

Primena teorije kompleksnih slučajnih funkcija u oceni kvaliteta kumulativnih punjenja

Dr Marinko Ugrčić, dipl.inž.¹⁾

Rad prikazuje metodu ispitivanja probojnosti kumulativnih punjenja bez korišćenja pancirne mete, zasnovanu na primeni teorije kompleksnih slučajnih funkcija i tehnici ultrabrze rendgenografije. Predložena metoda je primenjena na primeru provere probojnosti kumulativnog punjenja kalibra 90 mm. Pored provere probojnosti, pokazano je da metoda omogućava i donošenje pouzdane ocene kvaliteta ove vrste bojnih glava.

Ključne reči: fizika eksplozije, kumulativno punjenje, kumulativni mlaz, probojnost, provera kvaliteta, rendgenografija, kompleksne slučajne funkcije.

Korišćene oznake i simboli

d	– kalibar	$z(t), z'(t)$	– konkretna realizacija slučajne funkcije u centrira-nom, odnosno početnom koordinatnom sistemu
$D_{ z }(t)$	– disperzija slučajne funkcije	$\Delta l(i)$	– dužina i -tog elementa kumulativnog mlaza
i	– numerator za redni broj vremenskog koraka	ρ_m	– gustina materijala kumulativne obloge, odnosno kumulativnog mlaza
j	– numerator za redni broj eksperimenta, odnosno kumulativnog punjenja	ρ_p	– gustina materijala prepreke
k, l	– pomoćni numeratori za redni broj vremenskog koraka	$\sigma_{ z }(t)$	– standardna devijacija slučajne funkcije
$K_{ z }(t, t')$	– korelaciona funkcija		
L_k	– rastojanje kumulativnog punjenja od kompleksne ravni (dužina balističke kape)		
$m_x(t)$	– matematičko očekivanje slučajne funkcije po x koordinati		
$m_y(t)$	– matematičko očekivanje slučajne funkcije po y koordinati		
$m_z(t)$	– matematičko očekivanje slučajne funkcije		
n	– ukupni broj konkretnih realizacija slučajne funkcije (broj eksperimenata)		
N	– ukupni broj vremenskih koraka		
p	– slučajna veličina, odnosno probojnost kumulativnog punjenja		
R_{kr}	– kritični prečnik		
$r_{ z }(t, t')$	– normirana korelaciona funkcija		
t, T	– nezavisno promenljiva (vreme), ukupno vreme prodiranja kumulativnog mlaza		
x, iy	– koordinate kontaktne tačke u centriranom koordinatnom sistemu		
X, iY	– koordinate slučajne funkcije u centriranom koordinatnom sistemu		
x', iy'	– koordinate kontaktne tačke u početnom koordinatnom sistemu		
X', iY'	– koordinate slučajne funkcije u početnom koordinatnom sistemu		
x_0, iy_0	– koordinate centra pogodaka u pojedinačnoj realizaciji slučajne funkcije		
$Z(t), Z'(t)$	– slučajna funkcija u centriranom, odnosno početnom koordinatnom sistemu		

Uvod

RAZVOJ savremenih oklopnih sredstava nametnuo je zahtev za osvajanjem kumulativne municije velike probojne moći, od 700 mm do 1200 mm ekvivalentne debljine homogenog pancirnog čelika. Ispitivanje probojnosti standardizovanim metodama na homogenoj pancirnoj meti (puna destruktivna metoda) iziskuje veliki utrošak pancirnog čelika za izradu mete.

Troškovi ispitivanja pri redovnom serijskom prijemu serijski proizvedene kumulativne municije, u kojima najveći udeo imaju upravo materijalni troškovi za izradu mete, znatno opterećuju jediničnu cenu municije. Jedna od mogućnosti u rešavanju uočenog problema je uvođenje ekvivalentne mete rastresitog tipa (npr. trostruka NATO meta) ili kompozitnog tipa (meta kombinovana od različitih materijala). S obzirom na velike troškove ovakvog postupka, od praktičnog su interesa i druge, jeftinije i manje zametne metode. Tu mogućnost predstavlja metoda korišćenja rezultata određenog eksperimentalnog postupka i njihova teorijska interpretacija radi predviđanja probojnosti eksplozivnog kumulativnog punjenja bez korišćenja realne pancirne mete, odnosno ekvivalentne mete rastresitog tipa.

Rad je urađen sa idejom da se pokuša definisanje nove metodologije ispitivanja kvaliteta eksplozivnih kumulativnih punjenja, posebno interesantnih za punjenja municije velikog kalibra (preko 120 mm), radi smanjenja troškova završnog ispitivanja pri prijemu serijski proizvedenih punjenja.

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

Rešenje je traženo kroz studiju kuplovane teorijsko-eksperimentalne metode ispitivanja probojnosti kumulativnih punjenja bez korišćenja pancirne mete (poludestruktivna metoda). Teorijsko-eksperimentalna metoda za ispitivanje probojnosti i kvaliteta kumulativne municije velikog kalibra zasnovana je na primeni teorije kompleksnih slučajnih funkcija u numeričkoj obradi eksperimentalnih podataka dobijenih tehnikom ultrabrzne rendgenografije.

Teorijski pristup problemu

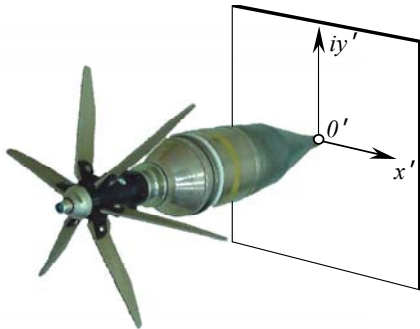
S aspekta probojnosti, pored brzine mlaza najbitniji parametar je stabilnost mlaza. Stabilnost mlaza, u kinematskom smislu [1], podrazumeva takvo kretanje mlaza duž zamišljene trajektorije (osa simetrije punjenja) kod koga je radijalno skretanje elemenata mlaza od trajektorije ograničeno na nivo koji ne ugrožava probojnost. U slučajevima izražene nestabilnosti kumulativnog mlaza, radijalna skretanja elemenata su toliko velika da dolazi do izostajanja sukcesivnog prodiranja kroz prepreku, a time i do pada ukupne dužine probijanja.

Za analizu i ocenu stabilnosti kumulativnog mlaza pogodnom se pokazala primena teorije kompleksnih slučajnih funkcija [2].

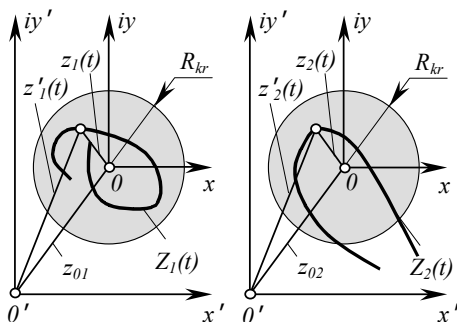
Ukoliko u nivou čeonu površine mete smeštene na rastojanju L_k (dužina balističke kape), postavimo referentnu kompleksnu ravan (x', iy'), sl.1, kontaktne tačke kumulativnog mlaza i kompleksne ravni tokom vremena t opisati određenu krivu liniju (hodograf kontaktne tačke) koja se može izraziti kompleksnom funkcijom $z'(t)$:

$$z'(t) = x'(t) + iy'(t) \quad (1)$$

Svakom dejstvu kumulativnog punjenja, odnosno kumulativnog mlaza, odgovara konkretna realizacija hodografa kontaktne tačke $z'(t)$, koja je slučajnog karaktera (sl.2). Tako se dalje razmatranje može uopštiti uvođenjem kompleksne slučajne funkcije $Z'(t)$, čija će svaka konkretna realizacija biti obeležena sa $z'(t)$.



Slika 1. Kumulativni projektil postavljen vrhom u centar kompleksne ravni



Slika 2. Hodografi stabilnog (levo) i nestabilnog kumulativnog mlaza (desno)

Radi dalje analize i ocene stabilnosti kumulativnog mlaza potrebno je odrediti koordinatni početak: centar pogotka θ (x_0, iy_0) sl.2, centriranog referentnog koordinatnog sistema (x, iy) za svaku konkretnu slučajnu funkciju $Z'(t)$. Koordinate tačke θ (x_0, iy_0) određene su jednačinama:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (2)$$

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \quad (3)$$

gde je N - broj vremenskih koraka, $i=1,2,3,\dots,N$.

U centriranom koordinatnom sistemu hodograf kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ ima oblik:

$$Z(t) = Z'(t) - Z_0 = (X' - X_0) + i(Y' - Y_0) \quad (4)$$

Ako je funkcija $Z(t)$ poznata, kriterijum za ocenu stabilnosti kumulativnog mlaza definiše se na sledeći način:

a) Kumulativni mlaz je stabilan ako je hodograf kontaktne tačke smešten u krugu poluprečnika R_{kr} , što se može matematički izraziti jednačinom:

$$|Z(t)| \leq R_{kr} ; \quad \text{za } \forall t \in [0, T] \quad (5)$$

i znači da je modul slučajne funkcije u svakom trenutku manji od R_{kr} (hodograf $Z_1(t)$, na sl.2).

b) Kumulativni mlaz je nestabilan ako se hodograf kontaktne tačke jednim delom nalazi izvan kruga poluprečnika R_{kr} (hodograf $Z_2(t)$ na sl.2):

$$|Z(t)| > R_{kr} ; \quad \text{za } t \in [0, T] \quad (6)$$

Moduo kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ izračunava se na osnovu jednačine:

$$|Z(t)| = \sqrt{|X(t)|^2 + |Y(t)|^2} \quad (7)$$

Za analizu i ocenu kvaliteta kumulativnih punjenja potrebno je odrediti matematičko očekivanje $m_x(t)$, $m_y(t)$ i $m_z(t)$, slučajnih funkcija $X(t)$, $Y(t)$ i kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$. Matematička očekivanja ovih funkcija se određuju pomoću jednačina:

$$m_x(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (8)$$

$$m_y(t) = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \quad (9)$$

$$m_z(t) = m_x(t) + m_y(t) \quad (10)$$

Nastavak obrade podataka obuhvata određivanje korelacione matrice sistema slučajnih veličina $|Z_1(t)|$, $|Z_2(t)|, \dots, |Z_n(t)|$, definisane vrednostima korelacione funkcije $K_{|z|}(t, t')$. Vrednosti funkcije $K_{|z|}(t, t')$ određuju se prema obrascu:

$$K_{|z|}(t_k, t_l) = \left[\frac{\sum_{j=1}^n |Z_j(t_k)| |Z_j(t_l)|}{n} - m_{|z|}(t_k) m_{|z|}(t_l) \right] \frac{n}{n-1} \quad (11)$$

gde je n - broj realizacija (eksperimenata), $j=1,2,3,\dots,n$ i $k=l=1,2,3,\dots,N$.

Treba naglasiti, da elementi glavne dijagonale korelacione matrice $K_{|z|}(t, t')$ predstavljaju vrednosti disperzije $D_{|z|}(t)$.

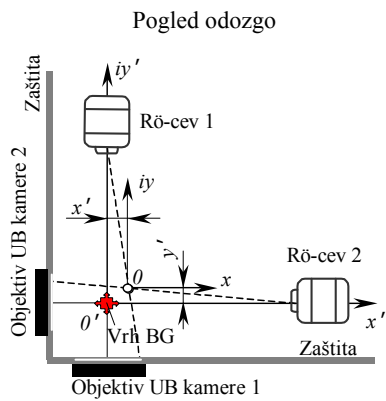
Konačno, znajući vrednosti korelacione matrice $K_{|z|}(t, t')$ i disperzije $D_{|z|}(t)$ može se odrediti matrica normirane korelacione funkcije $r_{|z|}(t, t')$ na osnovu jednačine:

$$r_{|z|}(t, t') = \frac{K_{|z|}(t, t')}{\sigma_{|z|}(t)\sigma_{|z|}(t')} = \frac{K_{|z|}(t, t')}{\sqrt{D_{|z|}(t)D_{|z|}(t')}} \quad (12)$$

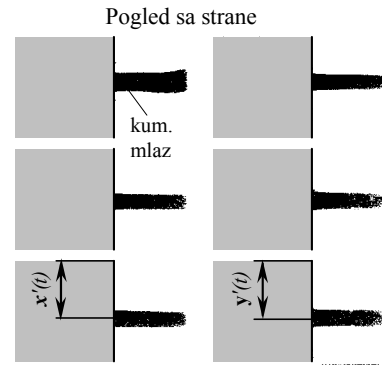
Eksperimentalni pristup problemu

Izloženi teorijski pristup, odnosno njegova praktična primena zahteva određene eksperimentalne podatke do kojih se dolazi odgovarajućom metodom ispitivanja. Ispitivanja i obrada podataka omogućuju da se, pored određivanja probojnosti kumulativnog punjenja, stekne i uvid o stepenu stabilnosti mlaza što je ujedno pokazatelj kvaliteta proizvedene kumulativne municije.

Da bi se odredile koordinate $X'(t)$, $Y'(t)$ kompleksne slučajne promenljive $Z'(t)$ u konkretnim realizacijama (pojedinačna dejstva kumulativnih punjenja) iskorišćena je metoda ultrabrzne rendgenografije (sl.3). Ovom metodom moguće je snimiti pojavu u više kadrova (do 24), sl.4 [3].



Slika 3. Registrovanje hodografa kontaktne tačke rendgenografskom metodom



Slika 4. Serija kadrova kumulativnog mlaza dobijena UB rendgenografijom

Korišćenjem odgovarajućeg softvera za digitalnu obradu slike, s registrovanih snimaka određuju se koordinate kontaktne tačke $X'_j(t), Y'_j(t)$ za svaku od $j=1, n$ konkretnih realizacija kompleksne slučajne funkcije.

S poznatim vrednostima koordinata kontaktne tačke (x'_j, iy'_j) proračun parametara za ocenu kvaliteta kumulativnog punjenja izvodi se korišćenjem sistema jednačina (2-12).

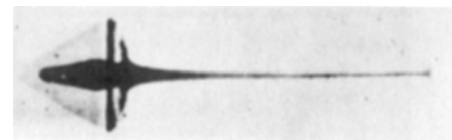
Da bi se na osnovu dobijenih eksperimentalnih podataka odredila probojnost kumulativnog punjenja p , koristi se dobro poznata jednačina hidrodinamičke teorije penetracije mlaza [4,5,6]:

$$p = \sum_{i=1}^N \Delta p(i) = \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_p}} \Delta l(i) = \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_p}} N \Delta l \quad (13)$$

gde su: ρ_m - gustina mlaza, ρ_p - gustina prepreke, $\Delta l(i)$ - dužina i -tog elementa mlaza.

Ukoliko je kumulativno punjenje urađeno kvalitetno tada je $i=N$ konstantno, dok je za loša kumulativna punjenja i promenljivo i uvek $i < N$.

Na kraju, pre konačnog definisanja operatora koji treba primeniti nad eksperimentalnim podacima (hodografi kontaktne tačke), potrebno je odrediti vrednost kritičnog prečnika R_{kr} , iznad koje se ne bi smele naći vrednosti modula kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ u svakoj konkretnoj realizaciji. Naime, za $|Z(t)| > R_{kr}$ kumulativni mlaz je nestabilan (sl.5) i taj element mlaza, kako je napred naglašeno, ne učestvuje u povećanju ukupne dužine probijanja.



Stabilan kumulativni mlaz



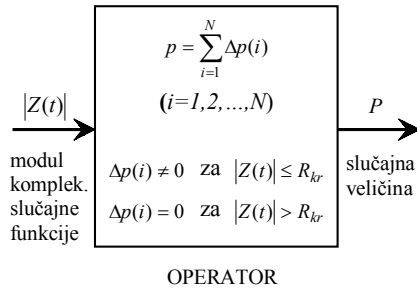
Izrazito nestabilan kumulativni mlaz

Slika 5. Rendgenografski snimci stabilnog i nestabilnog mlaza [3,7]

U prvoj približnosti za vrednost R_{kr} može da se usvoji maksimalna vrednost poluprečnika kumulativnog mlaza u trenutku probijanja kao konstantna vrednost:

$$R_{kr} \cong \frac{d_{\max}}{2} = \text{const.} \quad (14)$$

Sada su pripremljeni svi elementi za definisanje operatora kojim se modul kompleksne slučajne funkcije $|Z(t)|$ transformiše u slučajnu veličinu p . Šema operatora prikazana je na sl.6.



Slika 6. Šematski prikaz operatora transformacije kompleksne slučajne funkcije

Mogućnosti predložene metode ilustrovane su na primeru kumulativnog punjenja municije kalibra 90 mm. Svi podaci neophodni za rad prikazani su u tabeli 1.

Tabela 1. Osnovni podaci o kumulativnom punjenju i eksperimentu

Red. broj	Karakteristika (oznaka)	Vrednost
1.	Kalibar (d)	90 mm
2.	Gustina mlaza - bakar (ρ_m)	8.9 g/cm ³
3.	Gustina prepreke - čelik (ρ_p)	7.85 g/cm ³
4.	Dužina balističke kape (L_k)	270 mm (3 kalibra)
5.	Kritični radijus (R_{kr})	6 mm
6.	Broj eksperimenata (n)	10
7.	Broj snimljenih kadrova (N)	12

Tabela 2. Matrica korelacione funkcije $K_{|z|}(t, t')$

t, t' (μs)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}
t'_1	0.004	0.014	0.016	0.013	0.020	0.030	0.006	0.019	-0.099	-0.006	0.158	0.150
t'_2		0.053	0.061	0.063	0.033	0.089	0.059	0.112	0.240	0.154	0.449	0.386
t'_3			0.081	0.084	0.099	0.096	-0.008	-0.006	-0.098	-0.051	0.454	0.339
t'_4				0.174	0.190	0.199	-0.032	-0.107	0.076	-0.351	0.590	0.271
t'_5					0.272	0.343	0.153	0.114	0.323	-0.053	1.136	0.591
t'_6						0.562	0.430	0.472	0.522	0.196	1.996	1.818
t'_7							0.947	1.034	0.853	1.387	1.964	1.538
t'_8								1.826	2.124	3.027	2.522	2.459
t'_9									3.404	4.587	2.154	1.694
t'_{10}										8.460	1.977	2.543
t'_{11}											8.610	6.238
t'_{12}												6.168

Tabela 3. Matrica normirane korelacione funkcije $r_{|z|}(t, t')$

t, t' (μs)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}
t'_1	1.000	0.962	0.889	0.493	0.606	0.633	0.097	0.220	-0.848	-0.033	0.851	0.955
t'_2		1.000	0.931	0.656	0.275	0.516	0.263	0.360	0.565	0.230	0.665	0.675
t'_3			1.000	0.708	0.667	0.450	-0.029	-0.016	-0.187	-0.062	0.544	0.480
t'_4				1.000	0.873	0.636	-0.079	-0.190	0.099	-0.289	0.482	0.262
t'_5					1.000	0.877	0.301	0.162	0.336	-0.035	0.742	0.456
t'_6						1.000	0.589	0.466	0.377	0.090	0.907	0.976
t'_7							1.000	0.786	0.476	0.490	0.688	0.636
t'_8								1.000	0.852	0.770	0.636	0.733
t'_9									1.000	0.855	0.398	0.370
t'_{10}										1.000	0.232	0.352
t'_{11}											1.000	0.856
t'_{12}												1.000

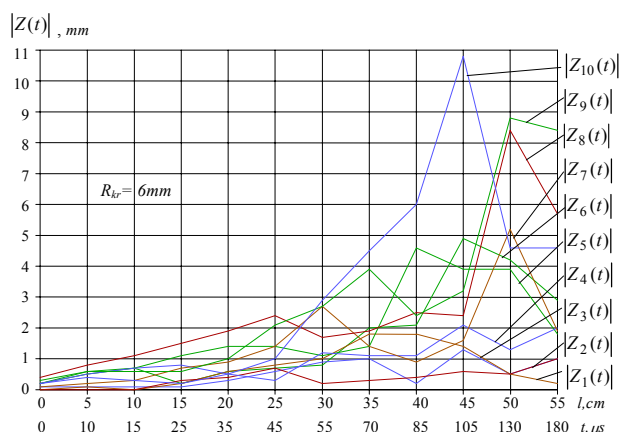
U radu su prikazani i ukratko komentarisani osnovni rezultati dobijeni obradom eksperimentalnih podataka [8,9] i rezultata numeričke analize [10] u kojoj je korišćena predložena metoda.

Grafički ilustrovana promena modula kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ za deset konkretnih realizacija u funkciji vremena t , odnosno u funkciji dužine mlaza l (u ovom slučaju posmatrane tačke su ekvidistantne), prikazana je na sl.7.

Na dijagramu se može uočiti da se kod određenog broja kumulativnih punjenja pojavljuju elementi mlaza za koje važi $|Z(t)| > R_{kr}$, što znači da je kod njih prisutna nestabilnost iznad dozvoljene granice.

Matrica korelacione funkcije $K_{|z|}(t, t')$ je data u tabeli 2. U glavnoj dijagonali korelacione matrice (tabela 2-boldovano) stoje vrednosti disperzije $D_{|z|}(t)$, koja u fizičkom smislu predstavlja meru odstupanja elemenata mlaza od idealne trajektorije, u ovom slučaju uzdužne ose simetrije kumulativnog punjenja. Matrica normirane korelacione funkcije $r_{|z|}(t, t')$ je prikazana u tabeli 3.

Analizirajući elemente glavne dijagonale matrice korelacione funkcije $K_{|z|}(t, t')$ može se zaključiti, da disperzija modula kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ vremenom raste, što praktično znači, da je rasturanje elemenata mlaza, odnosno stepen nestabilnosti izraženiji bliže njegovom kraju.



Slika 7. Promena modula kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ za deset konkretnih realizacija u funkciji dužine mlaza l , odnosno u funkciji vremena t

Analiza matrice normirane bezdimenzionalne korelacione funkcije $r_{|z|}(t, t')$ je od posebnog interesa, jer se na osnovu nje može doneti pouzdana ocena kvaliteta proizvedene serije kumulativne municije i to na sledeći način:

- ukoliko su elementi normirane korelacione funkcije $r_{|z|}(t, t')$ po apsolutnoj vrednosti bliži jedinici onda je i korelaciona zavisnost između pojedinačnih realizacija kompleksne slučajne funkcija jača (za $r_{|z|}(t, t') > 0,9$ bliska funkcionalnoj vezi), što praktično znači da su devijacije stvarne trajektorije elemenata kumulativnog mlaza manje, odnosno da je kvalitet ispitivane serije kumulativne municije bolji i
- ukoliko su elementi normirane korelacione funkcije $r_{|z|}(t, t')$ znatno manji od jedinice ($r_{|z|}(t, t') \ll 0,6$ upućuje na slabu ili nikakvu korelaciju), što znači da su devijacije stvarne trajektorije elemenata kumulativnog mlaza izraženije, a samim tim kvalitet ispitivane serije kumulativne municije je lošiji.

Koristeći eksperimentalne podatke dobijene u $n=10$ konkretnih realizacija kompleksne slučajne funkcije $Z(t)$ i primenjujući na njih operator transformacije (sl.6), može da se odrediti probojnost ispitivanog broja kumulativnih punjenja (tabela 4).

Tabela 4. Probajnost ispitivanog uzorka kumulativnih punjenja

Broj kumulativnog punjenja, j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probojnost, p (mm)	587	587	587	587	587	587	587	507	480	490

Kako je prijemna probajnost za kumulativno punjenje 90

mm jednaka $p = \min.550$ mm, to bi uz pretpostavku da analizirani eksperimentalni podaci predstavljaju uzorak uzet iz serije proizvedene kumulativne municije, rezultati provere probajnosti dobijeni predloženom metodom i prikazani u tabeli 4 (3 zadora $\leftrightarrow p < 550$ mm) bili nezadovoljavajući. Prema domaćem, važećem propisu za određivanje kvaliteta kumulativne municije, zahtevalo bi se ponavljanje opita radi donošenja konačne ocene o valjanosti konkretne ispitivane serije.

Zaključak

Na osnovu rezultata analize izvršene u ovom radu može se zaključiti sledeće:

- određivanje probajnosti kumulativne municije, a time i njen serijski prijem su mogući i bez primene skupih homogenih meta od pancirnog čelika koje se koriste u redovnom serijskom prijemu ove vrste municije;
- predložena metoda, pored toga, omogućuje donošenje pouzdane ocene o kvalitetu proizvedene kumulativne municije, čime se "rizik" kupca svodi na najmanju moguću meru.

Radi daljeg usavršavanja i verifikacije predložene metode, neophodno je izvršiti više serija eksperimenata koji bi u potpunosti definisali metodologiju UB rendgenografije i precizno odredili vrednost kritičnog prečnika. Takođe i usa-vršavanje u teorijskom delu zahteva izradu novog ili adaptaciju postojećih softvera za numeričku obradu slike.

Literatura

- [1] UGRČIĆ, M. *Aktivni devijatori kao korektori detonacionog talasa u savremenim konstrukcijama kumulativnih punjenja*. Magistarska teza, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1991.
- [2] VENTCELJ, E.S. *Teorija verovatnošteg*. Moskva, Nauka, 1971.
- [3] WALTERS, W.P., ZUKAS, J.A. *Fundamentals of shaped charges*, A Wiley-Interscience Publication. John Wiley and Sons, New York, 1989.
- [4] STAMATOVIĆ, A. *Konstruisanje projektila*. Ixexy, Beograd, 1996.
- [5] DEFURNEAUX, M. *Theorie hydrodynamique des charges creuses et de la penetration des jets*. ENSTA, Paris, 1983.
- [6] STANJUKOVIĆ, K.P. *Fizika vzriva*, drugo prerađeno izdanje. Moskva, 1975.
- [7] UGRČIĆ, M. *Prilog teoriji interakcije eksplozivnog oklopa i kumulativnog projektila*, Doktorska disertacija, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1995.
- [8] NICKOLSON, J.S. *A simple model for predicting shaped charge jet lateral velocity vectors resulting from asymmetric line collapse*. 11th International Symposium on Ballistics, Bruxelles, (112-123), 1989.
- [9] UGRČIĆ, M. *Studija mogućnosti primene teorije kompleksnih slučajnih funkcija u određivanju probajnosti i kvaliteta kumulativne municije*. Int.dok., VTI-02-01-0517, Vojnotehnički institut VJ, Beograd, 1995.
- [10] UGRČIĆ, M. *Studija mogućnosti primene teorije kompleksnih slučajnih funkcija u određivanju probajnosti kumulativnih punjenja*. Projektni rad, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1990.

Rad primljen: 30.4.2002.god.

