

# Analitički modeli probijanja metalnih ploča kinetičkim penetratorom

Predrag Elek, dipl.inž.<sup>1)</sup>  
 Dr Slobodan Jaramaz, dipl.inž.<sup>1)</sup>  
 Dr Dejan Micković, dipl.inž.<sup>1)</sup>

Razmatran je proces probijanja tankih metalnih ploča cilindričnim penetratorom ravnog vrha. Dat je pregled najznačajnijih analitičkih modela penetracije s akcentom na usvojenim pretpostavkama, osnovnim mehanizmima procesa i ključnim analitičkim zavisnostima neophodnim za realizaciju odgovarajućih računarskih programa. Proračunski dobijene vrednosti uporedene su sa rezultatima sopstvenog eksperimenta. Komparativna analiza ukazuje na značajnu saglasnost osnovnih parametara penetracionog procesa, ali i na izvesna ograničenja analitičkih modela. Zaključeno je da model deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom predstavlja najbolju analitičku aproksimaciju procesa probijanja. Njegovom modifikacijom realizovan je poboljšani model penetracije.

č : probijanje, plastično deformisanje, analitički model, eksperimentalno istraživanje.

## Korišćene oznake i simboli

- površina poprečnog preseka penetratora ( $m^2$ ),
- površina duž koje dolazi do smicanja,  
 $= \pi (m^2)$ ,
- dužina odsečka (m),
- parametar u zakonu ojačavanja materijala, jedn. (21)  
 $(Pa)$
- brzina poremećaja, brzina talasa deformacije (m/s),
- brzina poremećaja u zoni elastičnosti (m/s),
- brzina poremećaja u zoni plastičnosti (m/s),
- maksimalna brzina kompresionog talasa u materijalu prepreke (m/s),
- prečnik penetratora (m),
- modul elastičnosti (Pa),
- širina zone smicanja (m),
- sila otpora probijanju (N),
- sila otpora sabijanju (N),
- sila otpora smicanju (N),
- inercijalna sila odsečka (N),
- debljina prepreke (m),
- kontaktna dužina između odsečka i prepreke;  
 trenutna dužina prepreke (m),
- faktor oblika prednjeg dela penetratora,
- faktor povećanja napona tečenja usled ograničenog širenja materijala prepreke,
- $\alpha_0$  – minimalna vrednost faktora
- $\alpha_1$  – maksimalna vrednost faktora
- pomeranje zadnjeg dela odsečka (m),
- pomeranje prednjeg dela odsečka (m),
- masa penetratora (kg),
- $\beta_0$  – karakteristika prepreke,  $\beta_0 = 2\pi\rho$  - strukurni model ( $kg/m^2$ ); početna masa penetratora - trofazni model (kg),
- moment savijanja prepreke (Nm),
- $'$  – korigovana vrednost momenta savijanja prepreke na rastojanju (Nm),
- $\gamma$  – masa -te zone sistema penetrator-prepreka (kg),
- $\delta$  – parametar u konstitutivnoj jednačini (2),
- $\epsilon$  – karakteristika sistema penetrator-prepreka, jedn. (24),
- $\eta$  – sila smicanja (N),
- $\rho$  – radikalna koordinata (m),
- $r$  – radius penetratora (m),
- $t$  – vreme (s),
- $v$  – brzina (m/s),
- $\omega$  – udarna brzina penetratora (m/s),
- $\omega'$  – redukovana brzina penetratora (m/s),
- $\omega_0$  – brzina -te penetracione zone prepreke (m/s),
- $\omega'$  – ubrzanje -te penetracione zone prepreke (m/s),
- $\Delta$  – rad penetratora pri savladavanju otpora sabijanja (J),
- $\Delta'$  – rad penetratora pri savladavanju sile inercije (J),
- $\Delta_0$  – rad penetratora pri savladavanju otpora smicanja (J),
- $\Delta_1$  – rad penetratora pri savladavanju sile trenja (J),
- $\mu$  – pređeni put penetratora (m),
- $\mu'$  – pređeni put penetratora u trećoj fazi probijanja – trofazni model (m),
- $\mu_\alpha$  – širina deformisanog dela prepreke (m),
- $\alpha$  – parametar u zakonu ojačavanja materijala, jedn. (11), (Pa); polugao konusa (rad),
- $\beta$  – parametar u zakonu ojačavanja materijala, jedn.(11) (Pa),
- $\Delta$  – priraštaj,
- $\rho$  – gusitna materijala ( $kg/m^3$ ),
- $\tau$  – smicajni napon (Pa),
- $\tau_0$  – kvazistacionarni smicajni napon (Pa),
- $\gamma$  – ugao klizanja (rad),
- $\theta$  – ugao savijanja prepreke (rad),
- $\mu$  – koeficijent viskoznosti materijala prepreke (Ns/kg),

<sup>1)</sup> Mašinski fakultet, 11000 Beograd, 27. marta 80

- $\sigma$  – normalni napon (Pa),
- $\sigma_0$  – parametar ponašanja materijala jed. (2) (Pa),
- $\sigma$  – normalni napon na granici tečenja (Pa),
- $\sigma$  – najveći normalni napon pri sabijanju (Pa),
- $\varepsilon$  – relativna deformacija,
- $\varepsilon$  – kritična vrednost srednje relativne deformacije,
- $\varepsilon$  – kritična vrednost deformacije,

### Indeksi

- početni trenutak,
- zadnja površina odsečka,
- uslovi ograničenog širenja,
- kritična vrednost,
- prednja površina odsečka,
- penetrator,
- granica tečenja.

## Uvod

AD razmatra probijanje tankih metalnih ploča pomoću cilindričnih penetratora - simulatora fragmenata. Cilindrični penetratori sa ravnim vrhom, u slučaju normalnog udara, formiraju kružni odsečak ploče približno jednak prečniku simulatora. Ovaj slučaj probijanja se javlja pri razmatranju dejstva pancirnih i fragmenata razornih projektila i njegovo proučavanje značajno je sa stanovišta efikasnosti projektila, kao i ranjivosti i zaštite samog cilja.

Pristup problemu probijanja tankih metalnih ploča [1] može biti zasnovan na razvoju empirijskih relacija, analitičkih modela i numeričkih metoda. Analitički modeli, koji su predmet istraživanja ovoga rada, omogućavaju mnogo pouzdanije proučavanje procesa izvan oblasti eksperimentalnih ispitivanja na bazi kojih su oformljeni u odnosu na razvijene empirijske relacije. U odnosu na numeričke metode, analitički modeli imaju manju opštost, ali omogućavaju efikasne parametarske studije, demonstrirajući jasno fizikalnost procesa i ukazujući na njegove najvažnije aspekte. Analitički modeli predstavljaju, dakle, „kontrolisan“ pristup rešavanju problema penetracije koji obezbeđuje dobijanje kvalitetnih rezultata, uz znatno niže cene i kraće utrošeno vreme u odnosu na numeričke metode.

Razmotreni su razni analitički modeli u svetu njihove saglasnosti sa rezultatima dobijenim pri sopstvenim eksperimentalnim istraživanjima.

### Analitički modeli penetracije

U kratkim prezentacijama najznačajnijih analitičkih modela se pretpostavlja normalan udar krutog cilindričnog penetratora s ravnim vrhom, mase  $m$  i prečnika  $d$ , u homogenu, ravnу metalnu ploču debljine  $k$ .

Budući da su svi parametri kretanja odsečka poznati ( ), brzina penetratora može se jednostavno odrediti na osnovu zakona o održanju energije u obliku:

$$\frac{1}{2} v_0^2 - \frac{1}{2} v^2 = \sum \quad = \quad + \quad + \quad + \quad \quad (6)$$

U jednačini (6) vrednosti predstavljaju radove penetratora pri savladavanju sila sabijanja, inercije, smicanja i trenja, koji se određuju na elementaran način.

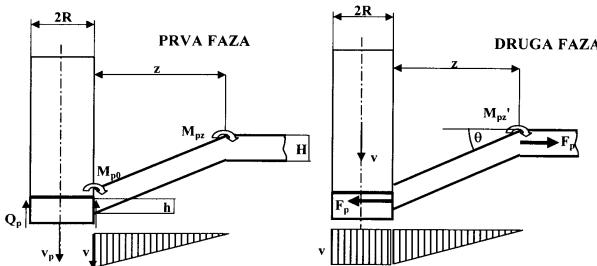
Prihodno analizirano kretanje odsečka i penetratora karakteristično je za prvu, osnovnu fazu penetracije. Ona može biti završena na dva načina: (a) probojem - čime se okončava i ceo proces - ako se ispuni uslov , ili (b) realizacijom uslova pre uslova (a) čime proces prelazi u drugu fazu.

Analize druge faze penetracije je znatno jednostavnija, s obzirom da je ispunjen uslov (b). Budući da imaju istu brzinu, penetrator i odsečak se ponašaju kao jedno telo čije se kretanje lako određuje na osnovu zakona o održanju energije (6). Pri tome se izostavlja rad sabijanja odsečka, jer je izjednačavanjem brzina penetratora i odsečka njegovo sabijanje završeno, pa je  $v = 0$ .

Strukturni model [3] uzima u obzir kako naprezanja i deformacije koje dovode do formiranja odsečka, tako i deformisanje, odnosno otpor šire strukture prepreke (globalna naprezanja sekundarne zone), što je posebno značajno za razmatranje penetracije pri brzinama penetratora bliskim brzini balističkog limita (najmanja brzina penetratora koja obezbeđuje probaj; ova brzina se često naziva granična brzina).

Sam proces može se posmatrati kroz dve faze (sl.2); u prvoj, penetrator i deo materijala prepreke koji formira odsečak se kreću zajedničkom brzinom , pri čemu dolazi do smicanja odsečka, uz smanjivanje kontaktne dužine .

Usled dejstva lokalne smičuće sile, dolazi do savijanja dela materijala prepreke oblika kružnog prstena čiji se spoljašnji prečnik sve vreme povećava. Kada brzina ovog dela prepreke , koja kontinualno raste, dostigne vrednost brzine penetratora , prestaje smicanje i započinje druga faza procesa u kojoj, osim i dalje prisutnog savijanja, dominira istezanje sekundarne zone prepreke.



Slika 2. Šematski prikaz karakterističnih faza struktornog modela penetracije

U prvoj fazi penetracije, na osnovu zakona o promeni količine kretanja i momenta količine kretanja, određuje se brzina penetratora (s odsečkom) , brzina deformisanog dela prepreke, kao i njegova dimenzija rešavanjem sistema od tri jednačine:

$$\begin{aligned} 0 - \left( \frac{1}{2} v_0^2 - \frac{1}{2} v^2 \right) &= \int_0^h \sigma \cdot dA \\ \frac{1}{2} v_0^2 - \frac{1}{2} v^2 &= \int_0^h \sigma \cdot dA \\ \frac{1}{3} v_0^2 - \left( \frac{1}{4} v^2 \right) &= - \int_0^h (\tau_0 + \tau) \cdot dA + \int_0^h \tau \cdot dA \end{aligned} \quad (7)$$

pri čemu su opterećenja definisana izrazima:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma, \quad \tau_0 = \frac{\pi}{2} \sigma^2, \\ \tau &= \frac{\pi}{2} \sigma (v + \dot{v})^2 \end{aligned} \quad (8)$$

U drugoj fazi penetracije, određivanje nepoznate brzine i položaja , vrši se takođe na osnovu istih zakona kretanja, koji imaju oblik:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{2} v_0^2 + \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} \int_0^h \left( \tau_0 + \frac{1}{3} v^2 \right) dA \right) \Delta t + \frac{1}{2} \int_0^h \left( \tau_0 + \frac{2}{3} v^2 \right) dA \Delta t &= 0 \\ \left[ \left( \frac{1}{2} v_0^2 + \frac{1}{3} v^2 \left( \frac{1}{4} v^2 \right) \right) \Delta t - \left( \tau_0 + \frac{1}{2} v^2 \theta \right) \Delta t \right] &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

gde su nove vrednosti momenta savijanja i sile istezanja definisane sa:

$$\tau' = \left[ 1 - \left( \frac{v}{v + \dot{v}} \right)^2 \right], \quad = 2\pi \sigma \quad (10)$$

pri čemu je  $\theta$  trenutni ugao zaokretanja deformisanog dela prepreke usled savijanja.

Druga faza procesa završava se probijanjem prepreke do koga dolazi kada normalna relativna deformacija dostigne vrednost kritične relativne deformacije materijala prepreke. Ako se prepostavi zakon ojačavanja materijala prepreke u linearnom obliku:

$$\sigma = \alpha + \beta \varepsilon \quad (11)$$

(gde je  $\sigma$  - vrednost napona ojačavanja,  $\varepsilon$  - relativna deformacija,  $\alpha$  - napon tečenja materijala u kvazistatičkim uslovima, a  $\beta$  - karakteristika materijala prepreke pri impulsnom opterećenju), dobija se kritična vrednost srednje relativne deformacije:

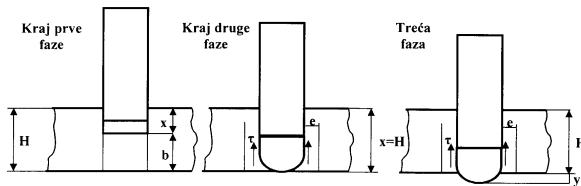
$$\varepsilon_c = \frac{\alpha(\alpha + \beta\varepsilon_c)}{\beta^2\varepsilon_c} \ln \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} \varepsilon_c \right) - \frac{\alpha}{\beta} \quad (12)$$

koja predstavlja karakteristiku materijala prepreke i definisana je eksperimentalno utvrđenim parametrima  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\varepsilon_c$ .

Ceo proces okončava se na jedan od tri načina: probijanjem prepreke u toku prve faze usled plastičnog smicanja odsečka duž cele debljine prepreke, probijanjem prepreke u drugoj fazi kidanjem odsečka usled istezanja, ili zaustavljanjem penetratora usled nedovoljne početne brzine, bilo u prvoj, bilo u drugoj fazi.

Analitički penetracioni model, čija je karakteristika da, u slučaju probaja, proces uvek prolazi kroz tri različite faze, zasnovan je na primeni zakona kretanja tela promenljive mase [4,5]. Na pogodan način modeliraju se sile otpora sabijanju i smicanju , kao i inercijalna sila odsečka .

Da bi se trofazni model primenio, naophodno je poznавање три важна параметра самог процеса, који се одређују експериментално. То су: (a) улазни и излазни (или, уколико њихова разлика nije velika, средњи) пречник отвора у препреци који дефинише меродавну површину препреке изложену сабијању; (b) дужина одсеčка која је кључни параметар пенетрације; и (c) ширина зоне смicanja која представља радијалну димензију деформацијом захваћене секундарне зоне препреке и утиче на величину напона смicanja. На сл.3 представљене су фазе процеса пенетрације.



Слика 3. Шематски приказ етапа пенетрационог процеса према трофазном моделу

Osnovни механизам пенетрације је постепено присаједињавање материјала препреке (одсечка) penetratoru чија је почетна маса  $\rho_0$ . У том смислу, координата  $x$ , која дефинише дубину проријана, не представља положај врха penetratora, већ предњег dela novopriddodate mase odsečka, који с penetratorom чини tzv. ефективну масу.

У општем случају једначина кретања ефективне мase има облик:

$$\dot{x} = -(\dot{\rho}_0 + \rho_0^2) = -(\dot{\rho}_0 + \rho_0^2 + \rho_0^2) \quad (13)$$

У првој фази (утискivanje одсечка) сила смicanja је једнака нули, а инерцијална сила је одређена са:

$$\dot{x} = \frac{1}{2} \rho_0^2 \quad (14)$$

где је  $\mu$  – коeficijent који зависи од облика предњег dela penetratora ( $\mu = 1/2$ , за предњи део у облику полусфере,  $\mu = \sin^2 \alpha$ , за коничан предњи део, где је  $\alpha$  – полугао конуса).

Sila otpora сабијању одређује се једноставно изразом:

$$\sigma = \sigma_0 \quad (15)$$

где је  $\sigma_0$  – највећи нормални напон при сабијању. Transformacijama leve стране почетне једначина (13) добија се диференцијална једначина кретања у првој фази чије решење, имајући у виду почетни услов  $x=0$ , има облик:

$$x = \left[ \left( \frac{\rho_0}{\rho_0 + \rho_0^2} \right)^{2+} \left( \frac{\rho_0^2 + \sigma_0}{\rho_0^2 (1 + \frac{1}{2})} \right) - \frac{\sigma_0}{\rho_0 (1 + \frac{1}{2})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Ovim је utvrđena аналитичка зависност  $x = f(\tau)$  која omogућава numeričко одređivanje времена trajanja пенетрације и ukupne сile otpora. Прва фаза се завршава реализацијом услова  $x = H$ , што доводи до започињања смicanja i promene zakona kretanja.

У фази формирања одсечка (друга фаза) закон кретања ефективне мase penetratora добија неколико модификован облик који, uz uvođenje sile smicanja:

$$= \pi \tau (-), \quad = - \quad (17)$$

pri čemu је  $\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma}$ ,  $\dot{\gamma} = /$ , dovodi до диференцијалне једначина:

$$\dot{x} = \frac{-1}{(\rho_0 + \rho_0^2)} \cdot \left[ \frac{5}{4} \rho_0^2 + \sigma_0 \left[ 1 - \left( \frac{-1}{\rho_0 + \rho_0^2} \right)^2 \right] + \pi (\tau_0 + \mu -) (-) \right] \quad (18)$$

која се решава numerički. У горњој једначini  $\tau$  је вредност kvazistacionarnog напона смicanja,  $\mu$  је коeficijent viskoznosti materijala препреke, dok је  $\gamma$  вредност угла klizanja. Druga фаза се завршава када efektivna masa penetratora досеже supротну površinu препреке,  $= 0$ , чиме је одсеčак потпуно formiran, te започиње njegovo istiskivanje.

У поседњој, трећој фази пенетрације (istiskivanje odsečka) posmatra се тело nepromenljive mase  $\rho = \rho_0 + \rho_0^2$ , чијем се кретању suprotstavlja само сила смicanja. Ако се уведе нова координата položaja vrha efektivne mase  $\tau$ , решење једначина кретања може да се добије у аналитичком облику:

$$= \dot{\tau} = \left( \tau_0 + \frac{\tau_0}{\mu} \right) \exp \left( -\frac{\mu}{\rho} \right) - \frac{\tau_0}{\mu} \quad (19)$$

Трећа фаза, односно цео процес пенетрације, завршава се када угao klizanja  $\gamma$  достigne kritičnu vrednost  $\gamma_c$ , tj. када се испуни услов:

$$= = \gamma_c \quad (20)$$

Процес, naravno, може бити окончан и на други начин – ако се било у којој фази реализује услов заустављања penetratora u preprenici,  $= 0$ .

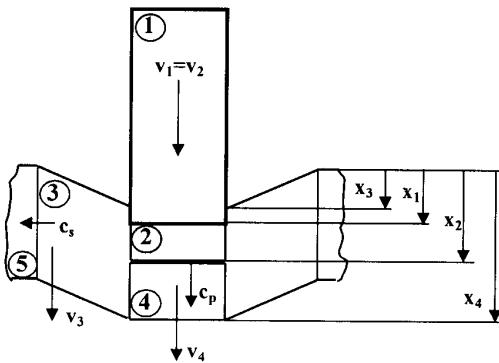
Овај teorijski pristup [6,7] подразумева кретање primarne i sekundarne zone препреке i razmatranje zнатно složenijih mehanizama пенетрације u односу на prethodno analizirane modele. Reč је, у овој, о višefaznom procesu u којем сабијање i смicanje материјала препреке имају ključnu ulogu. S obzirom na impulsnu prirodu opterećenja, smatra се да prostiranje деформација u материјалу препреке има talasni karakter.

Naponi pri impulsном opterećenju definisani su konstitutivnim једначинама:

$$\sigma = \frac{1}{1-\varepsilon} [\sigma_0 - \ln(1-\varepsilon)], \quad \tau = \tau_0 + \frac{1}{3} \gamma \quad (21)$$

где су:  $\sigma_0$  – kvazistatički normalni напон tečenja,  $\varepsilon$  – коeficijent ojačавања материјала препреке, а  $\tau$  – kvazistatički смичајни напон tečenja. Stvarna vrednost normalnog напона usled ograničenog širenja одређује се на основу зависности  $\sigma = \sigma_0$ . Brzina talasa смicanja има konstantnu vrednost  $\varepsilon^2 = (\partial \tau / \partial \gamma) / \rho = /3\rho$ , dok се prostiranje kompresionог talasa odvija promenljivom brzinom  $\gamma$ . Naime, usled diskontinuiteta vrednosti brzine i

deformacije u zoni sabijanja i nedeformisanoj zoni, prostiranje talasa sabijanja modelira se konceptom udarnog talasa.



Slika 4. Deformacione zone i geometrijska konfiguracija sistema penetrator - prepreka prema modelu deformacionih talasa

Tipičan izgled deformacionih zona, kao i geometrija sistema penetrator-prepreka predstavljeni su na sl.4. Zonu 1 predstavlja kruti penetrator; zonu 2 čini deformisani deo primarne oblasti prepreke - plastični udarni talas prošao je kroz ovu zonu i njena brzina je u toku celog procesa jednaka brzini penetratora; zonu 4 predstavlja nedeformisani deo primarne oblasti prepreke - njena dužina se smanjuje, a brzina povećava sve do izjednačavanja s brzinom u zoni 2, odnosno do okončanja formiranja odsečka. Zonu 3 čini sekundarni deo prepreke i njeno kretanje je posledica dejstva smičućih napona. Masa ove zone se povećava za sve vreme trajanja penetracije, usled širenja talasa smicanja, dok njena brzina najpre raste, da bi kasnije opadala do konačnog zaustavljanja. Zonu 5 čini preostali deo prepreke koji miruje i ne sudeluje u procesu penetracije. Prepostavlja se da se sve zone ponašaju kao kruta tela, u smislu da sve tačke iste zone (u istom trenutku) imaju jednaku brzinu. Primenom zakona o promeni količine kretanja i veze između pomeranja i deformacija, dobijaju se zavisnosti:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_1 - v_4}{\varepsilon}, \quad \varepsilon(\sigma_1 - \sigma_4) = \rho(v_1 - v_4)^2 \quad (22)$$

koje omogućavaju određivanje nepoznate deformacije  $\varepsilon$  i napona  $\sigma_1$ , odnosno  $\sigma_4$ , ukoliko su poznate brzine  $v_1$  i  $v_4$ .

Veličine  $v_1$ ,  $v_4$  i  $v_3$  predstavljaju pomeranje, brzinu i ubrzanje -te zone ( $= 1, 4$ ) i mere se u odnosu na nepokretni koordinatni sistem, tako da početni uslovi kretanja glase:

$$v_1 = 0, \quad v_4 = 1, \quad v_3 = 0, \quad v_2 = 0, \quad v_5 = 2, \quad v_6 = 4.$$

U osnovnom faznom toku, prva faza traje od početnog kontakta do trenutka u kojem zone 3 i 4 počinju da se kreću različitim brzinama. Kretanje pojedinih zona determinisano je silama usled sabijanja i smicanja materijala prepreke ( $\tau$  je merodavni dinamički napon smicanja), kao i "reaktivnom" silom usled transporta mase iz zone 2 u zonu 3. Jednačine kretanja u prvoj fazi imaju oblik:

$$\dot{v}_1 = -\frac{\sigma_1 + \rho(v_1 - v_4)^2 + 2\pi\tau(v_2 - v_1)}{\rho(v_2 - v_1)}$$

$$v_1 = v_2$$

$$\dot{v}_4 = \frac{\rho(v_1 - v_4)^2 + 2\pi\tau(v_2 - v_1) - 2\pi\tau(v_3 - v_4)}{\rho\pi^2 - \rho(v_2 - v_1)} \quad (23)$$

$$v_3 = v_4$$

i važe sve do odvajanja zone 4 od ostalog dela prepreke.

U drugoj fazi procesa tri zone imaju međusobno različite brzine, međutim, principijelno se ne pojavljuju nove sile, odnosno fizički procesi koji bi bitno promenili jednačine kretanja. Druga faza završava se zaustavljanjem kompresionog udarnog talasa, tj. realizacijom uslova  $v_1 = v_2$ , čime penetrator i odsečak počinju da se kreću kao jedno telo.

U poslednjoj, trećoj fazi, kretanju penetratora s potpuno formiranim odsečkom opire se samo sila smicanja, pa se proces sve do kraja jednostavno modelira, uz pretpostavku o plastičnom lomu koji se dogada pri potpunom istiskivanju odsečka, tj. kada se zadovolji uslov  $v_1 = v_2$ .

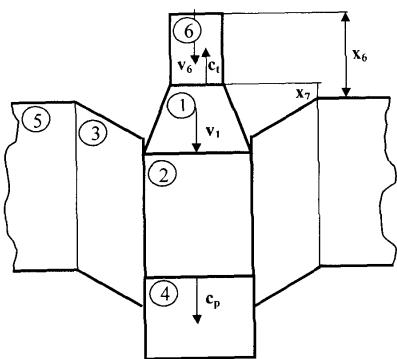
Važno je naglasiti da postoje i drugi, alternativni uslovi završetka pojedinih faza, odnosno složeniji "scenariji" procesa, koji se modeliraju na sličan način i detaljno su razrađeni u programskom rešenju.

Prethodna analiza podrazumevala je nedeformabilan (krut) penetrator. Međutim, model je moguće proširiti i na opšti slučaj (dp) [8]. Ako se pretpostavi da materijal penetratora podleže konstitutivnoj jednačini koja ima oblik (21), primenom zakona o promeni količine kretanja na delove penetratora i prepreke podvrgnute inicijalnoj deformaciji u trenutku kontakta, može se dobiti da stvarna, redukovana početna brzina penetracije ima vrednost:

$$\dot{v} = \frac{\rho(\sigma_1 + \sigma_4)}{1 + \sqrt{\rho(\sigma_1 + \sigma_4)}} \quad (24)$$

gde je  $\rho$  parametar zavisan od karakteristika materijala prepreke i penetratora (indeks 4).

Tipična geometrijska konfiguracija zona pri probijanju deformabilnim penetratorom predstavljena je na sl.5. Naime, u modelu sada figuriše nova zona 6 (definisana koordinatama  $v_5$  i  $v_6$ ), kao i kompresioni talas u materijalu penetratora čija je brzina  $v_6$ . U početnom trenutku je  $v_1 = v_2$ , a s obzirom da i za penetrator važe jednačine vezane za prostirajne udarnog talasa (analogno jednačinama (22)) moguće je odrediti inicijalnu deformaciju penetratora  $\varepsilon_0$ , odnosno uvećanu vrednost kontaktne površine između zona 1 i 2. Jednačine kretanja, uslovi završetka faza i fazni tok procesa penetracije određuju se analogno modelu s krutim penetratorom.

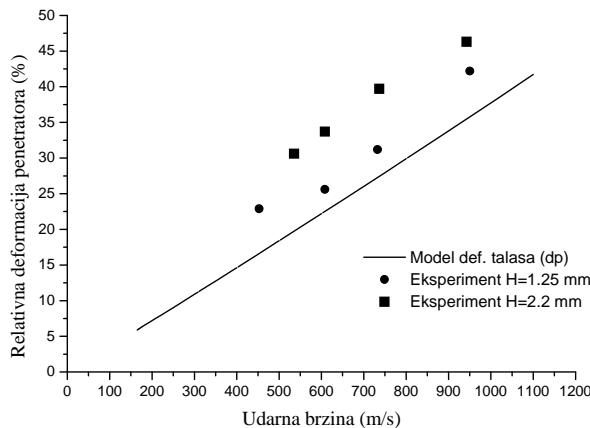


**Slika 5.** Penetracione zone prema modelu deformacionih talasa sa deformabilnim penetratorom

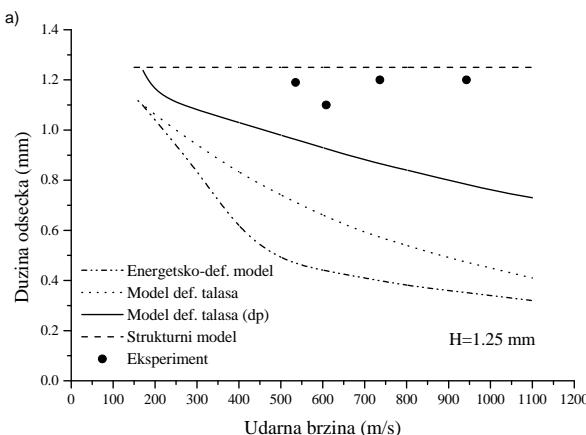
Svaki od prikazanih modela predstavlja dobru analitičku aproksimaciju određene klase problema penetracije tankih metalnih ploča. Računarski programi, koji su realizovani za svaki model, daju očekivano dobru reprodukciju rezultata iz literature. Za izvlačenje potpunijih zaključaka svakako je od interesa i komparacija sa novim, autentičnim eksperimentalnim rezultatima.

#### Poređenje eksperimentalnih i proračunskih rezultata

Relativno povećanje prečnika penetratora zavisno od udarne brzine predstavljeno je na sl.8. Jedini model koji ne podrazumeva krut penetrator je model deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom. Kvalitativno, s povećanjem udarne brzine relativna deformacija raste, pri čemu su



Slika 8. Relativna deformacija prečnika penetratora u funkciji udarne brzine

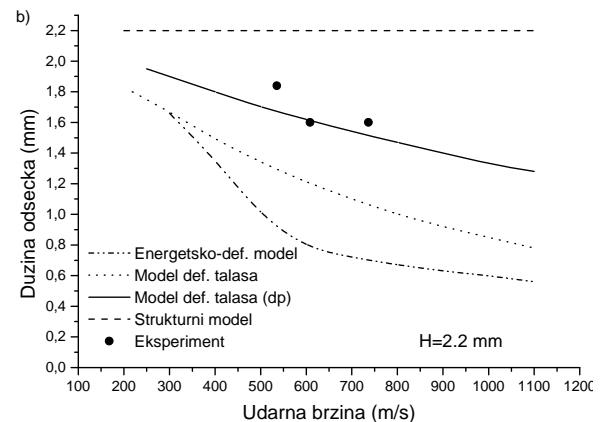


na debljinu prepreke. Očigledno je da bi modifikacija modela u smislu povećanja sile otpora prepreke (u slučaju deblje prepreke) doveo do smanjenja razlike između eksperimentalnih i proračunskih rezultata, kako u pogledu relativne deformacije, tako i u pogledu izlazne brzine.

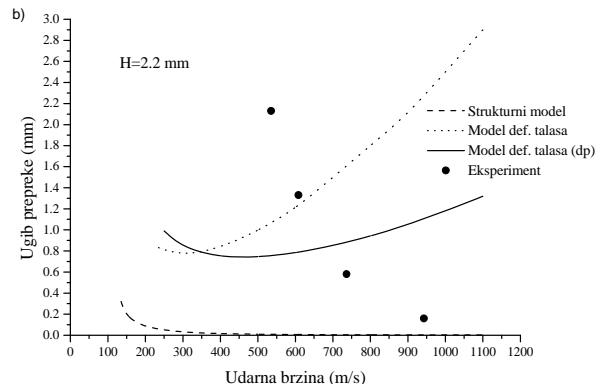
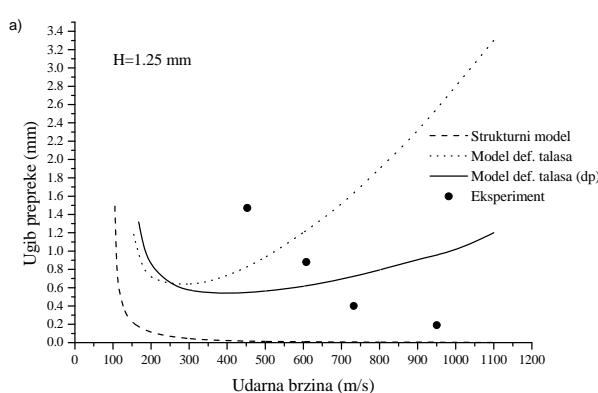
Dužina odsečka u funkciji udarne brzine penetratora, za tanju i deblju prepreku, data je na sl.9, (osim za trofazni model koji ovaj parametar koristi kao ulazni). Za obe debljine prepreke, eksperimentalni rezultati se nalaze između proračunskih procena koje slede iz strukturnog modela (koji prepostavlja da je debljina odsečka jednaka debljini prepreke) i modela deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom.

Najlošiji rezultati, čak i u kvalitativnom smislu, dobijaju se za vrednosti ugiba prepreke (sl.10). Eksperimentalni rezultati su očekivani, s obzirom da je reč o probijanju prepreke obodno ukrućene za nepokretni noseći ram. U ovom slučaju, smanjenje ugiba prepreke sa povećanjem udarne brzine predstavlja posledicu kratkog trajanja procesa penetracije, odnosno nemogućnosti da se sekundarna zona dovoljno proširi i deformiše. Da bi se ispravila ova nesaglasnost, neophodna je modifikacija analitičkih modela tako da se obezbedi uzimanje u obzir svih naprezanja u sekundarnoj zoni prepreke (smicanje, savijanje, istezanje).

Na osnovu iznesenog, jasno je da poređenje sa



Slika 9. Promena dužine odsečka za prepreku manje (a) i veće (b) debljine



Slika 10. Ugib tanje (a) i deblje (b) ploče u funkciji udarne brzine

proračunske vrednosti niže od eksperimentalnih. Osim toga, model daje istu vrednost relativne deformacije bez obzira

eksperimentalnim podacima favorizuje model deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom kao

najrelevantnije analitičko rešenje problema probijanja tankih metalnih ploča.

### **Modifikovani model penetracije**

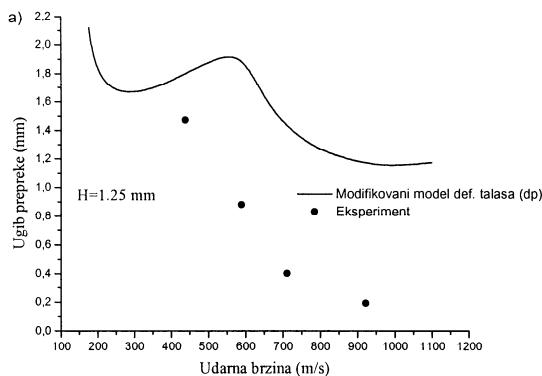
Radi dobijanja bolje saglasnosti između eksperimentalnih i proračunskih rezultata, potrebno je modifikovati model deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom. U osnovi, reč je o korekciji vrednosti faktora

kojim se uzima u obzir povećanje napona  $\sigma$  u materijalu prepreke usled prisustva okolnog materijala koji otežava

eksperimentu usvojene su vrednosti  $\alpha = 1.6$  i  $\beta = 3.7$ . Dakle, vrednost parametra najpre linearno raste sa povećanjem udarne brzine od nula do  $\approx 600$  m/s, da bi za veće udarne brzine bila konstantna.

Na sl.12 prikazane su zavisnosti izlazne brzine od udarne brzine penetratora prema modifikovanom modelu koji podrazumeva primenu izraza (25) i (26) za određivanje vrednosti parametra  $\alpha$ . Uočava se veoma dobro podudaranje eksperimentalnih i proračunskih rezultata, kako za tanju, tako i za deblju prepreku.

Relativna deformacija prečnika penetratora ostaje nepromenjena u odnosu na izvorni model (sl.8), dok su dužina odsečka i ugib prepreke u funkciji udarne brzine predstavljeni na slikama 12, odnosno 13. Proračunske vrednosti dužine odsečka na zadovoljavajućem nivou prate eksperimentalne rezultate. Najveća odstupanja su i dalje vezana za ugib prepreke, ali se može zaključiti da modifikovani model, u odnosu na izvorni, daje kvalitativno i kvantitativno znatno bolje rezultate.



Slika 14. Ugib odsečka u funkciji udarne brzine penetratora: a- prepreka debljine 1,25 mm, b- prepreka debljine 2,20 mm

### Zaključak

Prethodna razmatranja upućuju na sledeće zaključke:

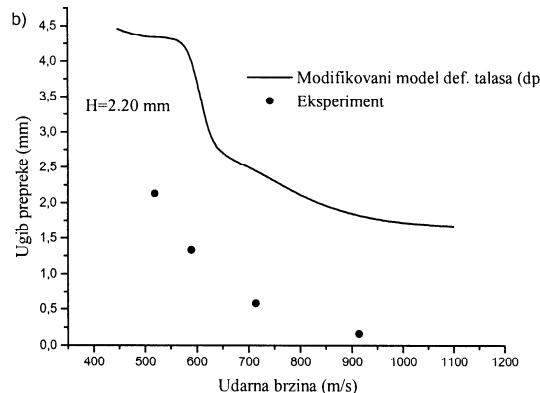
- Modeliranje procesa probijanja tankih metalnih ploča od velikog je praktičnog značaja, kako sa stanovišta optimalne konstrukcije projektila, tako i s aspekta pancirne zaštite. Analitički modeli ukazuju na suštinski važne mehanizme i pojave pri penetraciji, a kompjuterski programi za simulaciju probijanja, zasnovani na najrelevantnijim analitičkim pristupima, obezbeđuju proračun ključnih parametara procesa.
- Komparacija eksperimentalnih i proračunskih rezultata ukazuje na zadovoljavajući nivo saglasnosti i upućuje na model deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom kao nejfekasniji.
- Dobijeni rezultati omogućavaju sagledavanje prednosti i

nedostataka svakog od modela, njihovo modifikovanje i kombinovanje, kao i kreiranje poboljšanog analitičkog modela.

- Korekcijom faktora kojima se uzima u obzir uticaj otežanog širenja, odnosno sabijanja odsečka, realizovana je modifikacija modela deformacionih talasa s deformabilnim penetratorom koja, u kvalitativnom i kvantitativnom smislu, daje znatno bolje rezultate i predstavlja poboljšanje izvornog modela.

### Literatura

- [1] BACKMAN,M.E., GOLDSMITH,W. The mechanics of penetration of projectiles into targets. 1978, vol.10, pp.1-99.
- [2] WOODWARD,R.L., DE MORTON,M.E. Penetration of targets by flat-ended projectiles. 1976, vol.18, pp.119-127.
- [3] WOODWARD,R.L. A structural model for thin plate perforation by normal impact of blunt projectiles 1987, vol.6, no.2, pp.129-140.
- [4] AWERBUCH,J., BODNER,S.R. Analysis of the mechanics of perforation of projectiles in metallic plates. 1974, vol.10, pp.671-684.
- [5] AWERBUCH,J., BODNER,S.R. Experimental investigation of nor-



mal perforation of projectiles in metallic plates. 1974, vol.10, pp.685-699.

- [6] LISS,J., GOLDSMITH,W., KELLY,J.M. A phenomenological penetration model of plates. 1983, vol.1, no.4, pp.321-341.
- [7] JENQ,S.T., GOLDSMITH,W. Effect of target bending in normal impact of a flat-ended cylindrical projectile near the ballistic limit. 1988, vol.24, no.12, pp.1243-1266.
- [8] LISS,J., GOLDSMITH,W. Plate perforation phenomena due to normal impact by blunt cylinders. 1984, vol.2, no.1, pp.37-64.
- [9] JARAMAZ,S., MICKOVIĆ,D. Č. Č. Int. dok. TR-171/2000, Institut za vojno mašinstvo, Beograd, 2000.

Rad primljen: 23.1.2002.god.

## Analytical models of metal plate penetration using the kinetic penetrator

The process of penetrating thin metal plates with a flat-head cylindrical penetrator has been described as well as the most important analytical models of penetration, paying particular attention to predefined requirements, basic process mechanisms and key analytical relations necessary for the realization of appropriate computer programs. The values obtained by calculations have been compared with the results of the authors' experiment. The comparative analysis shows a significant accordance of the penetration process basic parameters but it also points out certain constraints of analytical models. The model of deformation waves with a deformable penetrator is concluded to present the best analytical approximation of the penetration process. Its modification resulted in an improved penetration model.

: penetration, section forming, plastic deformation, analytical model, experimental research.

# **Modèles analytiques de pénétration des plaques de métal par le pénétrateur cinétique**

Le procédé de pénétration des plaques minces de métal par le pénétrateur à tête plate est traité aussi bien que les modèles analytiques de pénétration les plus importantes mettant l'accent sur les critères déterminés d'avance, les mécanismes fondamentaux du procédé et les relations analytiques nécessaires pour la réalisation des programmes d'ordinateur adéquats. Les valeurs obtenues sont comparées aux résultats de l'essai des auteurs. L'analyse comparative relève la concordance considérable des paramètres principaux du procédé de pénétration mais aussi les limitations des modèles analytiques. Le modèle des ondes de déformation à pénétrateur déformable se présente comme la meilleure approximation analytique du procédé de pénétration. La modification a donné le modèle de pénétration amélioré.

pénétration, formation du section, déformation plastique, modèle analytique, recherche expérimentale.