje uticaja uniformne grupe površina (prozor, vrata) i njihovog međusobnog položaja, na razmenu toplote zračenjem sa suprotnim površinama prostorije (suprotni zid).

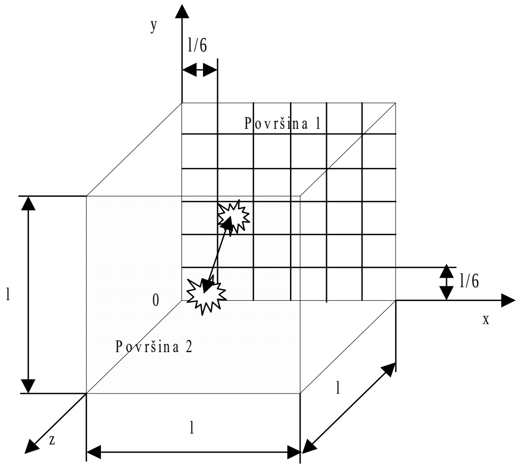
Izveden je izraz za određivanje geometrijskih faktora zračenja za dve paralelne pravougaone površine nejednakih veličina, s paralelnim stranicama i izvedeni su izrazi za izračunavanje geometrijskih faktora zračenja za grupu površina uniformnih karakteristika. Numeričke vrednosti faktora dobijenih u radu mogu se primenjivati za sve relativne odnose dimenzija prikazanih površina.

Model prostorije

Ako reflektovana ili emitovana energija s neke površine zatvorenog prostora – prostorije za koju se formira toplotni bilans nema uniforman karakter, površina može biti podeljena na manje površine približno uniformnih osobina. Ti delovi se formiraju na osnovu geometrije i nametnutih toplotnih uslova. Uobičajeno, geometrija teži da izdeli zatvoren prostor u prirodne površine, kao što su pojedine stranice pravougaonog prizmatičnog zatvorenog prostora. Takođe, ako je jedna strana zatvorenog prostora jednim delom na jednoj temperaturi a drugim delom na drugoj temperaturi, strana može biti izdeljena na dve posebne

[1)] Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

površine, ili ako su nametnuti toplotni uslovi takvi da temperatura varira značajno po površini, površina treba da bude izdeljena na manje površine, približno ujednačenih temperatura. Ti delovi mogu biti diferencijalne veličine ako je to neophodno.



Slika 1. Geometrijski prikaz osnovnog modela prostorije

Ako se očekuje da reflektovana energija varira po nekoj površini, površina može biti podeljena na manje površine približno uniformnih osobina tako da reflektovana energija za svaku površinu ima difuzni i uniformni distributivni karakter kao emitovana energija. Dobijanje F-faktora za crnu površinu je zasnovano na uslovu difuznog uniformnog intenziteta koji napušta površinu tako da ovaj difuzno-uniformni uslov mora biti zadovoljen i za emitovanu i za reflektovanu energiju da bi se F-faktori upotrebili za necrnu površinu.

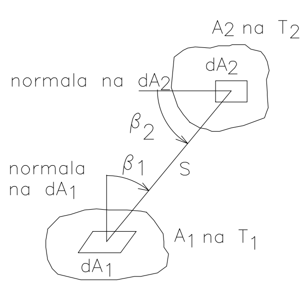
Inženjerska razmatranja zahtevaju selekciju i oblika i broja površina.

Za prikazani model praznog zatvorenog prostora - prostorije, na sl.1, sa difuzno emitujućim i reflektujućim unutrašnjim površinama, površina 1 koja neuniformno zrači ili reflektuje, podeljena je na $\boldsymbol{i}$ x $\boldsymbol{j}$ = 6 x 6 = 36 manjih površina. Svaka površina može biti na zasebnoj temperaturi ili imati različite emisije ili refleksije. Za površinu 2 (suprotan zid) je pretpostavljeno da poseduje uniformne osobine.

Osnovne teorijske postavke matematičkog modela

Geometrijski faktor zračenja za dve konačne površine

Na sl.2 je dat geometrijski prikaz razmene energije zračenjem između dve konačne površine.



Slika 2. Geometrijski prikaz razmene energije zračenjem između dve konačne površine

Po definiciji, geometrijski faktor zračenja $F_{1\text{-}2}$ je deo zračenja emitovanog s površine A_1 koje pada na površinu A_2. Totalna energija koja napušta crnu površinu A_1 je $\sigma T_1^4 A_1$ dok je A_1 izotermna površina na T_1. Zračenje koje napušta elementarnu površinu dA_1 i pada na elementarnu površinu dA_2, može se napisati:

$$d^2Q'_{d1-d2} = \sigma T_1^4 \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi S^2} dA_1 dA_2 \tag{1}$$

Ako se ovaj izraz integrali po površinama A_1 i A_2, dobija se energija zračenja koja napušta površinu A_1 i pada na površinu A_2. Geometrijski faktor zračenja se tada može izračunati kao:

$$F_{1-2} = \frac{\int_{A_1}\int_{A_2} (\sigma T_1^4 \cos\beta_1 \cos\beta_2 / \pi S^2) dA_2 dA_1}{\sigma T_1^4 A_1} \tag{2}$$

odnosno:

$$F_{1-2} = \frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi S^2} dA_2 dA_1 \tag{3}$$

Istovetnim postupkom za izračunavanje izraza (3), može da se nađe geometrijski faktor zračenja površine A_2 ka površini A_1:

$$F_{2-1} = \frac{1}{A_2}\int_{A_1}\int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi S^2} dA_2 dA_1 \tag{4}$$

Reciprocitet geometrijskih faktora zračenja između konačnih površina

Dvostruki integrali dati izrazima (3 i 4) su identični. Odatle proizlazi da u ovom slučaju važi princip reciprociteta, odnosno:

$$A_1 F_{1\text{-}2} = A_2 F_{2\text{-}1} \tag{5}$$

Razmena toplote zračenjem između konačnih površina

Energija zračenja od površine A_1 koja pada na površinu A_2, po definiciji geometrijskog faktora je:

$$Q_{1\text{-}2} = \sigma T_1^4 A_1 F_{1\text{-}2} \tag{6}$$

Istovetno važi za zračenje od površine A_2 koje pada na površinu A_1:

$$Q_{2\text{-}1} = \sigma T_2^4 A_2 F_{2\text{-}1} \tag{7}$$

Neto razmenjena energija od A_1 prema A_2 je:

$$Q_{1\Leftrightarrow 2} = Q_{1\text{-}2} - Q_{2\text{-}1} = \sigma T_1^4 A_1 F_{1\text{-}2} - \sigma T_2^4 A_2 F_{2\text{-}1} \tag{8}$$

Korišćenjem izraza (5), neto razmenjena energija zračenjem može biti napisana u dvostrukoj formi:

$$Q_{1\Leftrightarrow 2} = \sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) A_1 F_{1-2} \tag{9}$$

$$Q_{1\Leftrightarrow 2} = \sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) A_2 F_{2-1} \tag{10}$$

Izračunavanje geometrijskog faktora zračenja za parove površina

Zbog često teškog direktnog izračunavanja geometrijskog faktora zračenja po integralnoj definiciji, moguće je za mnoge geometrijske slučajeve na osnovu poznatih relacija, kraćim putem doći do geometrijskih faktora.

U slučaju prikazanom na sl.3, izotermska crna površina A_1 razmenjuje energiju s drugom površinom A_2. Geometrijski faktor zračenja $F_{1\text{-}2}$ je deo totalne energije koju emituje površina A_1 i koja pada na površinu A_2. Ako je površina A_2 podeljena na dve površine A_3 i A_4, deo totalne energije koja odlazi od površine A_1 i pada na površinu A_3 i deo koji odlazi od površine A_1 i pada na površinu A_4 mora biti u zbiru jednak $F_{1\text{-}2}$. To se može napisati u obliku:

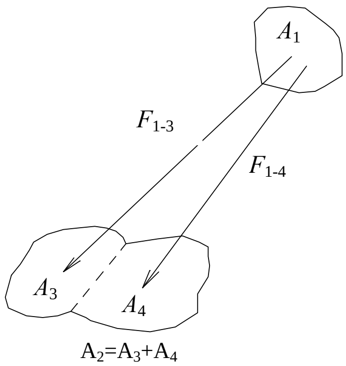
$$F_{1\text{-}2} = F_{1\text{-}(3+4)} = F_{1\text{-}3} + F_{1\text{-}4} \tag{11}$$

Kada su $F_{1\text{-}2}$ i $F_{1\text{-}4}$ poznati, a treba naći željeni geometrijski faktor $F_{3\text{-}1}$, onda iz:

$$F_{1\text{-}3} = F_{1\text{-}2} - F_{1\text{-}4} \tag{12}$$

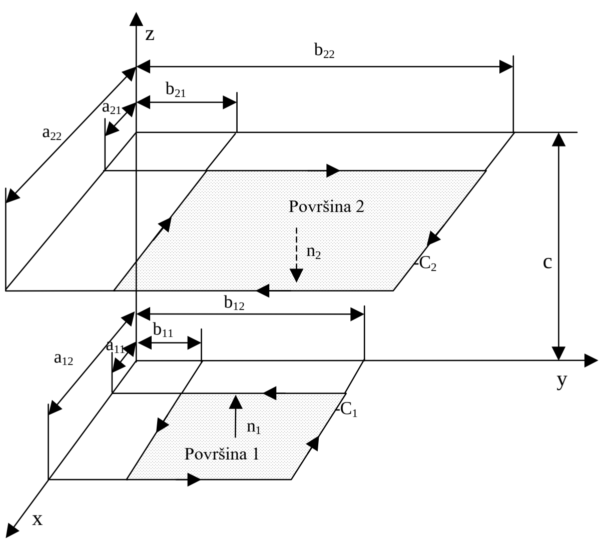
i upotrebom principa reciprociteta, izraz (5), sledi:

$$F_{3\text{-}1} = \frac{A_1}{A_3} F_{1\text{-}3} = \frac{A_1}{A_3}\left(F_{1\text{-}2} - F_{1\text{-}4}\right) \tag{13}$$



Slika 3. Razmena energije zračenjem između dve površine kada je jedna površina podeljena

Na sl.4 su prikazane dve paralelne pravougaone površine nejednakih veličina, s paralelnim stranicama, za koje treba odrediti geometrijske faktore zračenja.



Slika 4. Geometrijski prikaz za konturnu integraciju za određivanje geometrijskih faktora zračenja za dva paralelna pravougaonika

Za određivanje geometrijskih faktora zračenja za dve paralelne pravougaone površine nejednakih veličina, s paralelnim stranicama, prikazanih na sl.4, koristiće se metod konturne integracije. Primenom Stoksovih teorema, višestruka integracija po površini redukuje se na jednostruku integraciju po konturi površine, što može biti napisano u obliku [1]:

$$\begin{aligned} A_1 F_{1-2} &= \frac{1}{2\pi}\oint_{C_2}\left(\oint_{C_1} \ln S dx_1\right)dx_2 + \frac{1}{2\pi}\oint_{C_2}\left(\oint_{C_1} \ln S dy_1\right)dy_2 + \\ &+ \frac{1}{2\pi}\oint_{C_2}\left(\oint_{C_1} \ln S dz_1\right)dz_2 \end{aligned} \tag{14}$$

ili

$$\begin{aligned} F_{1-2} &= \\ &= \frac{1}{2\pi A_1}\oint_{C_1}\oint_{C_2}\left(\ln S dx_2 dx_1 + \ln S dy_2 dy_1 + \ln S dz_2 dz_1\right) \end{aligned} \tag{15}$$

Za obe površine dz =0. Vrednost S je rastojanje od proizvoljne tačke na površini A_1 $(x_1, y_1, 0)$ do tačke na delu konture C_2 koji se razmatra.

Prvo se vrši integracija (15) po konturi C_2 :

$$a_{11} \le x_1 \le a_{12} \qquad a_{21} \le x_2 \le a_{22}$$
$$b_{11} \le y_1 \le b_{12} \qquad b_{21} \le y_2 \le b_{22}$$

$$\begin{aligned} &2\pi(a_{12}-a_{11})(b_{12}-b_{11})F_{1-2} = \\ &= \int_{C_1}\left\{\int_{y_2=b_{21}}^{b_{22}} \ln\left[\left(x_1-a_{21}\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dy_2\right. \\ &\left. + \int_{y_2=b_{22}}^{b_{21}} \ln\left[\left(a_{22}-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dy_2\right\} dy_1 \\ &+ \int_{C_1}\left\{\int_{x_2=a_{21}}^{a_{22}} \ln\left[\left(x_2-x_1\right)^2+\left(b_{22}-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dx_2\right. \\ &\left. + \int_{x_2=a_{22}}^{a_{21}} \ln\left[\left(x_2-x_1\right)^2+\left(b_{21}-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dx_2\right\} dx_1 \end{aligned}$$

Zatim se vrši integracija po konturi C_1 :

$$2\pi(a_{12}-a_{11})(b_{12}-b_{11})F_{1-2} =$$
$$= \int_{y_1=b_{11}}^{b_{12}} \int_{y_2=b_{21}}^{b_{22}} \ln\left[\left(a_{12}-a_{21}\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dy_2 dy_1$$
$$+ \int_{y_1=b_{12}}^{b_{11}} \int_{y_2=b_{21}}^{b_{22}} \ln\left[\left(a_{11}-a_{21}\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dy_2 dy_1$$
$$+ \int_{y_1=b_{11}}^{b_{12}} \int_{y_2=b_{22}}^{b_{21}} \ln\left[\left(a_{22}-a_{12}\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dy_2 dy_1$$
$$+ \int_{y_1=b_{12}}^{b_{11}} \int_{y_2=b_{22}}^{b_{21}} \ln\left[\left(a_{22}-a_{11}\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+c^2\right]^{0.5} dy_2 dy_1$$
$$+ \int_{x_1=a_{11}}^{a_{12}} \int_{x_2=a_{21}}^{a_{22}} \ln\left[\left(x_2-x_1\right)^2+\left(b_{22}-b_{11}\right)^2+c^2\right]^{0.5} dx_2 dx_1$$
$$+ \int_{x_1=a_{12}}^{a_{11}} \int_{x_2=a_{21}}^{a_{22}} \ln\left[\left(x_2-x_1\right)^2+\left(b_{22}-b_{12}\right)^2+c^2\right]^{0.5} dx_2 dx_1$$
$$+ \int_{x_1=a_{11}}^{a_{12}} \int_{x_2=a_{22}}^{a_{21}} \ln\left[\left(x_2-x_1\right)^2+\left(b_{21}-b_{11}\right)^2+c^2\right]^{0.5} dx_2 dx_1$$
$$+ \int_{x_1=a_{12}}^{a_{11}} \int_{x_2=a_{22}}^{a_{21}} \ln\left[\left(x_2-x_1\right)^2+\left(b_{21}-b_{12}\right)^2+c^2\right]^{0.5} dx_2 dx_1$$

Daljim sređivanjem može da se dobije izraz:

Za dobijanje geometrijskih faktora zračenja, za površine s međusobnim položajem prikazanim na sl.5, u inženjerskoj praksi se koriste već izrađeni odgovarajući dijagrami [2,3].

Izračunavanje gometrijskog faktora zračenja za dve paralelne pravougaone površine, jednakih veličina, prema slici 5, može se vršiti i prema izrazu [4]:

$$F_{1\text{-}2} = \frac{2}{ab\pi}[b\sqrt{h^2+a^2}\, tg^{-1}\frac{b}{\sqrt{a^2+h^2}} + a\sqrt{b^2+h^2}\, tg^{-1}\frac{a}{\sqrt{b^2+h^2}} - bh\, tg^{-1}\frac{b}{h} - ah\, tg^{-1}\frac{a}{h} - \frac{h^2}{2}\ln\frac{(h^2+a^2+b^2)h^2}{(a^2+h^2)(b^2+h^2)}] \tag{17}$$

Geometrijski faktori zračenja za zatvoren prostor

Za prostoriju, odnosno zatvoren prostor od k površina, za i-tu površinu važi relacija:

$$\sum_{j=1}^{k} F_{i\text{-}j} = 1 \tag{18}$$

Uticaj neuniformnog zračenja na razmenu toplote između suprotnih površina. Izračunavanje geometrijskih faktora zračenja za grupu površina uniformnih osobina

Prema prikazanim teorijskim postavkaT5.437(o)38(h)-99.1(t)ro(r)-2.7
þ þ

$$\sum_i \sum_j F_{2-ij} = F_{2-1} \tag{20}$$

U tabeli 2 su prikazani geometrijski faktori zračenja $F_{2\text{-}ij}$ za površinu 2 u odnosu na delove površine 1 (prema sl.1), izračunati prema izrazu (19).

Tabela 1. Geometrijski faktori zračenja $F_{ij\text{-}2}$ za delove površine 1 (sl.1), izračunati prema izrazu (16)

j=6	0.162307	0.182916	0.194272	0.194272	0.182916	0.162307
j=5	0.182916	0.206925	0.220173	0.220173	0.206925	0.182916
j=4	0.194272	0.220173	0.234473	0.234473	0.220173	0.194272
j=3	0.194272	0.220173	0.234473	0.234473	0.220173	0.194272
j=2	0.182916	0.206925	0.220173	0.220173	0.206925	0.182916
j=1	0.162307	0.182916	0.194272	0.194272	0.182916	0.162307
$F_{ij\text{-}2}$	*i* = 1	*i* = 2	*i* = 3	*i* = 4	*i* = 5	*i* = 6

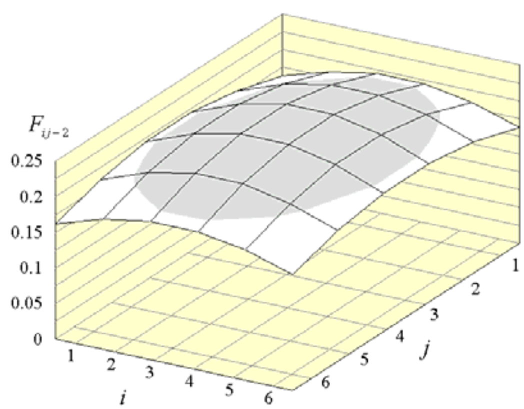
Tabela 2. Geometrijski faktori zračenja $F_{2\text{-}ij}$, izračunati prema izrazu (19)

j=6	0.004509	0.005081	0.005396	0.005396	0.005081	0.004509
j=5	0.005081	0.005748	0.006116	0.006116	0.005748	0.005081
j=4	0.005396	0.006116	0.006513	0.006513	0.006116	0.005396
j=3	0.005396	0.006116	0.006513	0.006513	0.006116	0.005396
j=2	0.005081	0.005748	0.006116	0.006116	0.005748	0.005081
j=1	0.004509	0.005081	0.005396	0.005396	0.005081	0.004509
$F_{2\text{-}ij}$	*i* = 1	*i* = 2	*i* = 3	*i* = 4	*i* = 5	*i* = 6

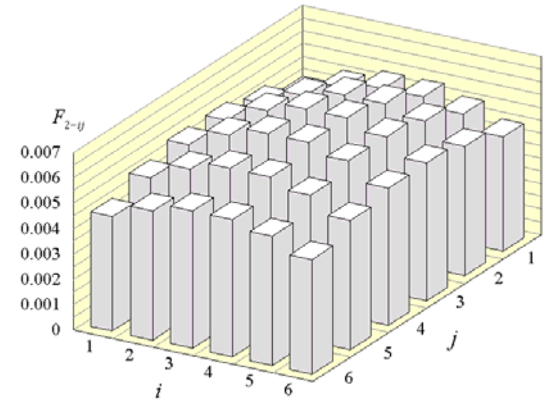
Vrednost faktora $F_{2\text{-}1}$, iz izraza (20), mora da bude jednaka vrednosti koja se može dobiti prema izrazu (17), što je ujedno i provera tačnosti izračunatih vrednosti.

Uticaj u razmeni toplote zračenjem delova površine 1, s obzirom na položaj u odnosu na površinu 2, a prema vrednostima faktora $F_{ij\text{-}2}$, iz tabele 1, prikazan je na sl.6.

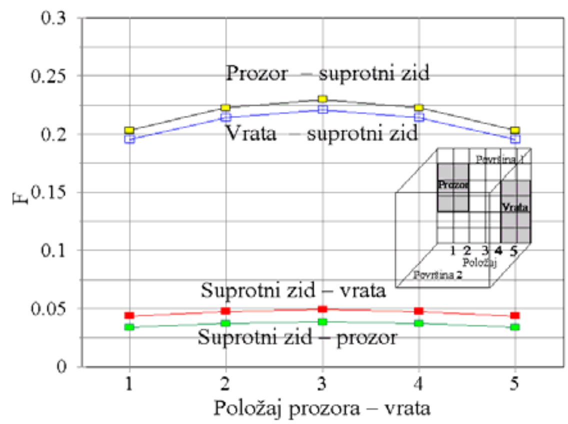
Vrednosti faktora $F_{ij\text{-}2}$ (iz tabele 1), i vrednosti faktora $F_{2\text{-}ij}$ (tabela 2 i slika 7), mogu se primenjivati za sve relativne odnose dimenzija površina prikazanih za osnovni model na sl.1.



Slika 6. Uticaj delova površine 1 u razmeni toplote zračenjem, s obzirom na položaj u odnosu na površinu 2



Slika 7. Prikaz vrednosti faktora $F_{2\text{-}ij}$ (tabela 2)



Slika 8. Prikaz uticaja uniformne grupe površina (vrata, prozor) i njihovog međusobnog položaja, na razmenu toplote zračenjem sa suprotnom površinom prostorije (suprotni zid)

Ako imamo grupu površina uniformnih osobina $\sum_i \sum_j A_{ij}$ (npr. ako su na drugoj temperaturi od ostalih površina), za faktor $F_{2\text{-}\sum_i \sum_j A_{ij}}$ može se napisati:

$$F_{2\text{-}\sum_i \sum_j A_{ij}} = \frac{\sum_i \sum_j A_{ij}}{A_2} F_{\sum_i \sum_j A_{ij}-2} \tag{21}$$

Pošto se na osnovu (11) može napisati:

$$F_{2\text{-}\sum_i \sum_j A_{ij}} = \sum_i \sum_j F_{2-ij} \tag{22}$$

onda se na osnovu podataka iz tabele 2 može izračunati geometrijski faktor zračenja za grupu površina uniformnih karakteristika, $\sum_i \sum_j A_{ij}$ na površini 1, u odnosu na površinu 2:

$$F_{\sum_i \sum_j A_{ij}-2} = \frac{A_2}{\sum_i \sum_j A_{ij}} \sum_i \sum_j F_{2-ij} \tag{23}$$

U zatvorenom prostoru – prostoriji, razmena toplote zračenjem dešava se između unutrašnjih površina. Za prikazani model prostorije, na sl.1, individualnim površinama mogu se smatrati prirodne površine kao što su pojedine stranice pravougaonog prizmatičnog prostora: 4 zida, pod, tavanica; kao i vrata i prozori na spoljašnjem ili unutrašnjem zidu.

Formirani matematički model i izvedene relacije primenjene su za sagledavanje uticaja položaja prozora i vrata na razmenu toplote zračenjem sa suprotnim površinama prostorije, korišćenjem već izračunatih vrednosti za delove površine 1, prikazanih u tabelama 1 i 2.

Na sl.8 je prikazan uticaj uniformne grupe površina (vrata, prozor) i njihovog međusobnog položaja na razmenu toplote zračenjem sa suprotnom indn .7 Tm0u15.8(n)-.6.6(h)r11o4.8(sap)ovršin

géométriques de radiation pour un groupe de surfaces aux caractéristiques uniformes.

Mots-clés: **chambre, radiation, reflexion, radiation uniforme, radiation diffuse, facteur géométrique de radiation, facteur géométrique de forme.**