

Analiza sile potiska raketnog motora sa čvrstim gorivom u nestacionarnim uslovima rada

Dr Lemić Dragan, dipl.inž.¹⁾

Prikazano je definisanje sile potiska raketnog motora s čvrstim gorivom u nestacionarnim uslovima rada. Stoga je posmatran proces prenosa neke fizičke promenljive u prostoru i vremenu. Pomoću Rejnoldsove transportne teoreme i zakona o promeni količine kretanja definisan je izraz za potisak raketnog motora koji se razlikuje od izraza uobičajeno korišćenog za slučaj stacionarnog rada. Prikazan je način određivanja dinamičke komponente sile potiska korišćenjem programa za izračunavanje unutrašnjebalističkih parametara u komori raketnog motora.

Ključne reči: raketni motor s čvrstim gorivom, dinamika gasova, nestacionarni proces, potisak, dinamički potisak.

Uvod

U OBIČAJENO je da se potisak raketnog motora definiše za ravnotežne uslove njegovog rada (tzv. statički potisak). Iako se tokom rada raketnog motora dešavaju određene promene parametara, strujna polja u komori i mlazniku raketnog motora (RM) se obično razmatraju kao serije stacionarnih stanja, tzv. nestacionarni pristup. Pored ovog, uobičajeno korišćenog statičkog potiska, može da se javi i tzv. dinamički potisak. To je komponenta ukupnog potiska koju prouzrokuju nagle promene strujnog polja raketnog motora, brza relativna pomeranja goriva ili inertnih konstrukcionih elemenata raketnog motora, kao i nagle promene površine strujanja bilo usled uklanjanja mlaznika ili usled stvaranja sigurnosnih sektora komore, a takođe i usled izletanja čvrstih elemenata kroz mlaznik. U većini slučajeva dinamička komponenta sile potiska raketnog motora sa čvrstim raketnim gorivom (RMČG) pri regularnom radu je zanemarljiva. Jako brze promene parametara strujnog polja RM javljaju se prilikom pripaljivanja, i u toj fazi rada RM dinamička komponenta sile potiska može biti značajna, naročito kod velikih motora. Grupa autora u [1] uvodi u izraz za silu potiska i član koji predstavlja korekciju reaktivne sile koja obuhvata promenu parametara gasova u komori s vremenom. Posmatranjem elementarne zapremine gasova u komori konstantnog poprečnog protočnog preseka A_p , sa količinom kretanja gasova u njoj $dK_g = A_p \cdot dx \cdot (\rho v)_g = \dot{m} \cdot dx$ i osrednjavajući parametre duž komore, vrši se integracija do izlaznog preseka mlaznika što daje $K_g = \dot{m} \cdot L$. Autori su pretpostavili nestacionarnu promenu pri kojoj se maseni protok udvostručuje u vremenu od 1 s, što je, pri upoređenju s osnovnim članom reaktivne sile $\dot{m}v_e$ dalo 0,1% od ukupnog uobičajeno merenog potiska. Maseni protoci se u fazi pripaljivanja višestruko uvećavaju za znatno kraće vreme, tako da treba proveravati veličinu

dinamičkog potiska posebno kod dužih raketnih motora.

Određivanje ukupne sile potiska raketnog motora

Radi određivanja dinamičke sile potiska koja se javlja pri radu raketnog motora sa čvrstim gorivom, posmatrana je jedna kontrolna zapremina V_k , ograničena površinom A_k , čije granice mogu da se kreću brzinom \mathbf{b} . Za slučaj da je $\phi(\mathbf{x}, t)$ sabirljiva kontinualna funkcija položaja i vremena, njen sadržaj u posmatranoj kontrolnoj zapremini i određenom trenutku vremena će biti:

$$\Phi = \int_{V_k} \phi dV \quad (1)$$

Rejnoldsova transportna teorema [2,3] određuje brzinu promene s vremenom sadržaja posmatrane funkcije u kontrolnoj zapremini koja je ograničena kontrolnom površinom A_k :

$$\left(\frac{dF}{dt} \right)_{V_k} = \frac{d}{dt} \int_{V_k} f dV = \int_{V_k} \frac{\partial f}{\partial t} dV + \int_{A_k} f(\mathbf{b} \cdot d\mathbf{A}) \quad (2)$$

Promena razmatrane promenljive ϕ usled dejstva izvora i ponora unutar elementa zapremine prikazana je prvim članom s desne strane jednačine (2). Drugi član definiše promenu usled kretanja kontrolne površine A_k , brzinom \mathbf{b} , jer tom prilikom zahvata nove delove prostora i razmatranu promenljivu u njima.

Rejnoldsova transportna teorema može da se primeni i na jednu materijalnu zapreminu V_m (to je zapremina koja obuhvata materijalni sistem). Pošto je brzina \mathbf{b} u ovom slučaju jednaka brzini kretanja materije \mathbf{v} , dobija se sledeći izraz za promenu funkcije ϕ :

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

$$\frac{d\Phi}{dt} \int_{V_m} \mathbf{j} = \frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho \mathbf{v} dV = \int_{V_m} \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} dV + \int_{A_m} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \mathbf{f} \quad (3)$$

Ukoliko se u jednom vremenskom trenutku t podudaraju kontrolna i materijalna zapremina biće:

$$\int_{V_k} \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} dV = \int_{V_m} \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} dV \quad (4)$$

Ova relacija, zajedno s jednačinama (2) i (3), daje sledeći izraz:

$$\frac{d\Phi}{dt} \int_{V_k} \mathbf{j} - \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \mathbf{f} = \frac{d\Phi}{dt} \int_{V_m} \mathbf{j} - \int_{A_m} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \mathbf{f} \quad (5)$$

Pošto je integral po površini kontrolne zapremine A_k u trenutku poklapanja t identičan sa integralom po površini materijalne zapremine A_m , biće:

$$\frac{d\Phi}{dt} \int_{V_m} \mathbf{j} = \frac{d\Phi}{dt} \int_{V_k} \mathbf{j} + \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} - b \mathbf{f} A \quad (6)$$

Ako se pretpostavi da promenljiva ϕ predstavlja količinu kretanja $\rho \mathbf{v}$, dobiće se iz (6):

$$\frac{d\Phi}{dt} \int_{V_m} \mathbf{j} = \frac{d\Phi}{dt} \int_{V_k} \mathbf{j} + \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} - b \mathbf{f} A \quad (7)$$

odnosno, uzimajući u obzir (2 i 3):

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho \mathbf{v} dV = \frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho \mathbf{v} dV + \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} - b \mathbf{f} A \quad (8)$$

Na osnovu zakona o količini kretanja [4] izvod po vremenu glavnog vektora količine kretanja jednak je geometrijskom zbiru sila koje deluju na posmatranu materiju:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho \mathbf{v} dV = \int_{V_m} \rho \mathbf{f} dV + \int_{A_m} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \quad (9)$$

U jednačini (9) \mathbf{f} predstavlja glavni vektor zapreminskih a \mathbf{p} površinskih sila koje deluju na masu dm u elementarnoj zapremini dV .

Zapremina materijalnog sistema V_m , koji se posmatra u trenutku $t + \Delta t$, približava se kontrolnoj zapremini V_k kada $\Delta t \rightarrow 0$, pa se integrisanje dejstva sila može izvršiti po kontrolnoj zapremini i kontrolnoj površini.

Tako se na osnovu jednačina (8) i (9) dobija relacija:

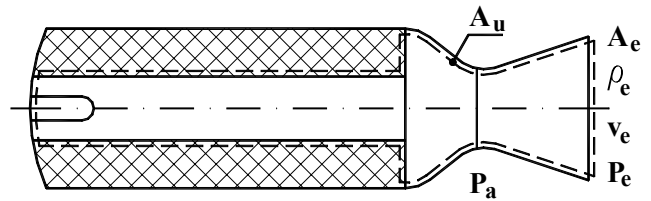
$$\frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho \mathbf{v} dV + \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} - b \mathbf{f} A = \int_{V_k} \rho \mathbf{f} dV + \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \quad (10)$$

Prvi član na desnoj strani jednačine (10) predstavlja silu koja dejstvuje na materijalni sistem a drugi silu kojom materijal sistema deluje na njegovu granicu.

Za slučaj RM na opitnom stolu biće sila teže u pravcu

strujanja jednaka nuli što daje jednačini (10) sledeći oblik:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho \mathbf{v} dV + \int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} - b \mathbf{f} A = \int_{V_k} \rho \mathbf{f} dV \quad (11)$$



Slika 1. Šematski prikaz raketnog motora sa čvrstim gorivom [5]

Za kontrolnu zapreminu određenu kao na sl.1 biće:

$$\int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = \int_{A_u} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} + \int_{A_e} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \quad (12)$$

što zajedno sa izrazom [5]:

$$F = p_e \int_{A_s} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} + \int_{A_u} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \quad (13)$$

daje izraz za dejstvo površinskih sila:

$$\int_{A_k} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = p_a A_e - p_e A_e + F \quad (14)$$

Brzina granice kontrolne zapremine je zanemarljiva u odnosu na brzinu strujanja gasova u mlazniku, pa je:

$$\int_{A_k} \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} - b) d\mathbf{A} = \rho_e v_e^2 A_e \quad (15)$$

Tako se, na osnovu izraza (11,14 i 15) dobija izraz za potisak:

$$F = \rho_e v_e^2 A_e + p_e A_e - p_a A_e + \frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho \mathbf{v} dV \quad (16)$$

Pošto je uobičajeno da se tzv. statički potisak raketnog motora definiše kao:

$$F_{st} = \dot{m}_e v_e + p_e A_e - p_a A_e \quad (17)$$

sledi da je dinamički potisak određen izrazom:

$$F_{din} = \frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho \mathbf{v} dV \quad (18)$$

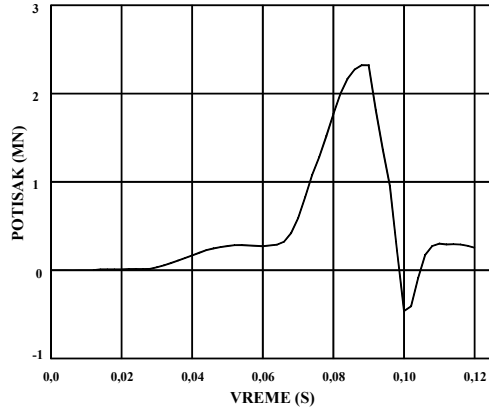
U opštem slučaju, vremenska promena količine kretanja može da obuhvati produkte sagorevanja, čvrsto raketno gorivo i konstruktivne elemente:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho \mathbf{v} dV = \frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho_g \mathbf{v}_g + \rho_G \mathbf{v}_G + \rho_E \mathbf{v}_E dV \quad (19)$$

Brzine pomeranja goriva i konstruktivnih elemenata, v_G i v_E , su znatno manje od brzine strujanja produkata sagorevanja, ali su im gustine znatno veće od ρ_g tako da članovi $\rho_G v_G$ i $\rho_E v_E$ mogu da imaju značajnu vrednost u poređenju s količinom kretanja produkata sagorevanja. Ako u raketnom motoru nema pomeranja goriva i konstruktivnih

elemenata, dobija se:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho v dV = \frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho v_g dV \quad (20)$$



Slika 2. Promena dinamičkog potiska u funkciji vremena [2]

Na sl.2 je prikazana vremenska zavisnost dinamičke komponente potiska buster motora rakete *Space Shuttle* [2,6] na početku rada. Može se videti da promena parametara strujanja u komori motora stvara veliku silu. Nakon otvaranja membrane motora dinamička komponenta potiska opada, pa čak u jednom kratkom periodu menja smer dejstva da bi se nakon uspostavljanja strujanja kroz mlaznik stabilizovala na nivou od $\approx 10\%$ maksimalne vrednosti.

U tabeli 1 su date uporedne vrednosti statičke i dinamičke komponente potiska u početnoj fazi rada raketnog motora [2].

Tabela 1.

t (s)	F_{st} (MN)	F_{din} (MN)	F (MN)
0,080	-	1,77	1,77
0,084	-	2,169	2,169
0,088	0,159	2,321	2,480
0,092	0,449	1,813	2,262
0,096	2,1	0,955	3,055
0,100	4,025	-0,462	3,563
0,104	3,357	-0,089	3,268
0,108	3,145	0,274	3,419
0,112	3,306	0,292	3,598
0,116	3,51	0,291	3,901
0,120	3,755	0,255	4,01

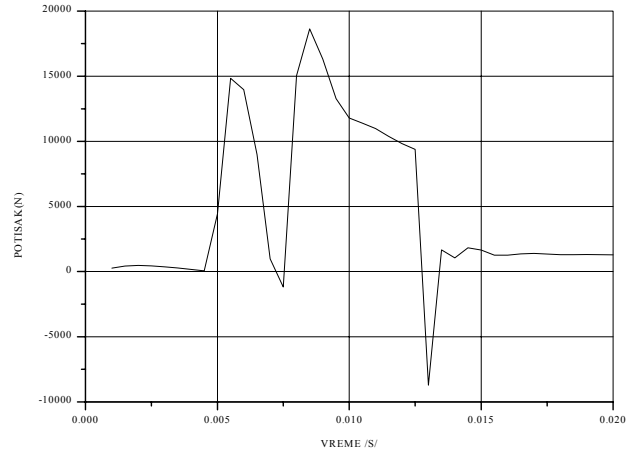
Za određivanje dinamičke komponente potiska definisane jednačinom (20), potrebno je poznavanje parametara strujanja u komori motora. U [7] je razvijen numerički model proračuna strujanja parametara u komori raketnog motora u funkciji vremena i aksijalne koordinate na osnovu jednačina održanja mase, količine kretanja i energije:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{P_z}{A_p} \rho_{pm} r \quad (21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{RT}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + R \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{P_z}{A_p} \cdot \frac{v}{\rho} \cdot \rho_{pm} r - \frac{P_z f v^2}{2 A_p} \quad (22)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + a - 1 \frac{f}{R} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial x} = a - 1 \frac{P_z}{A_p} \cdot \frac{T}{p} \quad (23)$$

Na sl.3 je prikazana proračunska vrednost dinamičke komponente potiska raketnog motora koji je služio za verifikaciju proračuna ($L_g+1,2$ m, $M_g=21,3$ kg, $L_g/d_f \approx 28$).



Slika 3. Proračunska vrednost dinamičke komponente potiska u fazi pripaljivanja RM

Površina poprečnog protočnog preseka kanala goriva je u početnoj fazi konstantna, pa je zavisnost (20) moguće prikazati na sledeći način deleći razmatranu zapreminu na veći broj elementarnih ($\Delta V = A_p \Delta x$):

$$F_{din} = \frac{d}{dt} \int_{V_k} \rho v_g A_p dx = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \rho_{g,i} v_{g,i} A_p h_i \Delta x \quad (24)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^N \rho_{g,i} v_{g,i} A_p h_i^{i+1} \Delta x - \sum_{i=1}^N \rho_{g,i} v_{g,i} A_p h_i^i \Delta x}{\Delta t}$$

odnosno:

$$F_{din} \cong A_p \frac{\Delta x}{\Delta t} \sum_{i=1}^N [\rho_{g,i} v_{g,i}^{i+1} - \rho_{g,i} v_{g,i}^i] \quad (25)$$

Vremenski trenutak t označen je indeksom j a $t + \Delta t$ indeksom $j+1$.

Velike promene strujnih parametara u toku izlaska motora na radni režim prouzrokuju nagle promene dinamičkog potiska, pa čak i promenu smera njegovog dejstva u određenim vremenskim trenucima (sl.3).

Zaključak

Promena količine kretanja u komori raketnog motora s čvrstim gorivom prouzrokuje pojavu dinamičkog potiska. Dinamička komponenta sile potiska naročito je značajna u slučajevima većih gradijenata porasta pritiska u komori motora, što se javlja kod tzv. brzog pripaljivanja i kod dugačkih raketnih motora kod kojih postoje veće promene unutrašnjebalističkih parametara do postizanja ravnotežnog režima rada.

U nekim intervalima rada motora, dinamički potisak predstavlja veći deo sile potiska, pa je posebno kod većih

RM potrebno odrediti njegovu vrednost proračunski, pa i eksperimentalno, radi analize njegovog dejstva na raketu i sistem u celini. Računska provera se može vršiti pomoću nekog od programa za definisanje strujnih parametara u komori RMČG u nestacionarnim uslovima rada (npr. [7]). Ukoliko ima pomeranja goriva i konstruktivnih elemenata u RM, potrebno je obuhvatiti i njihov uticaj.

Veličina dinamičke komponente reaktivne sile se nakon dostizanja ravnotežnog režima rada raketnog motora ustaljuje, na nivou koji predstavlja mali deo ukupnog potiska.

Literatura

[1] ŠAPIRO, J.A.M., MAZING, G.JU., PRUDNIKOV, N.E. *Osnovy proektirovanija raket na tvjordom toplive*. Voennoe izdatel'stvo ministertva obronu SSSR, Moskva, 1968.

- [2] CAVENY, L.N. *Extensions to Analysis of Ignition Transients of Segment Rocket Motors*. NASA CR-150632, June 1978, Princeton University, Princeton, New Jersey.
- [3] SLETTERI, DŽ.S. *Teorija prenosa impulsa, jenerгии i massy v spolšnyh sredah*. Moskva, "JENERGIJA", 1978.
- [4] VORONJEC, K. *Dinamika gasova*. Mašinski fakultet, Beograd, 1968.
- [5] ALEMASOV, V.E., DREGALIN, A.F., TIŠIN, A.P. *Teorija raketnyh dvigatelej*. Moskva, Mašinstroenie, 1989.
- [6] CAVENY, L.H., KUO, K.K., SHACKELFORD, B.W. Thrust and Ignition Transients of the Space Shuttle Solid Rocket Motor. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1980, vol.17, no.6, pp.489-494.
- [7] LEMIĆ, D. *Istraživanje procesa pripaljivanja raketnih motora sa čvrstim gorivom*. Doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 1997.

Rad primljen: 24.5.2002.god.

