

UDK: 623.52(047)=861  
 COSATI: 19-04, 09-02, 14-02

## Primena dvofaznog modela u rešavanju unutrašnjebalističkih problema

Dr Dejan Micković, dipl. inž.<sup>1)</sup>  
 Dr Slobodan Jaramaz, dipl. inž.<sup>1)</sup>

Prikazan je teorijski model dvofaznog strujanja granularnog baruta i produkata njegovog sagorevanja u cevi oruđa tokom kompletnog unutrašnjebalističkog ciklusa municije čije se barutno punjenje pripaljuje pomoću plamenika. Teorijski model obuhvata jednačine održanja mase, količine kretanja i energije obe faze, kao i neophodne konstitutivne zakone. Interakcija strujanja u plameniku i u barutnoj komori obezbeđena je ugradnjom dvofaznog modela funkcionisanja plamenika. Oformljena je konvergentna, bezuslovno stabilna numerička procedura za rešavanje jednačina teorijskog modela. Razvijen je originalni postupak kombinovane adaptacije numeričke mreže kod povećavanja strujne oblasti usled kretanja projektila u cevi oruđa. Formirano je programsko rešenje DVUM za proračun kompletnog unutrašnjebalističkog ciklusa. Verifikacija modela izvršena je na osnovu eksperimentalnih rezultata dobijenih pri opaljenjima iz topa 100 mm. Prikazani su rezultati proračuna nekih značajnih parametara koji se ne mogu izmeriti. Predstavljeni model omogućuje uspešnije rešavanje mnogih unutrašnjebalističkih problema.

*Ključne reči:* unutrašnja balistika, barutno punjenje, dvofazno strujanje, kompjuterski program, teorijski model, eksperimentalno istraživanje.

### Korišćene oznake i simboli

$a$	– koeficijent u zakonu sagorevanja baruta,	$P_b$	– intergranularni napon,
$a_r$	– referentna brzina zvuka,	Pr	– Prandtlov broj,
$A_{ist}$	– površina bočnih otvora plamenika,	$q$	– interfazni prenos toplote,
$A_{pb}$	– površina granice dodira između faza,	$R$	– univerzalna gasna konstantna ( $R = 8.3144 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ),
$b$	– koeficijent u zakonu sagorevanja baruta,	$R_b$	– zapreminski udeo čvrste faze,
$C_b$	– specifična toplota baruta,	$R_b^*$	– "senka" zapreminskog udela čvrste faze,
$d_b$	– prečnik granule (barutnog zrna),	Re	– Rejnoldsov broj,
$D_b$	– efektivni prečnik barutnog zrna,	$S_b$	– površina barutnog zrna,
$F$	– sila interfaznog trenja,	$S_c$	– površina poprečnog preseka cevi,
$h_b$	– koeficijent prenosa toplote čvrste faze,	$t$	– vreme,
$h_g$	– koeficijent prenosa toplote gasne faze,	$t_{pp}$	– vreme rada plamenika,
$h_{s,b}$	– toplota sagorevanja baruta,	$T_b$	– temperatura baruta,
$G$	– "zapreminska" greška kontinuiteta,	$T_g$	– temperatura gasa,
$H_g$	– totalna entalpija gasa,	$T_{pb}$	– temperatura površine barutnog zrna,
$H_b$	– totalna entalpija barutnih zrna,	$u$	– trenutna brzina sagorevanja baruta,
$H_{g,ist}$	– totalna entalpija gasova koji utiču kroz bočne otvore plamenika,	$V_g$	– brzina gasa,
$\dot{m}$	– brzina stvaranja gasova u kontrolnoj zapremini,	$V_b$	– brzina baruta,
$\dot{m}_{g,ist}$	– maseni protok gasova kroz bočne otvore plamenika,	$V_{pr}$	– brzina projektila,
$m_{pr}$	– masa projektila,	$\bar{W}_{KZ}$	– kontrolna zapremina,
$M$	– molarna masa barutnih gasova,	$W_b$	– zapremina barutnog zrna,
$n$	– eksponent u zakonu sagorevanja baruta,	$X_{pr}$	– koordinata trenutnog položaja projektila,
Nu	– Nuseltov broj,	$\alpha$	– kovolumen barutnih gasova,
$p$	– pritisak,	$\varepsilon$	– zapreminski udeo gasne faze,
$p_m$	– maksimalni pritisak barutnih gasova,	$\phi_b$	– koeficijent emisivnosti baruta
$p_{tr}$	– pritisak trenja pri kretanju projektila kroz cev oruđa,	$\kappa$	– koeficijent izentropskog širenja gasova,
$p_{pl}$	– pritisak u plameniku,	$\lambda_g$	– koeficijent toplotne provodljivosti gasa,
		$\mu_g$	– koeficijent dinamičke viskoznosti gasova,

<sup>1)</sup> Mašinski fakultet, 11000 Beograd, 27 marta 80

- $\rho_g$  – gustina gasa,  
 $\rho_b$  – gustina baruta,  
 $\sigma$  – Stefan-Boltzmanova konstanta  
 ( $\sigma = 5.6692 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$ )

### Uvod

MODELIRANJE unutrašnjebalističkog ciklusa na osnovu dvofaznog strujanja ima izuzetan praktičan značaj, koji se ogleda u sledećem:

- Model omogućuje utvrđivanje uticaja organizacije pripaljivanja na pravilan tok unutrašnjebalističkog ciklusa i na unutrašnjebalističke karakteristike metka. Na osnovu uticaja vrste pripalnog materijala i geometrijskih karakteristika plamenika na prostornu i vremensku raspodelu energetske impulsa plamenika, moguće je izvršiti projektovanje plamenika u smislu optimizacije pripaljivanja barutnog punjenja.
- Osim plamenika, omogućeno je projektovanje i optimizacija različitih energetskih elemenata kao što su osnovna punjenja minobacačkih mina, barutna punjenja municije s perforiranom čaurom za bestrzajne topove, izbacna punjenja kasetnih projektila itd.
- Omogućeno je utvrđivanje uticaja organizacije barutnog punjenja na tok procesa opaljenja i na osnovne unutrašnjebalističke karakteristike metka. Na ovaj način su obezbeđeni uslovi za sveobuhvatnu optimizaciju barutnih punjenja.
- Model omogućuje tačnije predviđanje uticaja različitih uslova laboracije metka (nasipna visina baruta, sila pertlovanja metka) na unutrašnjebalističke karakteristike municije.
- Pored vrednosti i položaja maksimalnog pritiska barutnih gasova, postiže se realna procena vrednosti pritiska na ustima cevi u trenutku izletanja projektila. Ovaj pritisak značajno utiče na polje natpritiska oko oruđa, kao i na stabilnost projektila na početnom delu putanje. Pored toga, budući da u trenutku izletanja projektila postoji kompletno strujno polje u oruđu, stvoreni su uslovi za simulaciju pojava na ustima cevi i optimizaciju gasnih kočnica, kompenzatora, prigušivača itd.
- Moguće je predvideti uslove za nastajanje udarnih talasa u cevi oruđa, pri čemu dolazi do nepravilne funkcije projektila i oštećenja cevi oruđa.
- Model omogućava sagledavanje uslova za pojavu loma barutnih zrna pri udaru u dno projektila ili usled intergranularnog napona u barutnom punjenju.
- Poznavanjem profila pritiska, temperature i brzine barutnih gasova duž komore i cevi oruđa tokom procesa opaljenja, ostvarena je mogućnost određivanja realnih mehaničkih i termičkih naprezanja cevi oruđa, što je izuzetno značajan podatak za projektanta naoružanja. Omogućena je realna procena prenosa toplote na pojedine delove unutrašnje trase cevi oruđa i sveobuhvatnije sagledavanje uticajnih faktora na eroziju cevi pod dejstvom vrelih barutnih gasova i užarenih barutnih zrna.
- Dvofazni model unutrašnjebalističkog ciklusa artiljerijske municije, čije se barutno punjenje pripaljuje pomoću plamenika, može se efikasno primeniti na jednostavnije slučajeve dvofaznih strujanja, odnosno za procenu ponašanja različitih barutnih punjenja u oblasti raketne i klasične propulzije.

Izuzetan praktičan značaj procesa pripaljivanja i prostiranja plamena kroz barutno punjenje učinio je neophodnim modeliranje unutrašnjebalističkog dvofaznog

strujanja. Rad prikazuje osnovne jednačine dvofaznog modela kompletnog unutrašnjebalističkog ciklusa s realnim energetskim impulsom plamenika. Detaljni prikaz modeliranja dvofaznog strujanja crnog baruta, produkata njegovog sagorevanja u plameniku, kao i dvofaznog strujanja baruta i barutnih gasova u komori i cevi oruđa dat je u [1].

### Teorijski model

Teorijsko modeliranje procesa koji se odigravaju u barutnom punjenju prilikom pripaljivanja pomoću plamenika zasniva se na modeliranju nestacionarne reaktivne dvofazne struje nesagorelih barutnih zrna i gasovitih produkata njihovog sagorevanja. Zbog velike kompleksnosti razmatranih fizičkih pojava, usvojen je izvestan broj pretpostavki, uobičajenih za modeliranje unutrašnjebalističkog dvofaznog strujanja [2].

Polazeći od osnovnih zakona održanja u lokalno-trenutnom obliku, postupkom formalnog osrednjavanja u okviru kontrolnih zapremina, prelazi se na makroskopske jednačine održanja mase, količine kretanja i energije gasne i čvrste faze. U razvijenom modelu primenjena je kombinovana procedura formalnog osrednjavanja Celminsa i Gougha.

**Osnovne jednačine** dvofaznog strujanja u barutnoj komori i cevi oruđa su:

Jednačina održanja mase za barutne gasove:

$$\frac{\partial(\varepsilon \bar{\rho}_g)}{\partial t} + \nabla(\varepsilon \bar{\rho}_g \bar{V}_g) = \frac{\bar{m}}{W_{KZ}} + \frac{\bar{m}_{g,ist}}{W_{KZ}} \quad (1)$$

Jednačina održanja mase za barut:

$$\frac{\partial R_b}{\partial t} + \nabla(R_b \bar{V}_b) = -\frac{1}{\rho_b} \cdot \frac{\bar{m}}{W_{KZ}} \quad (2)$$

Simbol „-“ označava veličinu osrednjenu po vremenu, a simbol „=“ veličinu osrednjenu po vremenu i normalizovanu sa  $\varepsilon$ .

Jednačina održanja količine kretanja za barutne gasove:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\varepsilon \bar{\rho}_g \bar{V}_g)}{\partial t} + \nabla(\varepsilon \bar{\rho}_g \bar{V}_g \bar{V}_g) = \\ = -\varepsilon \nabla \bar{p} - R_b \frac{S_b}{W_b} \langle \bar{F} \rangle^i + \frac{\bar{m}}{W_{KZ}} \bar{V}_b + \frac{\bar{m}_{g,ist}}{W_{KZ}} \bar{V}_g \end{aligned} \quad (3)$$

Jednačina održanja količine kretanja za barut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(R_b \rho_b \bar{V}_b)}{\partial t} + \nabla(R_b \rho_b \bar{V}_b \bar{V}_b) = \\ = -R_b \nabla \bar{p} - R_b \nabla P_b + R_b \frac{S_b}{W_b} \langle \bar{F} \rangle^i - \frac{\bar{m}}{W_{KZ}} \bar{V}_b \end{aligned} \quad (4)$$

Veličina osrednjena po površini između faza označena je sa  $\langle \rangle^i$ .

Jednačina održanja energije za barutne gasove:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left[ \varepsilon (\bar{\rho}_g \bar{H}_g - \bar{p}) \right]}{\partial t} + \nabla (\varepsilon \bar{\rho}_g \bar{V}_g \bar{H}_g) = \\ & = -R_b \frac{S_b}{W_b} \langle q \rangle^i + \bar{V}_b R_b \frac{S_b}{W_b} \langle \bar{F} \rangle^i + \\ & + \frac{\bar{m}}{W_{KZ}} \left( \bar{H}_b + h_{s,b} + \frac{\bar{V}_b \bar{V}_b}{2} \right) + \frac{\bar{m}_{g,ist}}{W_{KZ}} \bar{H}_{g,ist} \end{aligned} \quad (5)$$

Jednačina održanja energije za barut:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left[ R_b (\rho_b \bar{H}_b - \bar{p} - P_b) \right]}{\partial t} + \nabla (R_b \rho_b \bar{V}_b \bar{H}_b) = \\ & = R_b \frac{S_b}{W_b} \langle q \rangle^i - \bar{V}_g R_b \frac{S_b}{W_b} \langle \bar{F} \rangle^i - \frac{\bar{m}}{W_{KZ}} \left( \bar{H}_b + h_{s,b} + \frac{\bar{V}_b \bar{V}_b}{2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Sistem sastavljen od jednačina održanja zatvara se **konstitutivnim zakonima** koji definišu pojedine veličine.

Veličine stanja gasa povezane su Abel-Nobelovom **jednačinom stanja** s konstantnim kovolumenom barutnih gasova (ova jednačina stanja se uobičajeno koristi u unutrašnjoj balistici klasičnog naoružanja):

$$\bar{p} \left( \frac{1}{\rho_g} - \alpha \right) = \frac{R}{M} \bar{T}_g \quad (7)$$

Pretpostavka o konstantnoj gustini barutnih zrna predstavlja jednačinu stanja čvrste faze.

Pretpostavljajući direktnu korelaciju s padom pritiska u granularnom punjenju, sila **interfaznog trenja** za granule proizvoljnog oblika je:

$$\langle \bar{F} \rangle^i = \frac{\bar{\rho}_g (\bar{V}_g - \bar{V}_b) |\bar{V}_g - \bar{V}_b| f}{6} \quad (8)$$

Koeficijent interfaznog trenja  $f$  dobijen je iz zakona Erguna, Kuo-Nydeggera ili Wilcox-Kriera za nefluidizovano punjenje [3]:

Ergun

$$f = \begin{cases} 1.75 & R_b \geq R_{b0} \\ 1.75 \left( \frac{R_b}{R_{b0}} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_b} \right)^{0.45} & R_{b1} \leq R_b < R_{b0} \\ 0.3 & 0 \leq R_b < R_{b1} \end{cases} \quad (9)$$

Kuo-Nydegger

$$f = \begin{cases} 5.05 \left( \frac{R_b}{Re_b} \right)^{0.13} & R_b \geq R_{b0} \\ 5.05 \left( \frac{R_b}{Re_b} \right)^{0.13} \left( \frac{R_b}{R_{b0}} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_b} \right)^{n_{KN}} & R_{b1} \leq R_b < R_{b0} \\ 0.3 & 0 \leq R_b < R_{b1} \end{cases} \quad (10)$$

$$n_{KN} = \frac{\log(0.059) + 0.13 \log \left( \frac{Re_b}{R_{b1}} \right)}{\log \left( \frac{R_{b1}}{R_{b0}} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_{b1}} \right)}$$

Wilcox-Krier

$$f = \begin{cases} 3.89 \left( \frac{R_b}{Re_b} \right)^{0.12} & R_b \geq R_{b0} \\ 3.89 \left( \frac{R_b}{Re_b} \right)^{0.12} \left( \frac{R_b}{R_{b0}} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_b} \right)^{n_{WK}} & R_{b1} \leq R_b < R_{b0} \\ 0.3 & 0 \leq R_b < R_{b1} \end{cases} \quad (11)$$

$$n_{WK} = \frac{\log(0.077) + 0.12 \log \left( \frac{Re_b}{R_{b1}} \right)}{\log \left( \frac{R_{b1}}{R_{b0}} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_{b1}} \right)} \quad (11)$$

U relacijama (9 do 11)  $R_{b0}$  je početni zapreminski udeo barutnih zrna. Granični zapreminski udeo granula i Reynoldsov broj vezan za granulu dati su izrazima:

$$R_{b1} = 1 - \frac{1-R_{b0}}{1-0.98 \cdot R_{b0}} \quad (12)$$

$$Re_b = \frac{|\bar{V}_g - \bar{V}_b| \rho_g d_b}{\mu_g} \quad (13)$$

U relacijama (9 do 11) za fluidizirane uslove ugrađeni su rezultati Anderssena.

U razvijenom modelu usvojen je izotropni **intergranularni napon** koji zavisi samo od zapreminskog udela granula. Ugrađeni su zakoni intergranularnog napona Gough-Zwartsa, SNPE-a i Kuo-Summerfielda [4]:

Gough-Zwarts

$$P_b = \begin{cases} \rho_b a_r^2 \frac{R_b - R_{b0}}{R_b} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_b} & R_b \geq R_0 \\ \frac{\rho_b a_r^2}{2R_b k_s} [1 - e^{-2R_b k_s}] & R_{b0} > R_b \geq R_{bk} \\ 0 & R_b < R_{bk} \end{cases} \quad (14)$$

SNPE

$$P_b = \begin{cases} \rho_b a_r^2 \frac{R_b - R_{b0}}{R_b} \cdot \frac{1-R_{b0}}{1-R_b} + \frac{\rho_b a_r^2}{2R_b k_s} [1 - e^{-2k_s (R_b - R_{bk})}] & R_b \geq R_{b0} \\ \frac{\rho_b a_r^2}{2R_b k_s} [1 - e^{-2k_s (R_b - R_{bk})}] e^{-2k_s (R_{b0} - R_b)} & R_{b0} > R_b \geq R_{bk} \\ 0 & R_b < R_{bk} \end{cases} \quad (15)$$

Kuo-Summerfield

$$P_b = \begin{cases} K \left( \frac{1}{R_{b0}} - \frac{1}{R_b} \right) & R_b > R_{b0} \\ 0 & R_b < R_{bk} \end{cases} \quad (16)$$

$$K = 4.77 \cdot 10^8$$

U prethodnim izrazima  $k_s$  je faktor slabljenja napona, a  $R_{bk}$  zapreminski udeo čvrste faze ispod koga je brzina

zvuka jednaka nuli.

Usvojen je kriterijum **pripaljivanja baruta**, prema kome sagorevanje baruta u kontrolnoj zapremini počinje u trenutku kada temperatura površine barutnog zrna dostigne kritičnu vrednost:

$$\begin{aligned} \bar{m} = 0 & \quad \bar{T}_{pb} < T_{pri} \\ \bar{m} > 0 & \quad \bar{T}_{pb} = T_{pri} \end{aligned} \quad (17)$$

**Zakon sagorevanja baruta** definisan je empirijskom relacijom:

$$\langle u \rangle^i = a\bar{p}^n + b \quad (18)$$

Brzina obrazovanja gasova u kontrolnoj zapremini je sada određena relacijom:

$$\bar{m} = R_b W_{KZ} \rho_b \langle u \rangle^i \frac{S_b}{W_b} \quad (19)$$

Srednja temperatura površine baruta  $T_{pb}$  određuje se iz jednačine održanja energije u interfaznoj kontrolnoj zapremini:

$$\underbrace{h_g A_{pb} (\bar{T}_g - \bar{T}_{pb})}_1 + \underbrace{\bar{m} C_b \bar{T}_b}_2 + \underbrace{\bar{m} h_{s,b}}_3 = h_g A_{pb} (\bar{T}_{pb} - \bar{T}_b) + \bar{m} C_b \bar{T}_{pb} \quad (20)$$

- 1 - toplota koja ulazi u kontrolnu zapreminu
- 2 - toplotni izvor u kontrolnoj zapremini
- 3 - toplota koja izlazi iz kontrolne zapremine

Koeficijent **interfaznog prenosa toplote** gasne strane je:

$$h_g = \frac{\lambda_g}{D_b} Nu + \sigma \phi_b (\bar{T}_g + \bar{T}_{pb}) (\bar{T}_g^2 + \bar{T}_{pb}^2) \quad (21)$$

Nuseltov broj određuje se na osnovu relacija konvektivnog prenosa toplote u fluidiziranim i nefluidiziranim punjenjima.

Fluidizirano punjenje (Gelperin – Einstein):

$$Nu = 2 + 0.4 Re^{2/3} Pr^{1/3} \quad (22)$$

Nefluidizirano punjenje (Butler-Lembeck-Krier):

$$Nu = 0.65 Re^{0.7} Pr^{1/3} \quad (23)$$

Koeficijent prelaza toplote od granule određuje se na osnovu razmatranja provođenja toplote kroz barutno zrno. Budući da je proces pripaljivanja baruta veoma kratkotrajan (nekoliko milisekundi), dubina prodiranja toplotnog talasa u barutno zrno je vrlo mala i može da se približno odredi iz sledećeg izraza [1]:

$$\delta = \frac{5}{2} R \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{8}{5} \left( \frac{\bar{T}_b - T_{bo}}{\bar{T}_{pb} - T_{bo}} \right)^{0.5} \right] \right\} \quad (24)$$

gde je  $T_{bo}$  - početna temperatura baruta. Sada je koeficijent prelaza toplote iz čvrste faze:

$$h_b = \frac{3\lambda_b}{\delta} \cdot \frac{\bar{T}_{pb} - T_{bo}}{\bar{T}_{pb} - \bar{T}_b} \quad (25)$$

Za određivanje **veliĉine barutnih zrna** primenjen je Spaldingov metod „senke”. Zapremina barutnog zrna je:

$$W_b = W_{bo} \frac{R_b}{R_b^*} \quad (26)$$

gde je  $W_{bo}$  - početna zapremina barutnog zrna. „Senka” zapreminskog udela baruta ( $R_b^*$ ) predstavlja onaj zapreminski udeo koji bi barut imao za istovetnu brzinu u slučaju odsustva sagorevanja od samog početka procesa. Metod „senke” izuzetno je pogodan za ugradnju u kompjuterske programe.

**Površina barutnih zrna** određena je njegovom funkcijom oblika. U model je ugrađen algoritam kojim se uz pomoć metode Monte-Karlo određuje promena površine sagorevanja višekanalne cevĉice s proizvoljnim brojem, rasporedom i preĉnicima kanala tokom celokupnog procesa sagorevanja [5].

Maseni protok gasovitih produkata sagorevanja crnog baruta kroz boĉne otvore plamenika dobija se iz kompletnog modela dvofaznog strujanja u plameniku pri njegovoj realnoj funkciji u barutnom punjenju [1]. **Isticanje gasova iz plamenika** određeno je odnosom pritiska u barutnom punjenju i pritiska u odgovarajućoj kontrolnoj zapremini plamenika (tabela 1).

Koeficijent isticanja  $C_D$  i Mahov broj u otvoru  $M_{ist}$  određeni su u skladu sa Sneckovim razmatranjima strujanja kroz boĉne otvore topovske cevi.

Jednaĉina **kretanja projektila** je:

$$m_{pr} \frac{dV_{pr}}{dt} = (p + P_b) S_c - p_{tr} S_c \quad (27)$$

Kretanje projektila poĉinje u trenutku kada zbir pritiska barutnih gasova i intergranularnog napona na dno projektila postane veći od pritiska pokretanja projektila  $P_o$ .

Promena poloŹaja projektila određena je elementarnom diferencijalnom jednaĉinom:

$$dX_{pr} = V_{pr} dt \quad (28)$$

Jednaĉine konaĉnih razlika formirane su integraljenjem parcijalnih diferencijalnih jednaĉina duŹ kontrolnih zapremina. Za diskretizaciju jednaĉina korišćena je

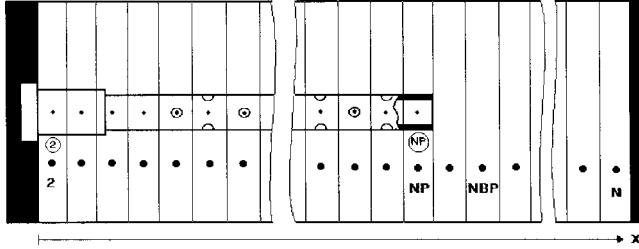
**Tabela 1.** Maseni protok gasova kroz boĉne otvore plamenika u zavisnosti od odnosa pritiska u barutnom punjenju i u plameniku

$\frac{\bar{p}}{\bar{p}_{pl}} \leq \left( \frac{2}{\kappa_{CB} + 1} \right)^{\frac{\kappa_{CB}}{\kappa_{CB} - 1}}$	$\bar{m}_{g,ist} = C_D (1 - R_{CB}) A_{ist} \sqrt{\bar{p}_p \bar{p}_{g,CB}} \frac{M_{ist}}{1 + \kappa_{CB} M_{ist}^2} \sqrt{1 + \left( \frac{\kappa_{CB} - 1}{2} \right) M_{ist}^2}$
$\frac{\bar{p}}{\bar{p}_{pl}} > \left( \frac{2}{\kappa_{CB} + 1} \right)^{\frac{\kappa_{CB}}{\kappa_{CB} - 1}}$	$\bar{m}_{g,ist} = C_D (1 - R_{CB}) A_{ist} \sqrt{\frac{2\kappa_{CB}}{\kappa_{CB} - 1} \bar{p}_p \bar{p}_{g,CB}} \left[ \left( \frac{\bar{p}}{\bar{p}_{pl}} \right)^{\frac{2}{\kappa_{CB}}} - \left( \frac{\bar{p}}{\bar{p}_{pl}} \right)^{\frac{\kappa_{CB} + 1}{\kappa_{CB}}} \right]$

Napomena: Indeks CB oznaĉava veliĉine vezane za crni barut u plameniku

ekvidistantna „smaknuta” numerička mreža čiji se čvorovi za brzinu nalaze na granicama strujne oblasti.

Numerička mreža u barutnoj komori formirana je na osnovu mreže u plameniku. U oblasti plamenika, kontrolne zapremine u barutnoj komori su postavljene tako da su koordinate  $x$  čvorova mreže jednake koordinatama  $x$  odgovarajućih čvorova mreže u plameniku (sl.1).



Slika 1. Numerička mreža u barutnoj komori

Razvijena je originalna strategija kombinovanog prilagođavanja numeričke mreže kod povećanja strujne oblasti, nastale usled kretanja projektila kroz cev oruđa. Polazi se od usvojene konstantne vrednosti vremenskog koraka integracije  $\Delta t$ . U početnoj fazi kretanja projektil se tokom svakog  $j$ -tog koraka integracije pomera iz prethodnog položaja za neku malu vrednost  $\Delta x_j$ . Ako sa

$\Delta x_0$  označimo rastojanje između susednih čvorova početne numeričke mreže u barutnoj komori, onda se kriterijum za način prilagođavanja mreže u  $n$ -tom koraku integracije može predstaviti u sledećem obliku:

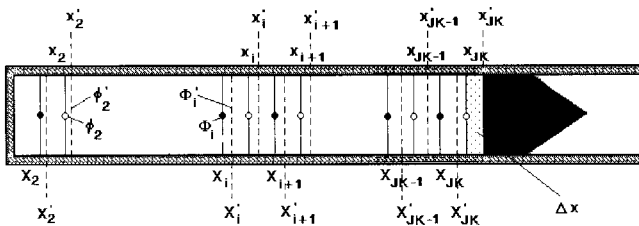
$$1^\circ. \sum_{j=1}^n \Delta x_j < \Delta x_0 - \text{istezanje mreže s nepromenjenim}$$

brojem ćelija i obezbeđivanje ekvidistantnosti čvorova mreže.

$$2^\circ. \sum_{j=1}^n \Delta x_j \geq \Delta x_0 - \text{proširivanje mreže za jednu ćeliju,}$$

nakon čega se obezbeđuje ekvidistantnost čvorova mreže i odbrojavanje koraka počinje ispočetka ( $j=1$ ).

Adaptacija numeričke mreže u komori i cevi oruđa šematski je prikazana na sl.2.



Slika 2. Adaptacija (istezanje) numeričke mreže u barutnoj komori i cevi oruđa

Na kraju prethodnog koraka integracije izračunate su vrednosti strujnih parametara ( $\Phi$ ) u osnovnim čvorovima mreže, kao i vrednosti parametara strujanja ( $\phi$ ) u „smaknutim” čvorovima mreže. U tekućem koraku integracije projektil se pomerao za  $\Delta x$ , usled čega su se promenile koordinate svih čvorova mreže. Nove koordinate čvorova geometrijski su potpuno određene. Pre sprovođenja postupka proračuna strujnih parametara u tekućem koraku, neophodno je da se odrede vrednosti strujnih parametara iz

prethodnog koraka za nove koordinate čvorova mreže.

Budući da usvojena strategija prilagođavanja mreže onemogućava značajnija pomeranja čvorova, korišćenjem linearne interpolacije dobija se:

$$\Phi'(i) = \Phi(i) + \frac{\Phi(i+1) - \Phi(i)}{X(i+1) - X(i)} [X'(i) - X(i)] \quad i = 2, \dots, JK$$

$$\Phi'(JK) = \Phi(JK) + \frac{\Phi(JK) - \Phi(JK-1)}{X(JK) - X(JK-1)} [X'(JK) - X(JK)] \quad (29)$$

$$\phi'(i) = \phi(i) + \frac{\phi(i+1) - \phi(i)}{x(i+1) - x(i)} [x'(i) - x(i)] \quad i = 2, \dots, JK-1 \quad (30)$$

Vrednosti parametara  $\phi'(JK)$  definisane su graničnim uslovima za brzinu.

Pri proširivanju numeričke mreže dodavanjem jedne kontrolne zapremine uz uslov ekvidistantnosti, čvorovi se vraćaju u položaj približan položaju koji su zauzimali na početku prethodnog ciklusa adaptacije mreže. Interpolacija strujnih parametara vrši se na sledeći način:

$$\Phi'(2) = \Phi(2) + \frac{\Phi(3) - \Phi(2)}{X(3) - X(2)} [X'(2) - X(2)]$$

$$\Phi'(i) = \Phi(i) + \frac{\Phi(i) - \Phi(i-1)}{X(i) - X(i-1)} [X'(i) - X(i)] \quad i = 3, \dots, JK$$

$$\Phi'(JK+1) = \Phi(JK) + \frac{\Phi(JK) - \Phi(JK-1)}{X(JK) - X(JK-1)} [X'(JK+1) - X(JK)] \quad (31)$$

Izrazi za parametre strujanja  $\phi$  ekvivalentni su izrazima (31), samo s odgovarajućim koordinatama  $x$  „smaknutih” čvorova mreže.

Visoki stepen nelinearnosti i međusobna tesna povezanost jednačina održanja uslovi su upotrebu iterativnog postupka proračuna. Definisan je postupak proračuna koji obezbeđuje konvergenciju ka fizički realnom rešenju sistema jednačina konačnih razlika. Primenjen je **potpuno implicitni** algoritam s **uzvodnim diferenciranjem konvektivnih članova**.

Razvijeno je programsko rešenje DVUM za proračun pripaljivanja barutnog punjenja pomoću plamenika. Program DVUM vrši **simultani interaktivni proračun** dvofaznog strujanja u plameniku i dvofaznog strujanja u barutnoj komori i cevi oruđa tokom kompletnog unutrašnjebalističkog ciklusa.

Logička šema programa DVUM data je na sl.3. Program obuhvata sledeće potprograme:

PMASA – Vršiti se proračun razmene mase i toplote između faza, kao i proračun masenih protoka obe faze koji ističu iz plamenika pri njegovoj realnoj funkciji u barutnom punjenju.

PTRENA – Na osnovu odabranih konstitutivnih zakona određuju se vrednosti interfaznog otpora i intergranularnog napona za dvofazno strujanje u plameniku.

PPROR – Izvršava jednu iteraciju numeričkog postupka proračuna za strujanje u plameniku pri njegovoj realnoj funkciji u barutnom punjenju.

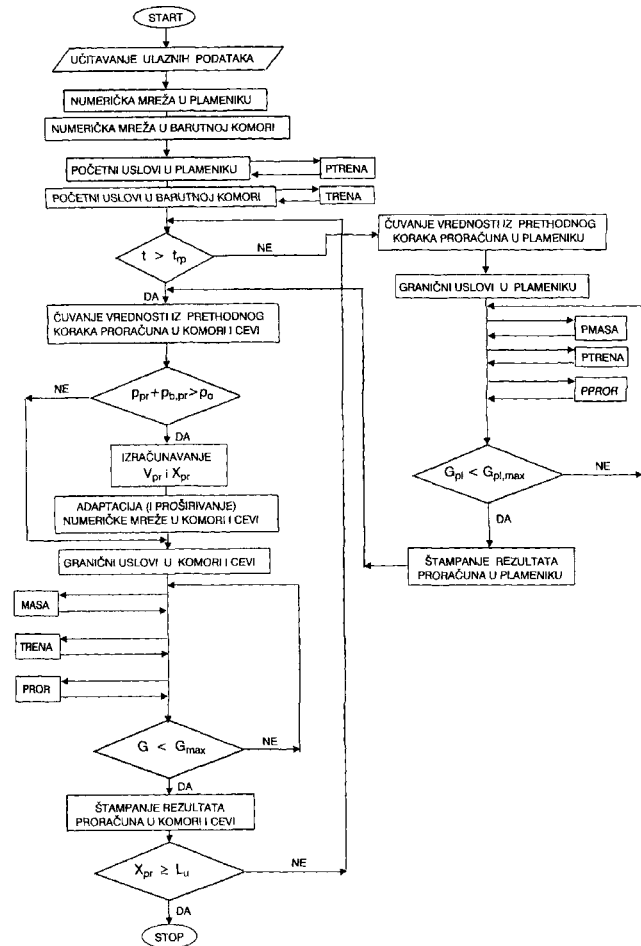
MASA – Obavlja se proračun razmene mase i toplote između barutnih zrna i barutnih gasova u komori i cevi oruđa.

TRENA – Na osnovu odabranih zakona određuju se

vrednosti interfaznog otpora i intergranularnog napona za dvofazno strujanje u barutnoj komori cevi oruđa.

PROR – Izvršava iteraciju numeričkog postupka proračuna za strujanje u barutnoj komori i cevi oruđa.

Uslov za prelazak na novi vremenski korak integracije je da su „zapreminske” greške kontinuiteta, određene iz zbirne jednačine kontinuiteta, manje od maksimalne dozvoljene vrednosti [1].



Slika 3. Logička šema programa DVUM

### Rezultati proračuna i vertifikacije modela

Sprovedena su sofisticirana eksperimentalna istraživanja funkcije plamenika na atmosferskom pritisku, kao i pripaljivanja barutnog punjenja pomoću plamenika u cevi od stakloplastike. Rezultati ovih istraživanja i verifikacija modela detaljno su prikazani u [1].

Opaljenja podkalibrne minicije 100 mm (APFSDS) s barutnim punjenjem sastavljenim od 19-kanalnog NCD baruta (probe baruta P42 i P43) iz eksperimentalnog topa 100 mm, poslužila su kao osnova za verifikaciju programa DVUM za kompletan unutrašnjebalestički ciklus.

Pri ispitivanjima je za svako opaljenje vršeno merenje početne brzine projektila, merenje maksimalnog pritiska barutnih gasova na zatvarač, kao i merenje promene pritiska tokom procesa na mernim mestima duž cevi oruđa.

Brzina projektila merena je optičkim barijerama. Određivana je brzina projektila na 20 m od usta cevi ( $V_{20}$ ). Dužina merne baze iznosila je 20 m.

Merenje maksimalnog pritiska barutnih gasova na zatvarač vršeno je parom krešera  $\phi$  4.37 (valjčić  $\phi$  5x7).

Merenje pritiska barutnih gasova vršeno je piezodačima firme *KISTLER*, baždarenim za opseg pritiska 0-5000 bar. U mernom lancu korišćeni su pojačavač

naelektrisanja firme *KISTLER* i kao registrator signala 16-kanalni merni magnetofon firme *EMI*. Obrada podataka vršena je na računaru, do koga je zapis mernog magnetofona upućivan preko osciloskopa firme *NICOLET*.

Proračun kompletnog unutrašnjebalestičkog ciklusa vršen je pomoću programa DVUM. U tabeli 2 dati su ulazni fizički parametri, konstante u upotrebljenim konstitutivnim zakonima, početni uslovi i numeričke karakteristike proračuna unutrašnjebalestičkog ciklusa opaljenja u opitnom oruđu 100 mm.

Tabela 2. Ulazni podaci za numeričke proračune unutrašnjebalestičkog ciklusa opaljenja u oruđu

Fizički parametri			
Zapremina barutne komore	$W_0$		10.78 dm <sup>3</sup>
-masa baruta	P42	$m_b$	6.2;6.4;6.6 kg
	P43		7.6;7.8
-prečnik barutnog zrna	P42	$D$	9.5 mm
	P43		11.2
-prečnik kanala barutnog zrna	P42	$d$	0.25 mm
	P43		0.27
-dužina barutnog zrna	P42	$L$	10.6 mm
	P43		11.8
-gustina baruta		$\rho_b$	1602. kg·m <sup>-3</sup>
-specifična toplota baruta		$C_b$	2000. J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
-energija sagorevanja baruta		$(h_s)_b$	3.912 MJ·kg <sup>-1</sup>
-koeficijent toplotne provodljivosti baruta		$\lambda_b$	0.2218 W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
-koeficijent dinamičke viskoznosti barutnih gasova		$(\mu_0)_b$	7.655·10 <sup>-5</sup> kg·m <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>
-koeficijent emisivnosti baruta		$\phi_b$	0.85
-temperatura pripaljivanja baruta		$(T_{pri})_b$	580 K
-specifična toplota gasova pri stalnoj zapremini		$C_v$	1461. J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
-odnos specifičnih toplota gasova		$\kappa$	1.234
-molarna masa gasova	P42	$M$	22.8 g·mol <sup>-1</sup>
	P43		23.6
-masa projektila		$m_{pr}$	5.0 kg
-put projektila		$L_u$	5.405 m
-pritisak pokretanja projektila		$P_0$	150 bar
<b>Konstitutivni zakoni</b>			
-kovolumen barutnih gasova		$\alpha$	1.005·10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup> ·kg <sup>-1</sup>
-koeficijent u zakonu sagorevanja baruta		$a$	8.57·10 <sup>-10</sup> m·s <sup>-1</sup> ·Pa <sup>n</sup>
-eksponent u zakonu sagorevanja baruta		$n$	0.991
-koeficijent u zakonu sagorevanja baruta		$b$	22.2·10 <sup>-3</sup> m·s <sup>-1</sup>
-referentna brzina zvuka kroz barutno punjenje		$a_r$	250 m·s <sup>-1</sup>
-faktor slabljenja intergranularnog napona		$k_s$	45
<b>Početni uslovi</b>			
-pritisak		$p$	1.035 bar
-temperatura gasa		$T_g$	288 K
-temperatura baruta		$T_b$	288 K
-brzina gasa		$V_g$	0. m·s <sup>-1</sup>
-brzina barutnog zrna		$V_b$	0. m·s <sup>-1</sup>
<b>Numeričke karakteristike</b>			
-broj čvorova mreže u barutnoj komori		$N-I$	68
-broj ćelija mreže ispunjenih barutom	6.2 kg P42	$NBP-I$	53
	6.4 kg P42		54

	6.6 kg P42	55
	7.6 kg P43	54
	7.8 kg P43	55
-vremenski korak integracije	$\Delta t$	$10^{-5}$ s

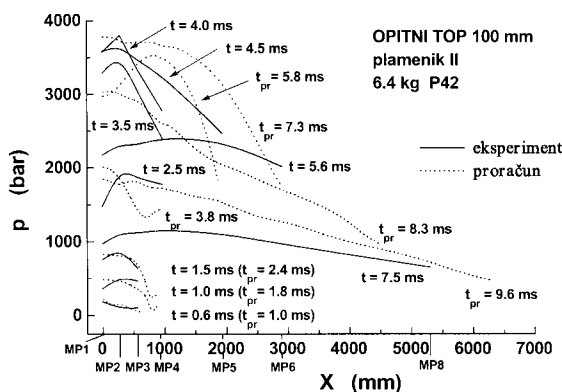
Upoređenje eksperimentalnih i proračunskih rezultata početne brzine projektila i maksimalnog pritiska barutnih gasova dato je u tabeli 3.

**Tabela 3.** Eksperimentalne i proračunske vrednosti početne brzine projektila ( $V_0$ ) i maksimalnog pritiska barutnih gasova ( $p_m$ ) u opitnom oruđu 100 mm

Barutno punjenje	$V_0$ (m/s)		$p_m$ (bar)	
	eksperiment	proračun	eksperiment	proračun
6.2 kg P42	1462.7	1460.1	3755	3761
6.4 kg P42	1495.7	1498.8	3810	3925
6.6 kg P42	1524.4	1524.9	4182	4114
7.6 kg P43	1500.7	1503.9	3885	3931
7.8 kg P43	1542.0	1544.9	3980	4066

Dobijena je izvanredna saglasnost eksperimentalnih rezultata. Na ovaj način ispunjen je osnovni zahtev za unutrašnjebalističko programsko rešenje – da adekvatno predstavlja osnovne unutrašnjebalističke parametre.

Na sl.4 prikazani su upoređeni rezultati proračuna raspodele pritiska barutnih gasova u komori i cevi oruđa tokom opaljenja s rezultatima merenja pomoću piezodavača pritiska postavljenih duž opitne cevi 100 mm (X-rastojanje od dna barutne komore; MPi-i-to merno mesto).



Slika 4. Proračunski i eksperimentalni raspored pritiska tokom opaljenja

Rezultati pokazuju dobru saglasnost između proračuna i eksperimenta, naročito u početnoj fazi unutrašnjebalističkog ciklusa koja obuhvata pripaljivanje barutnog punjenja i pokretanje projektila.

Prikazani proračunski profili pritiska završavaju se na mestu odgovarajućeg trenutnog položaja dna projektila, dok se na osnovu eksperimentalnih profila ne može odrediti trenutni položaj projektila između susednih mernih mesta. Provera proračunskih rezultata puta projektila izvršena je upoređivanjem s eksperimentalnim putem projektila, određenim na osnovu merenja pritiska duž cevi opitnog oruđa. Rezultati provere, za slučaj municije sa 6.4 kg baruta P42 dati su na sl.5.

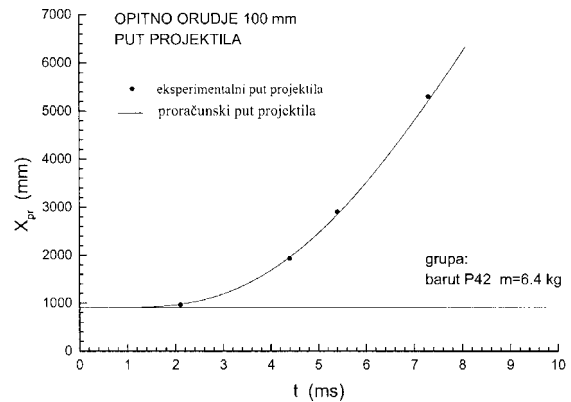
Dobijena je besprekorna saglasnost proračunskih rezultata s eksperimentalnim rezultatima. Ovakva saglasnost rezultata predstavlja i posrednu verifikaciju primenjenog graničnog uslova kod projektila za brzinu barutnih zrna.

Program DVUM omogućava proračun i nekih relevantnih parametara procesa opaljenja, koji se ne mogu eksperimentalno odrediti. Proračunska raspodela zapreminskog udela baruta u pojedinim trenucima UB ciklusa

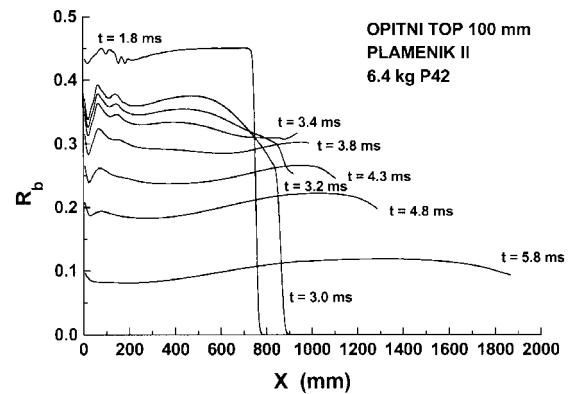
data je na sl.6.

Zapaža se neuniformna raspodela zapreminskog udela baruta duž komore i cevi oruđa tokom celog unutrašnjebalističkog ciklusa.

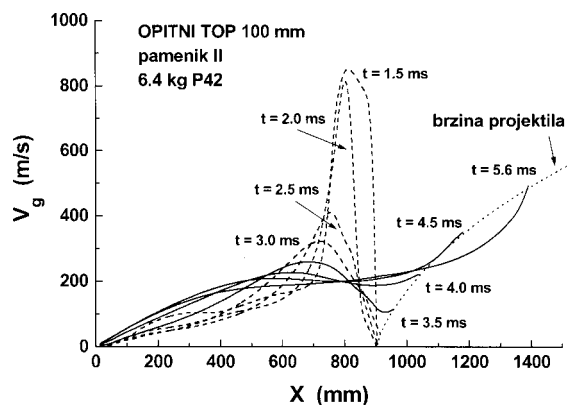
Rezultati proračuna raspodele brzine barutnih gasova i brzine barutnih zrna prikazani su na slikama 7 i 8.



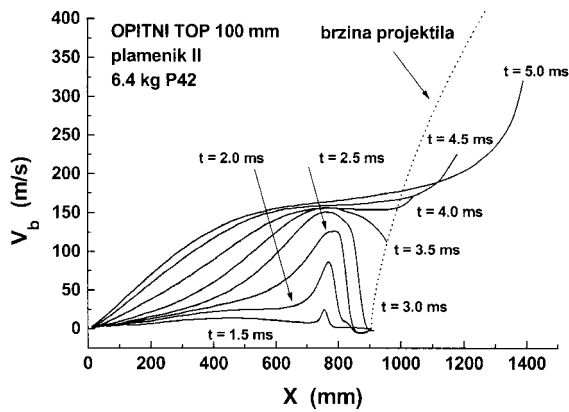
Slika 5. Proračunski i eksperimentalni put projektila pri opaljenju u opitnom topu 100 mm



Slika 6. Proračunska raspodela zapreminskog udela baruta duž cevi topa



Slika 7. Proračunska raspodela brzine barutnih gasova duž cevi topa



Slika 8. Proračunska raspodela brzine barutnih zrna duž cevi topa

U početnoj fazi kretanja projektila (do  $t=3.5$  ms na sl.8) brzina barutnih zrna neposredno uz dno projektila jednaka je brzini projektila. U kasnijim fazama unutrašnjebalističkog ciklusa pojavljuje se kašnjenje barutnih zrna za projektilom koji sve više ubrzava. Ovakva fizički realna slika dobijena je usvajanjem odgovarajućeg graničnog uslova za brzinu čvrste faze na granici strujne oblasti koju predstavlja dno projektila [1].

### Zaključak

Na osnovu prethodnih razmatranja, izvedeni su sledeći zaključci:

- Razvijen je teorijski model dvofaznog strujanja u cevi oruđa tokom kompletnog unutrašnjebalističkog ciklusa municije, čije se barutno punjenje pripaljuje pomoću plamenika.
- Iterativni postupak proračuna koji obezbeđuje konvergenciju ka fizički realnom rešenju ugrađen je u programsko rešenje DVUM za **simultani interaktivni proračun** dvofaznog strujanja u plameniku i dvofaznog strujanja u barutnoj komori i cevi oruđa.
- Program DVUM obezbeđuje uspešan proračun karakterističnih parametara dvofaznog strujanja u barutnoj komori i cevi oruđa tokom kompletnog unutrašnjebalističkog ciklusa, uključujući mnoge parametre koji ne mogu da se izmere, kao i određivanje uticaja karakteristika barutnog punjenja na odvijanje procesa opaljenja u oruđu.
- Razvijeni teorijsko-numerički model omogućuje utvrđivanje uticaja organizacije pripaljivanja na pravilan tok unutrašnjebalističkog ciklusa i na unutrašnjebalističke

karakteristike metka. Na osnovu uticaja vrste pripalnog materijala i geometrijskih karakteristika plamenika na prostornu i vremensku raspodelu njegovog energetskog impulsa, moguće je izvršiti projektovanje plamenika u smislu optimizacije pripaljivanja barutnog punjenja.

- Pored plamenika, model omogućuje projektovanje i optimizaciju sličnih energetskih elemenata: izbacnih punjenja kasetnih projektila, osnovnih punjenja minobacačkih mina, barutnih punjenja municije s perforiranim čaurom za bestrzajne topove itd.
- Korišćenjem razvijenog teorijsko-numeričkog pristupa omogućeno je utvrđivanje uticaja organizacije barutnog punjenja na tok procesa opaljenja i na osnovne unutrašnjebalističke karakteristike metka. Omogućeno je predviđanje uslova pri kojima nastaju udarni talasi u cevi oruđa, kao i uslova za pojavu loma barutnih zrna usled udara o dno projektila ili usled intergranularnog napona. Na ovaj način obezbeđeni su uslovi za izbegavanje nepravilne funkcije sistema projektil – oruđe i za sveobuhvatnu optimizaciju barutnih punjenja.
- Proračunavanjem pomoću razvijenog dvofaznog modela raspodele svih parametara strujanja duž komore i cevi oruđa tokom kompletnog procesa opaljenja, ostvarena je mogućnost sagledavanja svih unutrašnjebalističkih problema u potpuno novom svetlu, u odnosu na klasične modele, za koje su dobijeni eksperimentalni rezultati pokazali da se zasnivaju na grubim aproksimacijama.

### Literatura

- [1] MICKOVIĆ, D. *Modeliranje unutrašnjebalističkog ciklusa oruđa na bazi dvofaznog strujanja*. Doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 2000.
- [2] JARAMAZ, S., MICKOVIĆ, D. *Modelling Two-Phase flow of Gas-Solid Particles Mixture during Combustion*. *Teorijska i primenjena mehanika*, Beograd, 1995., vol.21, pp.47-59.
- [3] JARAMAZ, S., MICKOVIĆ, D. *Interphase Drag in Two-Phase Reacting Flow*. 22. jugoslovenski kongres teorijske i primenjene mehanike. Vrnjačka Banja, 1997.
- [4] JARAMAZ, S., MICKOVIĆ, D. *Intergranular Stresses in Two-Phase Interior Ballistic Flows*. *Teorijska i primenjena mehanika*, 2001. (u štampu), vol.27.
- [5] MICKOVIĆ, D., JARAMAZ, S. *Proračun površine sagorevanja baruta metodom Monte-Karlo*. 19. simpozijum o eksplozivnim materijama JKEM, Sekcija B, Beograd, 1993.

Rad primljen: 22.4.2002.god.



