

## Potiskivanje bočnih snopova odziva čirp kompresionog filtra

Dr Bojan Zrnić, dipl.inž.<sup>1)</sup>  
Dr Aleksa Zejak, dipl.inž.<sup>2)</sup>  
Marjan Milenkov, dipl.inž.<sup>3)</sup>

Predložena je nova metoda projektovanja čirp kompresionog filtra zasnovana na minimaksnoj modifikaciji rekurzivnog algoritma najmanjih kvadrata (MM RLS algoritam). Novim se pristupom postiže niži nivo bočnih snopova i bolja rezolucija po daljini odziva čirp kompresionog filtra, u odnosu na do sada standardni pristup zasnovan na primeni prozorskih funkcija.

*Ključne reči:* Čirp signal, radarski kompresioni filter, bočni snopovi, MM RLS algoritam, prozorske funkcije.

### Uvod

ŠIRENJE spektra (SS - Spread Spectrum) u komunikacijama ekvivalentno je kompresiji impulsa (Pulse Compression) u radarima. Nastali su i razvijali se jedno vreme nezavisno, a danas predstavljaju jedinstvenu teorijsku oblast s različitim aspektima primene u konkretnim komunikacionim i radarskim sistemima.

Inicijalno su tehnike proširenog spektra razvijene za vojne primene, da bi se ostvarila otpornost na izviđanje i ometanje komunikacionih sistema i sistema za vođenje.

Osnovne karakteristike sistema sa proširenim spektrom su sledeće [1]:

- smanjena verovatnoća presretanja (LPI, Low Probability of Interception);
- poboljšana otpornost na ometanje;
- potiskivanje interferencije;
- otpornost na efekat višestrukog prostiranja (multipath propagation);
- tajnost prenosa.

Domet radarskog sistema  $D$ , pri optimalnoj obradi primljenog signala i delovanju šuma poznate spektralne gustine srednje snage, zavisi isključivo od ukupne energije emitovanog signala  $E$  i nezavisan je od oblika signala:

$$D \approx \sqrt[4]{E} \quad (1)$$

gde je  $E = P_{SR}T$ , pri čemu  $P_{SR}$  označava srednju snagu, a  $T$  je trajanje radarskog impulsa.

Ova činjenica omogućava da se za datu energiju signala izabere njegov oblik kojim se optimizuje neka druga karakteristika radara. Povećanje ukupne energije predajnog signala, kada postoji ograničenje vršne snage predajnika, moguće je postići jedino produženjem trajanja predajnog impulsa. Međutim, na ovaj se način sužava frekventijski opseg signala. S druge strane, rezolucija po daljini  $\Delta D$ , direktno je proporcionalna upravo širini frekventijskog spektra  $B$  signala:

$$\Delta D \approx \frac{1}{B}, \quad B \approx \frac{1}{T} \quad (2)$$

Tako se dolazi do protivrečnog zahteva da signal istovremeno ima što širi spektar (radi postizanja što bolje rezolucije) i da što duže traje (da bi se postigla što veća energija za datu vršnu snagu, tj. da bi se povećao domet). Kompromis između ovih zahteva može da se ostvari uvođenjem kompresije radarskog impulsa, odnosno širenjem spektra radarskog signala.

U osnovi kompresije impulsa jeste postupak unutarimpulsne modulacije signala nosioca. Termin *kompresija impulsa* potiče od načina rada prijemnika, koji modulirani niz podimpulsa ukupne dužine  $T$  na svom ulazu pretvara u uski impuls trajanja  $T_{pi}$  na svom izlazu, uz očuvanje ukupne energije. Vršna snaga ulaznog impulsa je mnogo manja od vršne snage izlaznog impulsa, ali im je ukupna energija jednaka.

Sa stanovišta radarske primene, najvažnije prednosti sistema s kompresijom impulsa jesu:

- poboljšanje rezolucije po daljini uz sačuvane detekcione karakteristike,
- mogućnost da sistemi s ograničenom vršnom snagom imaju performanse koje su ekvivalentne sistemima s kraćim impulsima, a većom vršnom snagom,
- smanjenje osetljivosti na različite vrste interferencije (refleksije od objekata koji nisu predmet osmatranja, tj. kla-ter, namerno ometanje itd.),
- povećana otpornost na ometanje i izviđanje.

Pored složenije strukture predajnika i prijemnika, tehniku kompresije impulsa prati još jedna neželjena pojava koja umanjuje njene efekte, a to su – bočni snopovi na izlazu prilagođenog filtra. Ova se pojava naziva i *sopstveni klater* (self clutter) zbog toga što može da maskira odjeke od slabijih ciljeva i da izazove lažne alarme kao i pravi klater. Sopstveni klater je neugodniji, jer se ne može izdvojiti metodima selekcije pokretnih ciljeva. Naime, kod pokretnih ciljeva sopstveni klater postaje još izrazitiji i

<sup>1)</sup> Vojnotehnička akademija VI, 11000 Beograd, Ratka Resanovića 1

<sup>2)</sup> Institut IMTEL, 11070 Beograd, Bulevar Lenjina 165B

<sup>3)</sup> Vojna pošta 4171, 85000 Bar

može da nadmaši centralni snop.

Zbog toga se projektuju filtri koji istovremeno vrše kompresiju i potiskivanje bočnih snopova kodovanog radarskog signala. Takav filter zamenjuje prilagođeni (matched filter) i naziva se razdešeni filter (mismatched filter). U literaturi se ova dva filtra označavaju i izrazom kompresioni filtri, što je korišćeno u nastavku ovog rada.

Osnovni kriterijumi koji se koriste kao mera za poređenje različitih pristupa u projektovanju radarskih kompresionih filtera su:

- nivo maksimalnih bočnih snopova odziva,
- nivo srednje vrednosti kvadrata bočnih snopova,
- gubitak odnosa signal/šum u poređenju s odnosom signal/šum prilagođenog filtera ( $SNR_{loss}$ ).

Prva dva kriterijuma su dominantni pri projektovanju kompresionih filtera, a treći kriterijum predstavlja kontrolni parametar koji govori o ceni koja se plaća zato što se razdešava filter.

Rad daje novi pristup u projektovanju kompresionog filtera radara koji koriste linearnu frekvencijsku modulaciju signala nosioca. Pristup se zasniva na primeni minimaksno modifikovanog rekurzivnog algoritma najmanjih kvadrata (Recursive Least Square, RLS) koji je dao dobre rezultate kod projektovanja kompresionog filtera s niskim nivoom bočnih snopova u slučaju fazno moduliranih radarskih signala. Algoritam je nazvan "MM RLS", dat je u formi pogodnoj za implementaciju (dijagram toka) i ima poboljšanu konvergenciju u odnosu na prethodnu varijantu algoritma [2]. Primenom MM RLS algoritma dobija se čirp kompresioni filter s nižim nivoom bočnih snopova i boljom rezolucijom po daljini u odnosu na dosadašnja rešenja koja se zasnivaju na primeni prozorskih funkcija.

### Linearni čirp signal

Tehnika linearnog čirpa ili linearne frekvencijske modulacije (LFM) signala je jedna od prvih koje su primenjene za kompresiju radarskog signala [3]. Naime, unutarimpulsna frekvencijska modulacija, koja za datu širinu impulsa  $T$  ostvaruje širinu spektra veću od  $B=1/T$  ( $TB>1$ ), prvi put je realizovana linearnom promenom frekvencije unutar impulsa. Kasnije je tehnika kompresije impulsa primenjena u mnogim drugim oblastima (meteorologija, geofizika, telekomunikacije, jonosferska merenja, ispitivanje materijala i sl.), a zajedno s njom i LFM signal.

U kompleksnoj notaciji, linearni čirp signal s pravougaonom ovojnicom dat je izrazom:

$$s(t) = e^{j2\pi(f_0 t + \frac{B}{2T}t^2)} \quad \text{za } |t| < \frac{T}{2} \quad (3)$$

gde su:  $B$ - širina spektra signala,  $T$ - trajanje signala a  $f_0$ -frekvencija signala nosioca.

Normalizovana kompleksna ovojnica linearnog čirp signala prikazana je izrazom:

$$\mu(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{j\pi \frac{B}{T} t^2} \quad \text{za } |t| < \frac{T}{2} \quad (4)$$

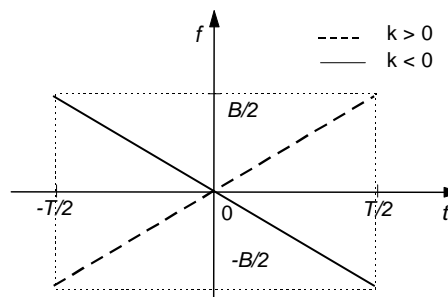
Trenutna frekvencija  $f_i(t)$  kompleksne ovojnice  $\mu(t)$  data je izrazom:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = kt \quad (5)$$

gde je  $k$  konstanta koja određuje strminu promene trenutne frekvencije linearnog čirpa. Ako se trenutna frekvencija menja u opsegu  $B$  za vreme trajanja signala  $T$ , kao što je prikazano na sl.1, apsolutna vrednost  $k$  data je izrazom:

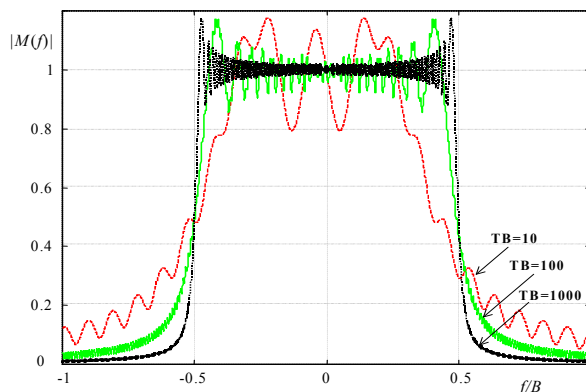
$$|k| = \frac{B}{T} \quad (6)$$

Znak konstante  $k$  određuje pravac promene (porast ili pad) trenutne frekvencije.



Slika 1. Promena trenutne frekvencije linearnog čirpa

Frekvencijski spektar čirp signala za različite  $TB$  proizvode prikazan je na sl.2 [3]. Na osnovu ove slike može se zaključiti da je spektar čirp signala, kao i ovojnica signala u vremenskom domenu, pravougaonog oblika. Kada je  $TB$  proizvod veliki, pravougaoni oblik spektra je izraženiji.



Slika 2. Frekvencijski spektar čirp signala za različite vrednosti  $TB$  proizvoda

### Minimaksna modifikacija RLS algoritma

Radarski kompresioni filtri mogu da se realizuju kao analogni i kao digitalni. Zbog veoma brzog napretka digitalnih tehnologija, a posebno digitalnih procesora signala, kompresioni filtri se sve više realizuju kao digitalni filtri. Osnovna struktura koja se koristi za realizaciju jeste FIR (Finite Impulse Response) filter u transverzalnoj formi.

Osnovni smisao najvećeg broja metoda za potiskivanje bočnih snopova jeste projektovanje kompresionog filtera sa zadatim (željenim, ciljnim) oblikom odziva. Drugim rečima, trebalo bi pronaći koeficijente filtera koji daju najbolju aproksimaciju njegovog zadatog odziva. Prema načinu zadavanja odziva i aproksimacije željenog odziva, mogu da se uoče dva pristupa:

- nezavisno zadavanje željenog odziva i njegove aproksimacije – filtri s minimizovanim kvadratom greške i filtri s minimizovanom maksimalnom greškom

(minimaksni filtri),

– združeno zadavanje željenog odziva i njegove aproksimacije definisanjem izlazne ovojnice - filtri s zadatom ovojnicom (ECF, Envelope Constrained Filter).

Rad daje algoritam za projektovanje čirp kompresionog filtra zasnovan na minimaksoj modifikaciji RLS algoritma.

Definisanje novog algoritma za projektovanje kompresionog filtra koristi izvesnu analogiju sa primenom RLS algoritma kao mehanizma adaptacije pri realizaciji adaptivnih filtara transverzalne strukture. Treba naglasiti da dobijeni filter za potiskivanje bočnih snopova nije adaptivan već se samo u postupku dobijanja algoritma za njegovo projektovanje koristi sličan pristup kao u sintezi adaptivnih filtra [4].

Trening sekvenca se dovodi na ulaz adaptivnog filtra FIR (transverzalne) forme. Struktura trening sekvence je usklađena s nekim unapred određenim kriterijumom. Ako postoji apriorno znanje o obliku željenog odziva (vektor  $\mathbf{d}$ ), adaptivni algoritam treba da postavi težinske koeficijente filtra (vektor  $\mathbf{x}$ ) tako da njegov odziv (vektor  $\boldsymbol{\psi}$ ) na trening sekvencu bude što sličniji željenom. Kriterijum sličnosti između željenog i dobijenog odziva može da bude različit, a uobičajeni pristup je minimizacija srednje kvadratne vrednosti greške  $\alpha$ :

$$\|\alpha_i\|^2 = \|\mathbf{d}_i - \boldsymbol{\psi}_i\|^2 \quad (7)$$

Ovaj kriterijum ispunjavaju filtri koji kao mehanizam adaptacije koriste RLS algoritam.

Primenom standardnog RLS algoritma, dobija se razdešeni filter koji je optimalan za potiskivanje srednje kvadratne vrednosti nivoa bočnih snopova. Da bi se dobio razdešeni filter optimalan za potiskivanje maksimalnih bočnih snopova, modifikovan je standardni RLS algoritam tako da on minimizuje maksimalnu apsolutnu vrednost greške između stvarnog i željenog odziva:

$$\min[\sup(|\alpha_i|, 1 \leq i \leq N + M - 1)] \quad (8)$$

Trening sekvenca ima sledeću strukturu:

$$[\dots \mathbf{s} \underbrace{0 \dots 0}_{m-1} \mathbf{s} \underbrace{0 \dots 0}_{m-1} \dots] \quad (9)$$

gde je  $\mathbf{s}$  vektor dužine  $N$  koji predstavlja sekvencu kojom je modulisan signal nosioca (što odgovara kompleksnoj ovojnicu radarskog signala na ulazu u kompresioni filter).

Željeni odziv ima sledeću strukturu:

$$\mathbf{d} = [\dots \underbrace{0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0}_{m+n-1} \underbrace{0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0}_{m+n-1} \dots] \quad (10)$$

koja označava jediničnu vrednost glavnog snopa i nultu vrednost bočnih snopova.

Proces prolaska trening sekvence kroz filter ima cikličnu strukturu i može da se opiše sa  $m+n-1$  stanja filtra. Stanje filtra se opisuje vektorom ulaza  $\mathbf{u}$  (dužine  $n$ ), čije su komponente određene trenutnom pozicijom sekvence  $\mathbf{s}$  u odnosu na liniju za kašnjenje filtra. Ako se sva stanja filtra zapišu "jedno ispod drugog", dobićemo tzv. matricu ulaza

ili matricu signala  $\mathbf{S}$  koja ima sledeću strukturu:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_n & s_{n-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & s_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & s_n \end{bmatrix}_{(n+m-1) \times m} \quad (11)$$

Dakle, stanje filtra u  $k$ -tom trenutku dato je sa:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{S}(1 + \lfloor k-1 \rfloor_{m+n-1}, :) \quad (12)$$

gde  $\lfloor a \rfloor_b$  označava vrednost broja  $a$  po modulu  $b$ , a simbol: označava sve elemente date vrste iz matrice  $\mathbf{S}$ .

U skladu sa ovom notacijom, vrednosti željenog odziva, stvarnog odziva i apriorne greške u  $k$ -tom trenutku date su sa:

$$\mathbf{d}(k) = \mathbf{d}_{1+\lfloor k-1 \rfloor_{m+n-1}} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\psi}(k) = \boldsymbol{\psi}_{1+\lfloor k-1 \rfloor_{m+n-1}} \quad (14)$$

$$\alpha(k) = \alpha_{1+\lfloor k-1 \rfloor_{m+n-1}} \quad (15)$$

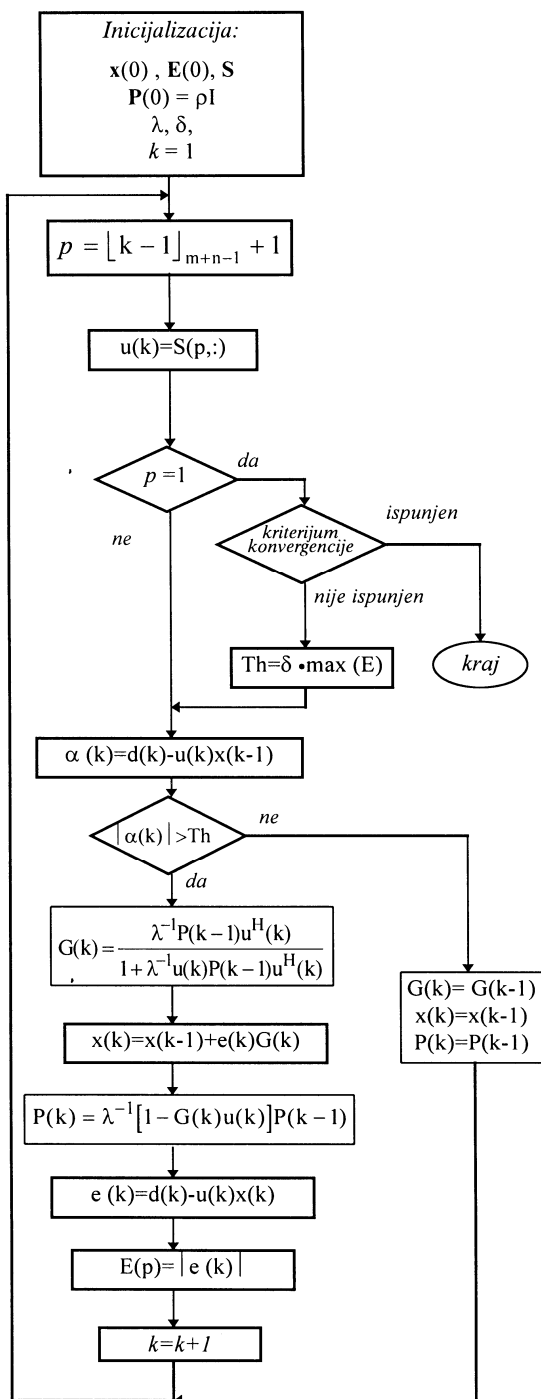
gde su  $d_i$ ,  $\psi_i$  i  $\alpha_i$   $i$ -te komponente odgovarajućih vektora  $\mathbf{d}$ ,  $\boldsymbol{\psi}$  i  $\alpha$ .

Modifikacija standardne RLS procedure, date u [4], ostvaruje se uvođenjem kriterijuma:

$$|\alpha_k| \geq Th \quad (16)$$

gde je  $Th$  skalarna veličina i predstavlja vrednost praga s kojom se poredi iznos trenutne greške. Ako je greška veća ili jednaka vrednosti praga, koriguju se vektori procenjenih koeficijenata filtra  $\mathbf{x}$ , vektora pojačanja  $\mathbf{G}$  i matrice  $\mathbf{P}$ . Ako je greška manja, ne koriguju se ove veličine, tj. nova vrednost jednaka je vrednosti iz prethodnog trenutka i ide se na sledeću iteraciju.

**Minimaksno modifikovani RLS algoritam** opisan je dijagramom toka na sl.3. Navešćemo značenje oznaka:  $\lambda$  je faktor zaboravljanja (za determinističko okruženje  $\lambda=1$ ),  $\mathbf{u}(k)$  je vektor ulaznog signala dužine  $n$ ,  $\mathbf{S}$  je matrica signala,  $\mathbf{x}(k)$  je vektor procenjenih koeficijenata filtra dužine  $m$ ,  $\mathbf{d}(k)$  je vektor željenog izlaza dužine  $n+m-1$ ,  $\alpha(k)$  je vrednost apriorne greške u  $k$ -toj iteraciji,  $e(k)$  je vrednost aposteriorne greške u  $k$ -toj iteraciji,  $\mathbf{E}(\cdot)$  je vektor apsolutnih vrednosti odbiraka aposteriorne greške dužine  $(n+m-1)$ ,  $\mathbf{G}$  je vektor pojačanja,  $\mathbf{P}$  je matrica koja govori o pouzdanosti procene,  $\max(\cdot)$  označava maksimalni element odgovarajućeg vektora,  $(k)$  označava  $k$ -tu iteraciju pri čemu jedna iteracija odgovara jednom pomeraju udesno ulazne sekvence unutar linije za kašnjenje transverzalnog filtra, a u skladu s tim,  $p$  je kontrolni brojač koji daje informaciju da je u procesu obučavanja filtra kroz njegovu liniju za kašnjenje prošla sekvenca  $\mathbf{s}$ , koja predstavlja kompleksnu envelopu jednog radarskog impulsa. Konstanta  $\delta$  ima vrednost blisku ili jednaku jedinici i ona utiče na brzinu konvergencije ovog algoritma.



Slika 3. Dijagram toka MM RLS algoritma

Da bi ovaj algoritam mogao da započne rad, potrebno je odrediti inicijalne vrednosti za vektor  $\mathbf{x}$ , matricu  $\mathbf{P}$  kao i početnu vrednost praga  $Th$ . Uobičajen izbor je  $\hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}$  i  $\mathbf{P}_0 = \rho \mathbf{I}$ , gde je  $\mathbf{0}$  nulti vektor,  $\rho$  pozitivna velika konstanta,  $\mathbf{I}$  jedinična matrica. Postavljanjem početne vrednosti vektora greške  $\mathbf{E}(0) = \mathbf{0}$ , postavlja se inicijalna vrednost praga  $Th = 0$ , čime se obezbeđuje da algoritam u prvom prolasku sekvence  $\mathbf{s}$  kroz filter dostiže standardno RLS rešenje, koje je optimalno u pogledu srednjekvadratnog nivoa bočnih

snoпова.

Kao što je napisano, vektor greške  $\mathbf{E}$  (dužine  $n+m-1$ ), na osnovu koga se formira vrednost praga  $Th$ , predstavlja apsolutnu vrednost aposteriorne greške u toku prolaska jednog radarskog impulsa (predstavljenog sekvencom  $\mathbf{s}$ ) kroz liniju za kašnjenje filtra. Ovim rešenjem se povećava brzina konvergencije ovog algoritma u odnosu na algoritam predložen u radu [2], u kome se vektor  $\mathbf{E}$  formirao na osnovu odabira apriorne greške.

Uvođenjem kriterijuma (16) i načinom formiranja praga  $Th$  izvršena je, u suštini, *minimaksna* modifikacija standardnog RLS algoritma, jer se estimirani vektor koeficijenata filtra koriguje samo u trenucima kada je vrednost trenutne greške na izlazu filtra veća ili jednaka maksimalnoj vrednosti greške na izlazu filtra iz prethodne iteracije. Drugim rečima, predloženi algoritam pokušava da minimizuje maksimalnu vrednost greške na izlazu filtra, što odgovara projektovanju razdešenog radarskog filtra koji je optimalan za potiskivanje maksimalnih bočnih snoпова.

Na ovaj način moguće je postići kompromis između nivoa maksimalnih bočnih snoпова i srednje kvadratne vrednosti bočnih snoпова, zavisno od kriterijuma kojem se u konkretnoj aplikaciji daje veći značaj.

### Primena prozorskih funkcija u projektovanju čirp kompresionog filtra

Odziv kompresionog filtra prilagođenog na čirp signal ima oblik funkcije  $\sin(x)/x$  sa nivoom maksimalnih bočnih snoпова od -13.26 dB [5]. Osnovni pristup u projektovanju čirp kompresionog filtra s niskim nivoom bočnih snoпова zasniva se na tehnici primene prozorskih funkcija kojima se amplitudski ponderiše impulsni odziv čirp prilagođenog filtra [3,5-7].

Tehnika primene prozorskih funkcija (window function) se u digitalnoj obradi signala koristi da bi se popravile frekvencijske karakteristike diskretne Furijeove transformacije posmatranog signala. Prozorske funkcije su uvedene u radarsku tehniku da bi se optimizovao dijagram zračenja antene, tj. da bi se smanjili bočni snoповi u dijagramu zračenja antene uz minimalne gubitke pojačanja i minimalno širenje glavnog snopa. Ovo je analogno postizanju maksimalne redukcije bočnih snoпова odziva prilagođenog filtra uz minimalan gubitak odnosa signal/šum i minimalno proširenje glavnog snopa odziva filtra [3]. Pored ovih primena, prozorske funkcije su korištene i za potiskivanje bočnih snoпова odziva kompresionog filtra za fazno modulirane signale kod sonara [8].

Veći broj radova, koji se bave prolemom potiskivanja bočnih snoпова signala na izlazu filtra kod radara sa čirp signalom, zasniva se na primeni prozorskih funkcija kojima se amplitudno ponderiše impulsni odziv prilagođenog filtra. Sve ostale propratne pojave u odzivu kompresionog filtra su neželjene, a najlošije je proširenje glavnog snopa odziva filtra, jer to znači pogoršanje rezolucije po daljini. U literaturi [3,5,6] je razmatran veliki broj prozorskih funkcija, a zajednička im je karakteristika da se bolje potiskivanje bočnih snoпова postiže proširenjem glavnog snopa i pogoršanjem odnosa signal/šum.

Rad analizira odziv čirp kompresionih filtera dobijenih

Hemingovom (Hamming), Kajzerovom (Kaiser) i Čebiševljevom (Chebyshev) prozorskom funkcijom.

*Hemingova prozorska funkcija* je tipični predstavnik prozorskih funkcija kosinusnog tipa koje su date u obliku:

$$\mathbf{w}_{\cos}(n) = \begin{cases} a - b \cos\left(\frac{2n\pi}{N-1}\right) + c \cos\left(\frac{4n\pi}{N-1}\right), & n=0,1,2,\dots,N-1 \\ 0, & \text{za ostale } n \end{cases} \quad (17)$$

U gornjem izrazu  $\mathbf{w}_{\cos}$  je vektor odbiraka prozorske funkcije, a  $N$  je njegova dužina (u našem slučaju dužina prozora je jednaka dužini ulazne sekvence). Kod Hemingove prozorske funkcije vrednosti su  $a=0.54$ ,  $b=0.56$ ,  $c=0$ . Teorijski, maksimalni bočni snopovi su na nivou od -42.8 dB i opadaju pod nagibom od 6 dB/oktavi, dok je širina glavnog loba  $8\pi/N$ .

Problem konstruisanja dobre prozorske funkcije svodi se na određivanje vremenski ograničene funkcije koja ima minimalnu energiju izvan nekog opsega učestanosti [9]. *Kajzerova prozorska funkcija* predstavlja jednostavnu diskretnu aproksimaciju funkcije ograničenog trajanja  $T_k$  koja maksimizuje energiju u opsegu učestanosti  $B_k$  pomoću modifikovane Beselove funkcije prve vrste nultog reda  $I_0(\cdot)$ . Dakle, Kajzerov prozor je dat izrazom:

$$\mathbf{w}_k(n) = \begin{cases} \frac{I_0\left[\beta\sqrt{1-[1-2n/(N-1)]^2}\right]}{I_0(\beta)}, & n=0,1,2,\dots,N-1 \\ 0, & \text{za ostale } n \end{cases} \quad (18)$$

Kajzerov prozor ima dva parametra: dužinu  $N$  i faktor oblika  $\beta$ . Za fiksiranu dužinu prozora  $N$ , faktorom oblika  $\beta$ , može da se direktno pravi kompromis između širine glavnog snopa i nivoa bočnih snopova projektovanog filtra. Tipične vrednosti za  $\beta$  su u intervalu od 3 do 10, a postoji nekoliko empirijskih formula koje daju potrebnu vrednost  $\beta$  zavisno od željenog nivoa bočnih snopova.

Problem određivanja optimalne prozorske funkcije može da se matematički predstavi i kao optimizacioni problem određivanja prozorske funkcije čiji centralni snop ima minimalnu širinu za zadato slabljenje bočnih snopova. Problem je poznat u teoriji antenskih nizova i za njegovo rešavanje predloženo je korišćenje svojstva Čebiševljeve polinoma, odnosno na njegovim svojstvima zasnovane tzv. *Dolf-Čebiševljeve (Dolph-Chebyshev) prozorske funkcije* čiji su odbirci u frekvencijskom domenu dati izrazom [9]:

$$\mathbf{W}_{DC}(k) = (-1)^k \frac{\cos\{N \cos^{-1}[\gamma \cos(\pi k / N)]\}}{\cosh[N \cosh^{-1}(\gamma)]} \quad (19)$$

$k=0,1,2,\dots,N-1$

gde je  $\gamma = \cos h\left[\frac{1}{N} \cos h^{-1}(10^{SLL})\right]$ , a SLL je vrednost slabljenja bočnih snopova u dB.

Odbirci Čebiševljeve prozorske funkcije u vremenskom domenu  $\mathbf{w}_{DC}(n)$  dobijaju se primenom inverzne diskretne Furijeove transformacije na odbirke  $\mathbf{W}_{DC}(k)$ . Kao što se vidi, i ova prozorska funkcija ima dva parametra: dužinu  $N$  i slabljenje bočnih snopova  $\alpha$ . Važno je istaći da su svi bočni snopovi ove prozorske funkcije jednaki (equiripple).

Kao što je već rečeno, dominantni se pristup u

projektovanju čirp kompresionog filtra s niskim nivoom bočnih snopova zasniva na tehnički prozorskih funkcija. Izbor pravog prozora u postupku projektovanja filtra zavisi od postavljenih zahteva za rezoluciju po daljini (širina glavnog snopa), za nivo maksimalnih bočnih snopova i za pogoršanje odnosa S/N koje filter treba da ostvari za datu dužinu ulazne sekvence čirpa. Zbog toga se definitivno zaključak o dobrim i lošim prozorskim funkcijama ne može dati. Većina radova koji se bave ovom problematikom koriste Hemingovu prozorsku funkciju kao kompromisno rešenje. [3,5-7,10].

### Projektovanje čirp kompresionog filtra primenom MM RLS algoritma

Čirp signal, čija je kompleksna ovojnica data izrazom (4), na ulazu u kompresioni filter može da se predstavi vektorom odbiraka:

$$\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_N]^T \quad (20)$$

U gornjem izrazu  $N$  je broj odbiraka koji je dat relacijom:

$$N = \frac{T}{T_s} \quad (21)$$

gde je  $T_s$  period odabiranja. Ako je širina spektra čirp signala  $B=kT$ , onda je, u skladu sa Nikvistovim (Nyquist) kriterijumom, period odabiranja:

$$T_s \leq \frac{1}{2B} = \frac{1}{2kT} \quad (22)$$

Iz (18 i 19) sledi:

$$N \geq 2TB = 2kT^2 \quad (23)$$

Kompresioni filter koji projektujemo ima transverzalnu strukturu i njegov impulsi odziv (težinski koeficijenti filtra) predstavljen je vektorom:

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]^T \quad (24)$$

gde je  $M$  dužina kompresionog filtra, pri čemu ćemo uzeti da je  $M=N$ , tj. dužina filtra jednaka je dužini sekvence ulaznog signala.

U radu [11] pokazana je primena IRLS (Iterative Reweighted Least Square) algoritma za projektovanje čirp kompresionog (microscan) prijemnika koji se koristi u radio-izviđačkim sistemima i dobijeni su bolji rezultati od rezultata dobijenih primenom Hemingove prozorske funkcije. Zbog numeričke složenosti i potrebnih memorijskih resursa za izvršenje IRLS algoritma, u tom radu je vršeno projektovanje filtra samo za manje vrednosti TB proizvoda ( $TB < 100$ ).

U radarskim aplikacijama, vrednosti TB proizvoda mogu biti znatno veće (tipičan raspon je od 100 do 1000), što je bio osnovni motiv da se istraži mogućnost projektovanja čirp kompresionog radarskog filtra primenom minimaxno modifikovanog RLS algoritma (MM RLS) opisanog u prethodnom poglavlju, zbog njegove manje numeričke složenosti od IRLS algoritma. Naime, zbog operacije inverzije matrice IRLS algoritam ima red složenosti  $O(n^3)$ , dok MM RLS ima red složenosti  $O(n^2)$ , jer je reč o vektorski orijentisanom algoritmu. Pored toga, memorijski resursi koje zahteva MM RLS algoritam su znatno manji, jer nema potrebe za čuvanjem ulaznih matrica velikih dimenzija kao i matrica međurezultata.

Da bi se primenio MM RLS algoritam definisan

dijagramom toka sa sl.3, potrebno je da se prethodno generiše sekvenca kompleksne envelope čirp signala (vektor  $\mathbf{s}$ ) sa zadatom vrednošću TB proizvoda, a na osnovu nje matrica signala  $\mathbf{S}$  (prema izrazu 11), čiji će redovi predstavljati sukcesivne vrednosti vektora ulaza  $\mathbf{u}$ .

Specifičnost primene algoritama zasnovanih na metodu najmanjih kvadrata u projektovanju čirp kompresionih filtara jeste mogućnost jednoznačnog podešavanja rezolucije po daljini, dok kod prozorskih funkcija ovu mogućnost delimično imaju samo Kajzerova i Čebiševljeva prozorska funkcija (podešavanje je moguće, ali nije jednoznačno). Naime, kao i kod primene IRLS algoritma za projektovanje mikrosken prijemnika [11], i ovde je na sličan način moguće načinom formiranja vektora greške  $\mathbf{E}$  uticati na vrednost rezolucije po daljini. Potrebno je, da se u toku izvršenja MM RLS algoritma odbirci vektora greške dobijaju na osnovu sledećeg izraza:

$$\mathbf{E}(p) = \begin{cases} 0 & \frac{n+m-1}{2} - W \leq p \leq \frac{n+m-1}{2} + W \\ |e(p)| & \text{za ostale } p \end{cases} \quad (25)$$

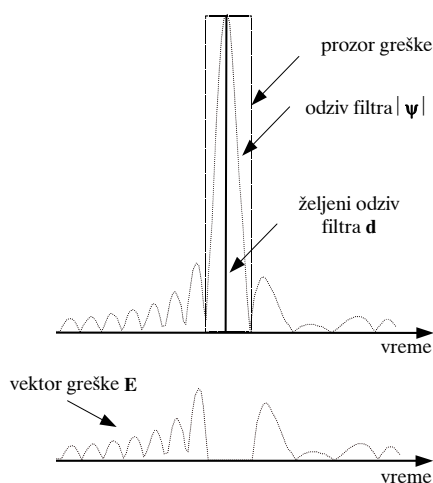
$$p=1,2,\dots,n+m-1$$

U gornjem izrazu  $|e(p)|$  predstavlja apsolutnu vrednost aposteriorne greške između željenog i stvarnog odziva,  $n$  je dužina sekvence,  $m$  je dužina filtra a  $W$  je ceo broj koji definiše širinu tzv. *prozora greške* koji predstavlja interval u okolini glavnog snopa u kome se uzima da vrednost greške ima nultu vrednost. Širina ovog intervala utiče na to koliko će rezoluciju po daljini imati projektovani filtar. Inicijalna rezolucija je jednaka širini glavnog snopa odziva prilagođenog filtra.

Vrednost  $W$  je povezana s kriterijumom odabiranja. U opštem slučaju, perioda odabiranja je data izrazom:

$$T_s = \frac{1}{\xi B} = \frac{1}{\xi k T} \quad (26)$$

gde je  $k$  strmina, a  $T$  trajanje čirp signala. Za vrednost  $\xi=2$  ispunjen je zahtev za minimalnim periodom odabiranja u skladu s Nikvistovim kriterijumom. Ako hoćemo da MM RLS algoritmom projektujemo čirp razdešeni kompresioni filtar sa rezolucijom na nivou čirp prilagođenog kompresionog filtra, onda treba da bude  $W=\xi$ , odnosno za rezoluciju koja je dvostruko lošija od prilagođenog filtra  $W=2\xi$ .



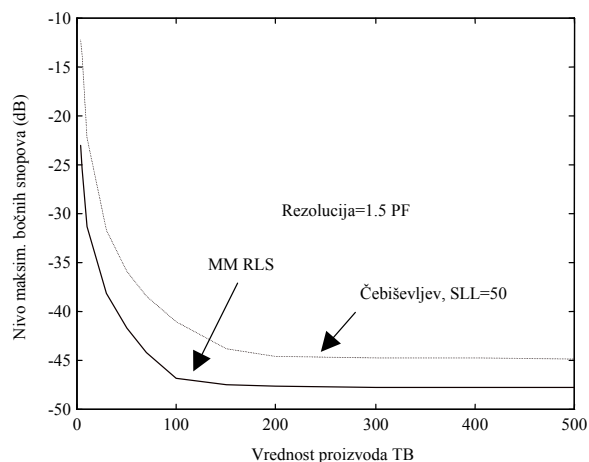
Slika 4. Prikaz formiranja vektora greške

Na sl.4 prikazan je vektor željenog odziva  $\mathbf{d}$ , prozor greške određen sa  $W$ , odziv filtra  $\boldsymbol{\psi}$  kao i izgled vektora greške  $\mathbf{E}$ .

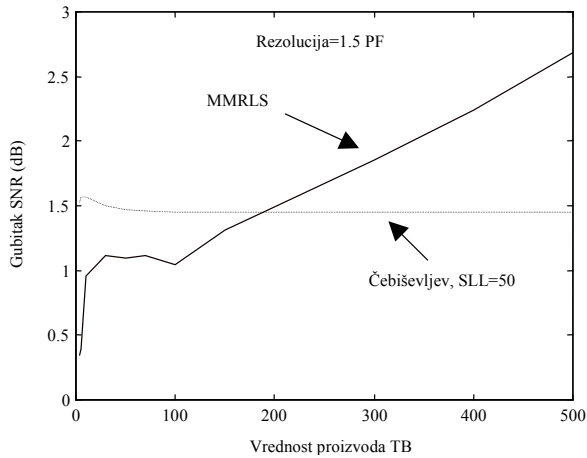
#### Poređenje rezultata MM RLS algoritma i prozorskih funkcija

Rad prikazuje komparativnu analizu rezultata koje daje čirp kompresioni filtar projektovan pomoću prozorskih funkcija u odnosu na pristup zasnovan na MM RLS algoritmu, pri čemu je posmatran uticaj vrednosti TB proizvoda čirp signala na nivo maksimalnih bočnih snopova odziva čirp kompresionog filtra.

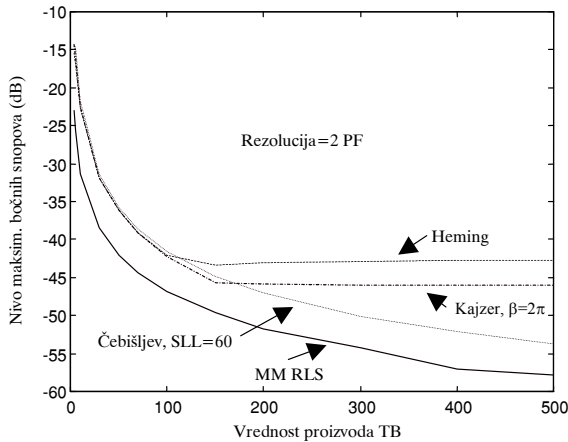
Poređenje nivoa maksimalnih bočnih snopova na izlazu iz čirp kompresionih filtara koji su projektovani MM RLS algoritmom, odnosno pomoću Čebiševljeve prozorske funkcije s parametrom SLL=50, za rezoluciju koja je jedan i po puta lošija od rezolucije prilagođenog filtra (PF) dato je na sl.5. Na sl.6 prikazan je gubitak SNR u navedenom slučaju. Od svih prozorskih funkcija, ova daje najbolji rezultat pri ovoj rezoluciji, ali se vidi da su rezultati koje daje MM RLS filtar bolji (osim u delu za gubitak odnosa S/N za TB>200).



Slika 5. Uporedni prikaz uticaja TB proizvoda čirp signala na nivo maksimalnih bočnih snopova odziva čirp kompresionog filtra; Čebiševljeva prozor sa faktorom SLL=50 dB i MM RLS algoritam

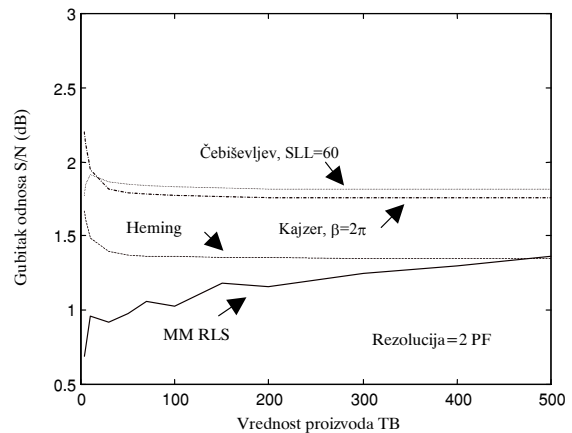


**Slika 6.** Uporedni prikaz uticaja TB proizvoda čirp signala na gubitak odnosa S/N odziva čirp razdešenog filtra (u odnosu na čirp prilagođeni filter); Čebiševljev prozor sa faktorom SLL=50 dB i MM RLS algoritam

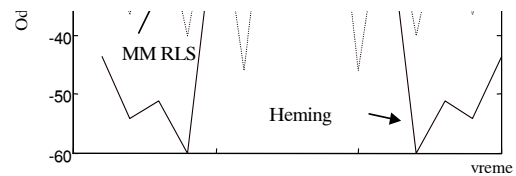
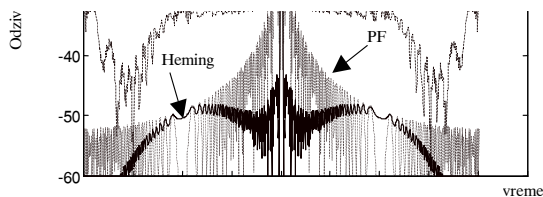


**Slika 7.** Uporedni prikaz uticaja TB proizvoda čirp signala na nivo maksimalnih bočnih snopova odziva čirp kompresionog filtra, različiti prozori i MM RLS algoritam

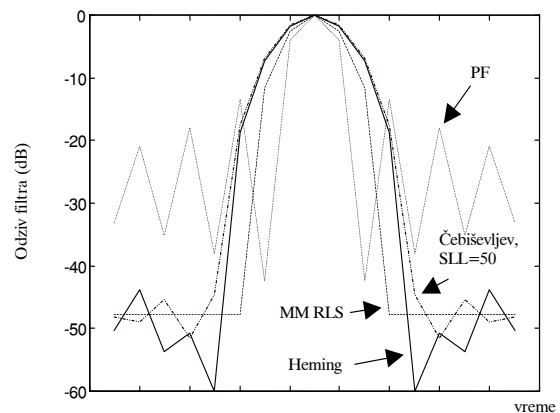
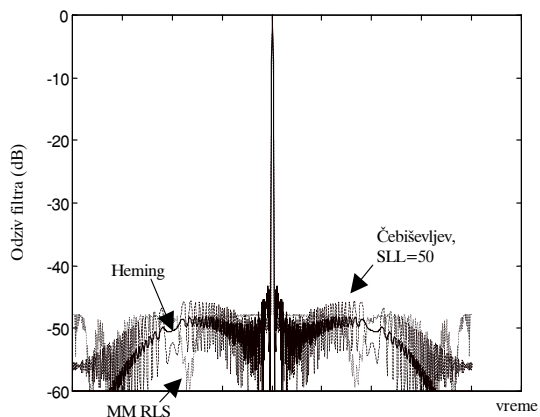
Na sl.7 dato je poređenje nivoa maksimalnih bočnih snopova na izlazu iz čirp kompresionih filtera koji su projektovani MM RLS algoritmom, odnosno pomoću različitih prozorskih funkcija za rezoluciju koja je dvaput lošija od rezolucije prilagođenog filtra, a na sl.8 dat je gubitak odnosa S/N u navedenom slučaju. Uočava se da filter dobijen MM RLS algoritmom pokazuje bolje rezultate u poređenju s prozorskim funkcijama, kako u pogledu potiskivanja bočnih snopova tako i u pogledu gubitka odnosa signal/šum. Na primer, u poređenju s filtrom koji se dobija primenom Hemingove prozorske funkcije, dosadašnjeg standardnog rešenja, nivo bočnih snopova je niži i do 15 dB (za TB=500), dok je gubitak odnosa S/N usled razdešavanja filtra niži sve do TB=500. Sa sl.7 može se videti da se teorijska vrednost potiskivanja bočnih snopova od 42.8 dB za Hemingovu prozorsku funkciju postiže tek za vrednosti TB proizvoda veće od 200, kao i da se vrednost gubitka odnosa S/N koja je zabeležena u literaturi za Hemingov prozor ( $SNR_{\text{loss}}=1.36$ ) postiže takođe pri vrednostima TB proizvoda većim od 200, dok je



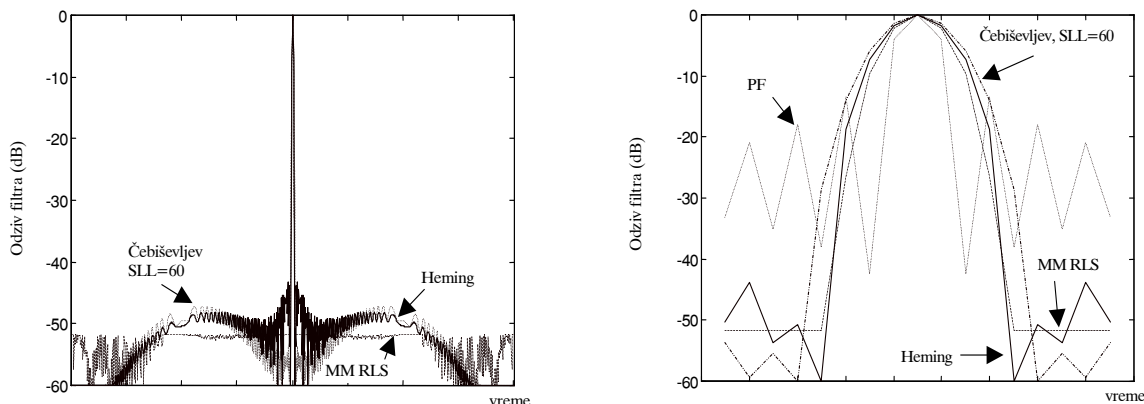
**Slika 8.** Uporedni prikaz uticaja TB proizvoda čirp signala na gubitak odnosa S/N odziva čirp razdešenog filtra (u odnosu na čirp prilagođeni filter), različiti prozori i MM RLS algoritam



**Slika 9.** Odzivi prilagođenog Hemingovog i MM RLS (rezolucija nepromenjena u odnosu na PF) razdešenog kompresionog filtra, TB=200, (desno je prikazan deo odziva oko glavnog loba)



**Slika 10.** Odzivi prilagođenog Hemingovog, Čebiševljevovog i MM RLS (rezolucija jedan i po put lošija od PF) razdešenog kompresionog filtra, TB=200, (desno je prikazan deo odziva oko glavnog loba)



Slika 11. Odzivi prilagođenog, Hemingovog, Čebiševjevog i MM RLS (rezolucija dvostruko lošija od PF) razdešenog kompresionog filtra,  $TB=200$ , (desno je prikazan deo odziva oko glavnog loba)

za manje vrednosti  $TB$  proizvoda,  $SNR_{\text{loss}}$  veći.

Na slikama 9, 10 i 11 prikazani su vremenski odzivi filtera s različitim rezolucijama koji su dobijeni primenom MM RLS algoritma. Projektovanje kompresionog filtra s različitim rezolucionim karakteristikama omogućeno je odgovarajućim izborom prozora greške, tj. vrednosti  $W$ . Slično kao i kod upotrebe Kajzerove i Čebiševljeve prozorske funkcije, i pri projektovanju filtera zasnovanom na MM RLS algoritmu bolje potiskivanje se dobija pogoršavanjem rezolucije.

Bitna prednost ovog pristupa ogleda se u mogućnosti ostvarenja značajnog potiskivanja bočnih snopova (sa  $-13.2$  dB na  $-32$  dB) bez narušavanja rezolucije (sl.9), ali treba napomenuti da je gubitak odnosa S/N prihvatljiv samo za vrednosti  $TB < 50$  ( $SNR_{\text{loss}} < 3$  dB)

Istaći ćemo da se rezultati koje daje MM RLS algoritam mogu dobiti i IRLS algoritmom, ali važno je napomenuti da je to, s aspekta raspoložive računarske opreme, moguće do određenog iznosa  $TB$  proizvoda. Na primer, na PC računaru Pentium 2 sa radnim taktom 366 MHz i 64 MB RAM memorije projektovanje filtra IRLS procedurom za  $TB=300$  traje preko 20 sati, dok se isti filter sa MM RLS pristupom dobija za približno 4 sata. Takođe se za  $TB > 300$ , izvršenje IRLS algoritma već dovodi u pitanje i na vrlo jakim računarskim platformama (treba vršiti inverziju matrice dimenzija  $(\xi^*TB, \xi^*TB)$  uz dodatna množenja matrica velikih dimenzija). Još jedan od problema u izvršenju IRLS procedure jesu memorijska ograničenja zbog potrebe čuvanja matrica velikih dimenzija. Na primer, za  $TB=500$ , matrica signala ima dimenzije (1999,1000) što je  $\approx 2$  miliona kompleksnih elemenata. Kako jedan kompleksni element zauzima 8 bajtova, za smeštaj samo ove matrice potrebno je oko 16 MB RAM memorije pre početka izvršenja algoritma uz dodatne memorijske zahteve tokom izvršenja algoritma (za smeštanje međurezultata itd.).

### Zaključak

Na osnovu priloženih rezultata, uočava se prednost MM RLS pristupa u odnosu na prozorske funkcije. Poredeći s bilo kojim odzivom dobijenim pomoću prozorske funkcije, pri istoj rezoluciji, MM RLS pristup daje uvek niže bočne snopove, a u većini poređenja i pri boljoj rezoluciji ima niže bočne snopove. Ovaj algoritam je manje osetljiv na odstupanje oblika spektra čirp signala od pravouglog (za

male vrednosti proizvoda  $TB$ ) što je glavni razlog zbog koga prozorske funkcije postižu teoretski nivo bočnih snopova tek pri većim vrednostima  $TB$  proizvoda.

Rezultati koje daje MM RLS algoritam mogu da se dobiju i IRLS algoritmom, ali MM RLS algoritam ima manju numeričku kompleksnost i manje memorijske zahteve.

Na kraju treba pomenuti da se MM RLS algoritam može uspešno primeniti i u drugim problemima optimizacije, kao što je npr. oblikovanje dijagrama zračenja antenskog niza [13].

### Literatura

- [1] ZEJAK, A.J. *Digitalna obrada radarskih signala*. Rukopis lekcija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1999.
- [2] ZRNIĆ, B., ZEJAK, A.J., PETROVIĆ, A., SIMIĆ, I. *Range Sidelobe Suppression for Pulse Compression Radars Utilizing Modified RLS Algorithm*. Proc. of IEEE Conf. ISSSTA '98, 1998, p.1008-1011, Sun City, JAR.
- [3] COOK, C.E., BERNFELD, M. *Radars Signals-An Introduction To Theory And Applications*. Academic Press, New York, 1967.
- [4] HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, New York, 1986.
- [5] RIHACZEK, A.W. *Principles of High-Resolution Radar*. McGraw-Hill, New York, 1969.
- [6] MORRIS, G.V. *Airborne pulsed Doppler Radar*. Artech House, Norwood, 1988.
- [7] ELDHUSET, K. A new four-order processing algorithm for spaceborn SAR. *IEEE Trans. Aerosp. Electr. Syst.*, June 1998, vol.34, no.3, p.824-835.
- [8] KESLER, S.B., HAJKIN, S. Mismatched Filtering of Sonar Signals, *IEEE Trans. Aerosp. Electr. Syst.*, September 1981, vol.17, no.5, p.730-734.
- [9] POPOVIĆ, M. *Digitalna obrada signala*. Drugo izdanje, Nauka, Beograd, 1997.
- [10] LEVANON, N., GETZ, B. Comparison between linear FM and phase coded CW radars. *IEE Proc.-Radar, Sonar, Navig.*, Avgust 1994, vol.141, no.4, p.230-241.
- [11] SIMIĆ, I. *Kompresivni prijemnici sa optimizovanom vremensko-frekvencijskom karakteristikom*, doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 1999.
- [12] ZRNIĆ, B. *Poboljšanje detekcije ciljeva u zamračenju zoni kod radara sa kompresijom impulsa*. doktorska disertacija, Vojnotehnička akademija VJ, Beograd, 2001.
- [13] DOTLIĆ, I.D., ZEJAK, A.J. Arbitrary antenna array pattern synthesis using minimax algorithm. *Electronics letters*, February 2001, vol.37, no.4, p.206-208.



Rad primljen: 29.10.2001.god.

