

UDK: 531.552;532.582(047)=861
 COSATI: 19-04, 20-04, 14-02

Teorijski i eksperimentalni načini određivanja pridruženih masa vode pri kretanju podvodnih projektila

Mr Miroslav Radosavljević, dipl.inž.¹⁾

Prikazan je fenomen pridruženih masa podvodnih projektila. Polazeći od izraza za kinetičku energiju tela koje se kreće kroz vodu, izveden je izraz za pridružene mase. Dati su načini primene poznatih numeričkih i eksperimentalnih metoda na prepoznatljive forme podvodnih projektila.

Cljučne reči: Pridružena masa, podvodni projektil, kruto telo.

Uvod

U postupku modeliranja dinamike projektila, i uz pretpostavku da su poznati svi konstrukcioni zahtevi, neophodno je sprovesti opsežne pripreme, koje obuhvataju proučavanje određenih oblasti mehanike, matematike, fizike i dr.

Pristup problemu definisanja matematičkog modela projektila može biti različit. U zavisnosti od aspekta primenjuje se određeni pristup koji će najpre dovesti do matematičke forme koja zadovoljava ciljni kriterijum. U definisanju modela dinamike projektila traži se, najčešće, sistem diferencijalnih jednačina sa šest stepeni slobode kretanja tela. Danas su teorija dinamike leta - kretanja projektila i metode modeliranja značajno razvijeni, čemu je doprineo intenzivan razvoj računarske tehnike na bazi brzih digitalnih procesora.

Rad je pokazao načine određivanja pridruženih masa, što predstavlja manji segment u postupku realizacije definisanja modela dinamike povodnog projektila.

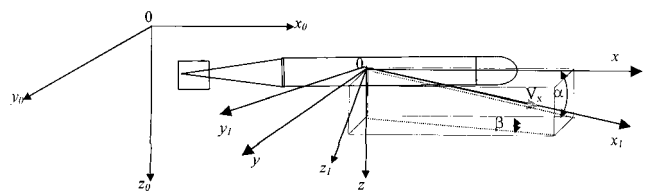
Specifičnost podvodnih u odnosu na projekte koji se kreću kroz vazduh je očita. Najveće razlike potiču od sredine u kojoj se kreću – vode, koja je mnogo gušća od vazduha. Podvodni projektil krećući se kroz vodu remeti stanje tečnosti, koja je viskozna i nestišljiva. Brzina tečnosti u tačkama beskonačno udaljenim od projektila je jednaka nuli. Poremećeno kretanje tečnosti, koje nastaje usled kretanja projektila, uslovljava prividno uvećanje mase, statičke i inercijalne momente projektila. Masa vode, koja prividno uvećava masu projektila jeste *pridružena masa* i analogno ovome *pridružena statički i inercijalni momenti*.

Od posebnog je značaja mogućnost određivanja pridruženih masa i momenata kako teorijskim putem tako i eksperimentalno, merenjem na modelu ili na realnim projektilima. Tačnim određivanjem pridruženih masa i momenata, i njihovim uključivanjem u formiranje modela dinamike projektila, model postaje verniji originalu.

Pristup problemu

U procesu modeliranja je od posebnog značaja pravilan izbor koordinatnih sistema. U zavisnosti od sastava i

prirode razmatranih sila koje deluju na podvodni projektil, planiranih ispitivanja i načina modeliranja u hidrodinamici se najčešće koristi desni pravougli koordinatni sistem. Na sl.1 su prikazana tri koordinatna sistema koja se najčešće primenjuju u identifikaciji kretanja torpeda.



Slika 1. Izgled inercijalnog, vezanog i brzinskog koordinatnog sistema

Pravougli koordinatni sistem O_0, x_0, y_0 i z_0 je nepomičan u prostoru s koordinatnim početkom O_0 u proizvoljnoj tački prostora, na primer u tački lansiranja torpeda. Osa O_0x_0 leži u smeru početnog kretanja projektila, osa O_0z_0 usmerena je vertikalno naniže prema centru gravitacije Zemlje, a osa O_0y_0 normalna je na ravan x_0z_0 . U inercijalnom koordinatnom sistemu najčešće se zadaju sile teže projektila, deplasman, uzgon projektila i putanja kretanja projektila.

Koordinatni sistem $Oxyz$ vezan je čvrsto za podvodni projektil pa se zato zove vezani. Osnovna ravan xz je simetralna ravan projektila, a osa Ox je usmerena prema prednjem delu torpeda i leži u osi torpeda. Osa Oy usmerena je ka desnom boku, a osa Oz usmerena je prema donjem delu torpeda. U vezanom koordinatnom sistemu zadaju se hidrodinamičke sile i momenti inercije, sile pogona motora (ili uređaja za pogon) i reaktivni moment ukoliko postoji.

Prikazivanje hidrodinamičkih sila i momenata koji su posledica uzajamnog delovanja podvodnog projektila i vodene sredine vrši se u brzinskom koordinatnom sistemu $Ox_1y_1z_1$. Koordinatni početak ovog sistema poklapa se sa vezanim koordinatnim sistemom a osa Ox_1 kolinearna je s vektorom brzine centra masa projektila.

Prelazak iz jednog u drugi koordinatni sistem je moguć korišćenjem karakterističnih uglova zaokreta koordinatnih osa jednog u odnosu na drugi koordinatni sistem [1]. Za

¹⁾ Vojnotehnička akademija VJ, 11000 Beograd, Ratka Resanovića 1

potrebe ovog rada usvojen je vezani, pravougli koordinatni sistem.

Idealna tečnost je nestišljiva, homogena i neviskozna. Pretpostavlja se da na tečnost ne deluju nikakve spoljašnje sile. Vrtložno kretanje tečnosti može biti izazvano jedino kretanjem podvodnog projektila, uronjene površine S .

Kretanje podvodnog projektila izaziva kretanje tečnosti koja miruje. Takva tečnost ima brzinu kretanja \vec{u} sa potencijalom φ . Projekcije brzine \vec{u} u pravcu osa inercijalnog koordinatnog sistema su:

$$u_{x_0} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_0}; \quad u_{y_0} = \frac{\partial \varphi}{\partial y_0}; \quad u_{z_0} = \frac{\partial \varphi}{\partial z_0} \quad (1)$$

Funkcija potencijala φ mora da zadovoljava uslove Laplasove jednačine:

$$\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_0^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_0^2} = 0 \quad (2)$$

i granični uslov na površini tela:

$$V_n = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_S \quad (3)$$

gde su: V_n – projekcija vektora brzine kretanja torpeda u pravcu normale na površinu tela, n – spoljašnja normala na element površine tela S u odnosu na inercijalni koordinatni sistem.

Ako se vezani koordinatni sistem kreće relativnom brzinom \vec{V}_0 i pri tome ima ugaonu brzinu $\vec{\Omega}$, u odnosu na inercijalni koordinatni sistem, onda je apsolutna brzina proizvoljne tačke $M(x, y, z)$ na površini S torpeda jednaka:

$$\vec{V}_M = \vec{V} + \vec{\Omega} \times \vec{R} \quad (4)$$

gde je: $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ – radijus vektor proizvoljno izabrane tačke $M(x, y, z)$ na površini S projektila u inercijalnom koordinatnom sistemu.

Normalna komponenta brzine proizvoljne tačke $M(x, y, z)$ na površini podvodnog projektila može se napisati u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} V_n &= \vec{n} \circ \vec{V}_M = \vec{n} \circ \vec{V}_0 + \vec{n} \circ (\vec{\Omega} \times \vec{R}) = \\ &= V_{x_0} \cos(\vec{n}, \vec{i}) + V_{y_0} \cos(\vec{n}, \vec{j}) + V_{z_0} \cos(\vec{n}, \vec{k}) + \\ &+ \omega_x [y \cos(\vec{n}, \vec{k}) - z \cos(\vec{n}, \vec{j})] + \\ &+ \omega_y [z \cos(\vec{n}, \vec{i}) - x \cos(\vec{n}, \vec{k})] + \\ &+ \omega_z [x \cos(\vec{n}, \vec{j}) - y \cos(\vec{n}, \vec{i})] \end{aligned} \quad (5)$$

Normalna komponenta brzine tačke $M(x, y, z)$ u pravcu normale na površini tela podvodnog projektila može se izraziti u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} V_n &= V_x \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} + V_y \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} + V_z \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} + \\ &+ \omega_x \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} + \omega_y \frac{\partial \varphi_5}{\partial n} + \omega_z \frac{\partial \varphi_6}{\partial n} \end{aligned} \quad (6)$$

odnosno, izraz (6) se može napisati u sledećem obliku:

$$V_n = \sum_{i=1}^6 v_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \quad (6a)$$

gde su sa φ_i označeni pojedinačni potencijali koji zadovoljavaju uslove Laplasove jednačine i uslove da u beskonačnosti $\varphi_i \rightarrow 0$.

Ukoliko se radi jednostavnijeg pisanja uvedu sledeće oznake:

$$\begin{aligned} v_1 &= V_x; \quad v_2 = V_y; \quad v_3 = V_z; \\ v_4 &= \omega_x; \quad v_5 = \omega_y; \quad v_6 = \omega_z; \end{aligned} \quad (7)$$

onda se potencijal φ može pisati u sledećem obliku:

$$\varphi(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^6 v_i(t) \varphi_i(x, y, z) = \sum_{i=1}^6 v_i \varphi_i \quad (8)$$

odnosno iz jednačina (3 i 7) sledi da je:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \sum_{i=1}^6 v_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \quad (9)$$

Kinetička energija tečnosti može da se predstavi u obliku površinskog integrala (samo preko površine podvodnog projektila S) s potencijalom φ :

$$T_L = -\frac{\rho}{2} \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS \quad (10)$$

Znak minus u izrazu (10) potiče otuda što je izabrani smer normale ka površini tela suprotan u odnosu na smer normale u izrazu (3). Ukoliko se u izraz (10) uvedu izrazi (8 i 9) te izdvajanjem $v_{i,k}$ koje nisu funkcije koordinata, dobija se sledeći središnji izraz:

$$T_L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6 v_i v_k \left(-\rho \iint_S \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} dS \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6 v_i v_k \lambda_{ik} \quad (11)$$

gde je:

$$\lambda_{ik} = -\rho \iint_{(S)} \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} dS \quad (12)$$

Veličina λ_{ik} u izrazu (12) označava **poremećenu masu** vode, koju svojim kretanjem remeti projektil. U razmatranom slučaju postoji 36 različitih vrsta pridruženih masa.

Kako jedinični potencijal predstavlja funkciju samo koordinata, to mase pridružene projektilu nisu funkcije vremena. Ovakav zaključak je tačan samo za slučaj kada se kinetička energija tečnosti, izračunava preko kinetičkih karakteristika kretanja čvrstog tela u tečnosti. Iz izraza (16) sledi zaključak: **u opštem slučaju kretanja tvrdog tela kroz tečnost, kinetička energija tečnosti određuje se matricom koja sadrži 3 različita člana.**

Pridružene mase i pridruženi momenti

Razmatranjem fizičkog smisla dobijenih koeficijenata λ_{ik} , dolazi se do sledećih zaključaka:

Svi koeficijenti λ_{ik} , sa indeksima $i, k=1, 2, 3$, imaju dimenziju mase, odnosno $[\lambda_{ik}]_{ik=1, 2, 3} = [\rho][L^3]^*$ i zato se

zovu pridružene mase projektilu.

* L - ukupna dužina podvodnog projektila.

Svi koeficijenti λ_{ik} sa indeksima $i=1,2,3$; $k=4,5,6$, imaju dimenzije statičkog momenta mase, tj. $[\lambda_{ik}]_{\substack{i=1,2,3 \\ k=4,5,6}} = [\rho][L^4]$, pa se zovu pridruženi statički momenti projektilu.

Svi koeficijenti λ_{ik} čiji su indeksi $i,k=4,5,6$, imaju dimenzije momenta inercije, odnosno $[\lambda_{ik}]_{i,k=4,5,6} = [\rho][L^5]$, pa se zovu pridruženi momenti inercije projektilu.

U praktičnim proračunima obično se koriste sledeći bezdimenzionalni koeficijenti pridruženih masa:

a) umesto λ_{ik} sa dimenzijom mase ($i,k=1,2,3$):

$$\mu_{ik} = \frac{\lambda_{ik}}{\rho V_T} \quad (13)$$

gde su: V_T - zapremina tela podvodnog projektila (m^3) i ρ - specifična masa vode (kg/m^3).

b) umesto λ_{ik} sa dimenzijom statičkog momenta, $i=1,2,3$; $k=4,5,6$:

$$\mu_{ik} = \frac{\lambda_{ik}}{\rho V_T L} \quad (14)$$

c) umesto λ_{ik} sa dimenzijom momenta inercije $i,k=4,5,6$:

$$\mu_{ik} = \frac{\lambda_{ik}}{\rho V_T L^2} \quad (15)$$

Broj uopštenih pridruženih masa projektilu u nizu slučajeva može biti smanjen. U praksi su najinteresantniji slučajevi kada podvodni projektil ima: jednu, dve i tri ravni simetrije kao i kada podvodni projektil rotira oko neke od koordinatnih osa. Tako npr. ako **telo ima jednu ravan simetrije**, broj uopštenih pridruženih masa smanjuje se sa 36 na 12. U zavisnosti od položaja koordinatnih ravni, u nulu se pretvaraju sledeće uopštene pridružene mase:

a) Ravan simetrije podudara se s lokalnom horizontalnom ravni* koja sadrži uzdužnu osu podvodnog projektila:

$$\lambda_{13} = \lambda_{14} = \lambda_{15} = \lambda_{24} = \lambda_{25} = \lambda_{36} = \lambda_{46} = \lambda_{56} = \lambda_{23} = 0 \quad (16)$$

b) Ravan simetrije podudara se s lokalnom vertikalnom ravni koja sadrži uzdužnu osu podvodnog projektila:

$$\lambda_{12} = \lambda_{14} = \lambda_{16} = \lambda_{23} = \lambda_{25} = \lambda_{34} = \lambda_{36} = \lambda_{45} = \lambda_{56} = 0 \quad (17)$$

c) Ravan simetrije podudara se sa lokalnom vertikalnom ravni koja sadrži poprečnu osu čvrstog tela:

$$\lambda_{12} = \lambda_{14} = \lambda_{13} = \lambda_{25} = \lambda_{26} = \lambda_{35} = \lambda_{36} = \lambda_{45} = \lambda_{46} = 0 \quad (18)$$

Teorijske metode određivanja pridruženih masa krutog tela koje se kreće kroz vodu

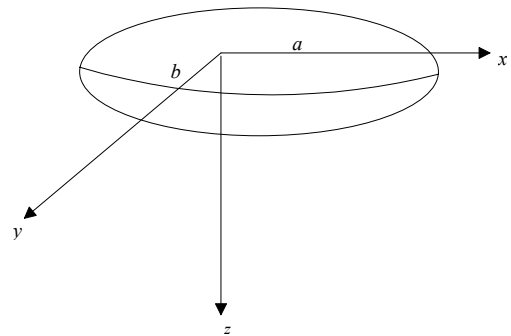
Pri teorijskom određivanju opštih pridruženih masa trupa projektila, moguće je primeniti više metoda. Najpoznatije su *metoda ekvivalentnog elipsoida* i *metoda pljosnatih preseka*. Pridružene mase stabilizatora podvodnog projektila proračunavaju se zamenom, odgovarajućom pravougaonom ili trapeznom pločom jednake površine.

Sušтина *metode ekvivalentnog elipsoida* sastoji se u zameni realnog tela podvodnog projektila odgovarajućim rotacionim elipsoidom iste dužine i zapremine. U strogoj postavci zadatka, opšte pridružene mase se relativno jednostavno računaju samo za malu grupu tela proste geometrijske forme. Tako se *pridružene mase i momenti rotacionog elipsoida računaju sledećim izrazima*:

$$\lambda_{11} = \frac{4}{3} \mu_x \pi \rho a b^2 \quad (19)$$

$$\lambda_{22} = \lambda_{33} = \frac{4}{3} \mu_y \pi \rho a b^2 \quad (20)$$

$$\lambda_{55} = \lambda_{66} = \frac{4}{15} \mu_{yy} \pi \rho a b^2 (a^2 + b^2) \quad (21)$$



Slika 2. Rotirajući elipsoid sa osama a i b

U izrazima (19–21), koeficijenti pridruženih masa su:

$$\mu_x = \frac{A}{2-A} \quad (22)$$

$$\mu_y = \frac{B}{2-B} \quad (23)$$

$$\mu_{yy} = \frac{(1-p^2)^2}{1+p^2} \frac{B-A}{2(1-p^2) + (B-A)(1+p^2)} \quad (24)$$

gde su:

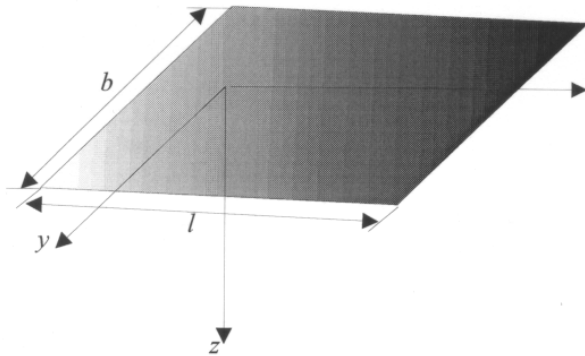
$$A = \frac{2p}{\sqrt{p^2-1}} \frac{1}{p^2-1} \left[\ln(\sqrt{p^2-1} + p) + \frac{\sqrt{p^2-1}}{p} \right] \quad (25)$$

$$B = \frac{p^2}{p^2-1} \left[1 - \frac{p}{\sqrt{p^2-1}} \ln(\sqrt{p^2-1} + p) \right] \quad (26)$$

$$p = \frac{a}{b} > 1 \quad (27)$$

Pridružene mase pravougaone ploče čiji je odnos stranica $p = \frac{l}{b} > 1$ (sl.3) su:

*Čine je ose izabranog koordinatnog sistema



Slika 3. Izgled pravougaone ploče dimenzije $l \times b$

$$\lambda_{11} = \lambda_{33} = \lambda_{55} = 0; \quad \lambda_{22} = \mu(p) \frac{\pi \rho b^2 l}{4} \quad (28)$$

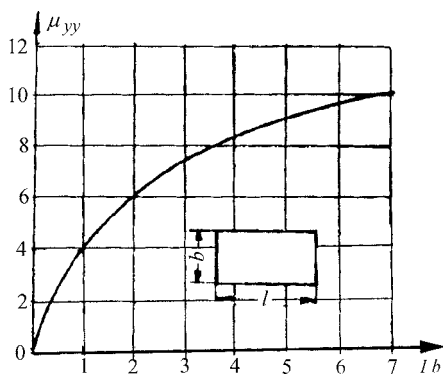
$$\lambda_{44} = \mu_{xx} \frac{\pi \rho b l^4}{32} \quad (29)$$

$$\lambda_{66} = \mu_{zz} \frac{\pi \rho b^2 l^3}{48} \quad (30)$$

gde je:

$$\mu(p) = \frac{p}{\sqrt{p^2+1}} \left(1 - 0,425 \frac{p}{1+p} \right) \quad (31)$$

$\mu(p)$ se zove korekcija Pabsta. Koeficijenti $\mu_x = \mu_{xx}$ uzimaju se iz grafika na sl.4.



Slika 4. Grafik korekcije $\mu_x = \mu_{zz}$ za različite odnose l/b

Koristeći odgovarajuće date izraze za tipična tela i stabilizatore projektila, moguće je približno proračunati pridružene mase prema sledećem izrazu:

$$\lambda_{ik} = \lambda_T + \lambda_{st} \quad (32)$$

gde su:

λ_T – pridružena masa trupa projektila. U većini slučajeva trup projektila predstavlja telo koje rotira oko uzdužne ose i

λ_{st} – pridružene mase stabilizatora ili drugih površina koje su ukomponovane u telo.

Široku primenu u praksi ima metoda *pljosnatih preseka*. Najčešća primena ove metode je u određivanju pridruženih masa u smeru poprečnog kretanja krutog tela. Metoda počiva na hipotezi pljosnatih preseka uz pretpostavku da podvodni projektil opstrujava samo poprečna paralelna struja tečnosti. Projekcije brzine v_x zanemaruje se, pošto je rezultat uzdužnog opstrujavanja tela zanemaruje.

Pri proračunu pridruženih masa metodom pljosnatih preseka, razmatrani podvodni projektil se po dužini deli na poprečne preseke debljine dx , čiji se obodi smatraju cilindričnim. U opštem slučaju poprečni preseki po dužini tela podvodnog projektila mogu biti različiti. Za svaki poprečni cilindrični presek određuju se pridružene mase, koje se zatim sabiraju za celu dužinu tela.

Ako je poluprečnik preseka tela $r(x_i)$, tada je za poprečni pljosnati cilindrični presek, širine dx :

$$d\lambda_{22}(x_1) = \pi \rho r^2(x_1) dx \quad (33)$$

Na analogan način se određuje i $d\lambda_{33}(x_1)$.

Sabirajući vrednost pridruženih masa (koja se računa izrazom 33) po celoj dužini trupa podvodnog projektila, dobija se sledeći izraz:

$$\lambda_{33T} = \lambda_{22T} = \pi \rho \int_{-l_1}^{l_2} r^2(x_1) dx_1 \quad (34)$$

gde su: l_1 i l_2 – granice integraljenja po trupu podvodnog projektila (bez stabilizatora i drugih nadgradnji).

Za pridružene statičke momente vredi:

$$\lambda_{26T} = \pi \rho \int_{-l}^{l_2} r^2(x_1) x_1 dx_1 = \lambda_{35T} \quad (34)$$

Za pridružene momente inercije primenjuje se izraz (34) u sledećem obliku:

$$\lambda_{55T} = \lambda_{66T} = \pi \rho \int_{-l}^{l_2} r^2(x_1) x_1^2 dx_1 \quad (35)$$

Za određivanje pridruženim momenata inercije λ_{44} , potrebno je koristiti izraze za ploču, sabirajući rezultate svih površina repnog stabilizatora.

Za deo tela projektila koje nosi stabilizatore, pridružene mase elementarnog dela jedinične dužine su:

$$\lambda_{22}(x_1) = \pi \rho [r(x_1) + c_z]^2 \left[1 - \frac{1}{(1+\delta)^2} + \frac{1}{(1+\delta)^4} \right] \quad (37)$$

$$\lambda_{33}(x_1) = \pi \rho [r(x_1) + c_y]^2 \left[1 - \frac{1}{(1+\delta)^2} + \frac{1}{(1+\delta)^4} \right] \quad (38)$$

gde su: c_y i c_z – polurazmak vertikalnog i horizontalnog stabilizatora (sl.12):

$$\delta = \frac{c}{r(x_1)} \quad (39)$$

Za pridružene mase dela tela gde su smešteni stabilizatori, koriste se sledeće relacije:

$$\lambda_{22st} = \int_{-l_3}^{-l_1} \lambda_{22}(x_1) dx_1 \quad (40)$$

$$\lambda_{33st} = \int_{-l_3}^{-l_1} \lambda_{33}(x_1) dx_1 \quad (41)$$

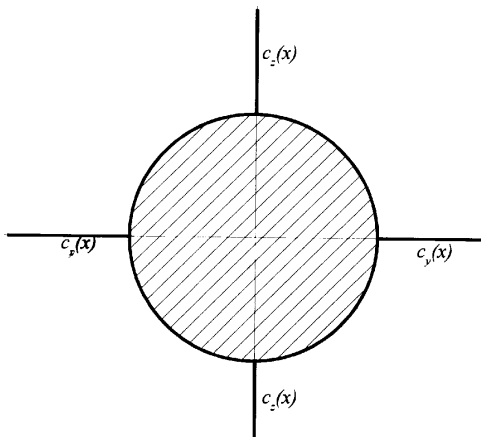
$$\lambda_{26st} = \int_{-l_3}^{-l_1} \lambda_{26}(x_1) x_1 dx_1 \quad (42)$$

$$\lambda_{35st} = \int_{-l_3}^{-l_1} \lambda_{35}(x_1) x_1 dx_1 \quad (43)$$

$$\lambda_{55st} = \int_{-l_3}^{-l_1} \lambda_{22}(x_1) x_1^2 dx_1 \quad (44)$$

$$\lambda_{66st} = \int_{-l_3}^{-l_1} \lambda_{33}(x_1) x_1^2 dx_1 \quad (45)$$

Sumarne pridružene mase određuju se prema izrazu 32.



Slika 5. Simetrični podvodni projektil sa stabilizatorima u horizontalnoj i vertikalnoj ravni

U praksi je uvek prisutno uzdužno opstrujavanje tečnosti podvodnog projektila. Korekcija vrednosti λ_{ik} podvodnog projektila usled uzdužnog opstrujavanja tečnosti računa se pomoću izraza 31. U navedenom izrazu, izduženost projektila se računa kao odnos dužine i prečnika.

Ekperimentalni načini određivanja pridruženih masa podvodnog projektila

Za ekperimentalno određivanje pridruženih masa i momenata projektila, mogu se koristiti metode kao što su:

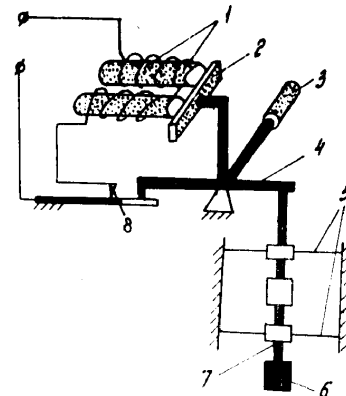
- metoda oscilirajućeg klatna,
- metoda torzijalnih oscilacija,
- inercione metode,
- metode vertikalnih oscilacija i
- elektroanalogni metoda.

Metoda oscilirajućeg klatna zasnovana je na upoređivanju momenata inercije oscilirajućeg tela u vazduhu i vakuumu. Pridruženi moment inercije vazduha dobija se kao razlika eksperimentalno određenih momenata inercije u vazduhu i u vakuumu (ili se određuje teoretski).

Prvi eksperimenti kojima je ustanovljeno povećanje mase tela pri kretanju kroz vazduh, izvedeni su 1836. godine metodom oscilirajućeg klatna. Inercionu metodu prvi je primenio Frud pri ispitivanju broda *Grejhaund* 1874. godine i Atanasjev pri ispitivanju korvete *Vitjaz* 1895. godine. Ova metoda se tokom vremena primenjivala ne samo na brodovima, već i na dirizablama.

Sušтина **inercione metode** svodi se na ispitivanju kretanja tela u tečnosti pod dejstvom zadatih sila s naknadnim određivanjem ubrzanja a pomoću njega i pridruženih masa. Prednost inercione metode je što se telo opstrujava u uslovima kojima je izložen realni podvodni projektil.

Elektroanalogni metoda se zasniva na formalnoj analogiji hidrodinamičkih i jednačina električne struje. Metodu je prvi put primenio Koh za određivanje pridruženih masa pri horizontalnim i vertikalnim oscilacijama broda. Metodu malih, brzih **vertikalnih oscilacija** tela, koje je zaronjeno, ili je na površini tečnosti, prvi put je predložio Fitingera 1924. godine, Pabst ju je prvi primenio 1929. godine za tela različite forme. Suština ove metode sastoji se u određivanju pridruženih masa merenjem oscilacija tela, obešenog na opruge u vazduhu i vodi.



Slika 6. Šema elektroanalogni metode

Šema elektroanalogni metode (sl.6) sastoji se od: elektromagnetnog klatna 1 sa kotvom 2, kinematičke veze sa osovinom 4, šipke 7 i 3 i lisnatom opruge 5. Pomoću spojke 6 na motki 7, pričvršćuje se model (kruto telo) pri određivanju pridruženih masa metodom vertikalnih oscilacija, a pomoću spoja na šipki 3, učvršćuje se model prilikom određivanja pridruženih momenata inercije metodom torzionih oscilacija.

Pobuđivač mehaničkih oscilacija elastičnog sistema, zajedno s modelom projektila, je generator električnih oscilacija (nije prikazan na sl.6). Elektromagnet s kotvom i kontakti prekidača 8 generišu električne oscilacije. Pri određivanju pridruženih momenata inercije, vibrostend, pomoću zglobova spoja, zakreće se za 90° tako, da šipka 3 bude u vertikalnom položaju.

Elektroanalogni metodom prvo se određuje frekvencija neprigušenih oscilacija sistema f_0 u vazduhu bez modela a potom s modelom f_1 . Redukovana masa oscilatornog sistema m_0 određuje se izrazom (46):

$$m_0 = \frac{m_1}{\left(\frac{f_0}{f_1}\right)^2 - 1} = \frac{m_1}{\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 - 1} \quad (46)$$

gde su: m_1 – masa modela i T_0 i T_1 – period oscilatornog sistema u vazduhu bez i sa modelom.

Na kraju se određuju pridružene mase modela izjednačavanjem frekvencije oscilacije sistema s modelom u vazduhu f_1 i u vodi f_2 . Tražena pridružena masa λ_{ik} je:

$$\lambda = (m_0 + m_1) \left[\left(\frac{f_0}{f_1}\right)^2 - 1 \right] = (m_0 + m_1) \left[\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 - 1 \right] \quad (47)$$

gde je T_2 – period oscilacije sistema s modelom u vodi.

Redosled realizacije eksperimenta pri određivanju pridruženog momenta inercije modela projektila, analogan je eksperimentu za određivanje pridruženih masa, s tom razlikom što se oscilatorni sistem, na kome je pričvršćen model projektila na motku 3, zakreće za 90° , pa se sve uranja u vodu. Model projektila neprigušeno osciluje oko vertikalne poprečne ili uzdužne ose (zavisno od načina spoja modela). Osnovni izraz za određivanje pridruženog momenta inercije ima oblik:

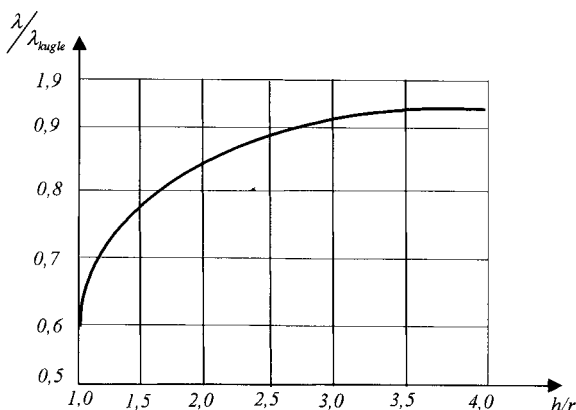
$$J_0 = \frac{J_1}{\left(\frac{f_0}{f_1}\right)^2 - 1} = \frac{J_1}{\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 - 1} \quad (48)$$

gde su: J_0 – pridruženi moment inercije oscilujućeg sistema bez modela, J_1 – moment inercije modela, f_0 i f_1 – frekvencija oscilacija oscilujućeg sistema u vazduhu bez modela i sa modelom i T_0 i T_1 – period oscilacija.

$$\lambda_{35} = (J_0 + J_1) \left[\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 - 1 \right] = (J_0 + J_1) \left[\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1 \right] \quad (49)$$

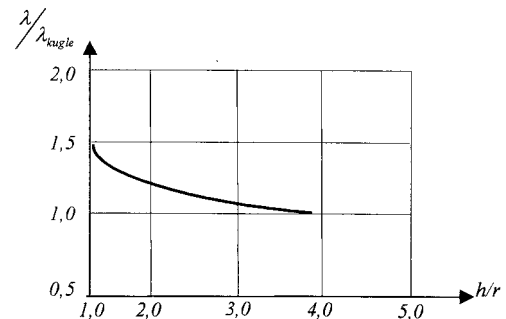
gde su: f_2 – frekvencija sistema s modelom u vodi i T_2 – period oscilacija sistema s modelom u vodi.

Pri realizaciji eksperimenta za određivanje pridruženih masa i momenata, prisustvo površine tečnosti, tvrdih zidova i dna posude, unose određene greške. Na sl.7 prikazan je uticaj slobodne površine na veličinu pridružene mase kugle. Pokazano je da pri povećanju dubine ronjenja kugle, $h \geq r$, slobodna površina skoro nema uticaja na veličinu eksperimentalno određene pridružene mase kugle λ .



Slika 7. Kriva uticaja površine tečnosti na pridružene mase kugle uronjene u tečnost na dubini h

Na slici 8 data je kriva uticaja tvrdih vertikalnih zidova posude na pridruženu masu kugle zaronjene u tečnost. Na rastojanju L , centra kugle od zida posude (četiri puta većem od radijusa kugle), uticaj vertikalnih zidova na rezultate eksperimenta određivanja pridruženih masa je zanemarivo mali.



Slika 8. Kriva uticaja površine zidova na masu kugle zaronjene u tečnost

Zaključak

Za razliku od aerodinamičkih, hidrodinamički projektili pri kretanju kroz vodu poseduju izražene pridružene mase, koje se moraju odrediti u procesu formiranja matematičkog modela.

Kretanjem kroz vodu projektil deo kinetičke energije, koju poseduje, predaje okolnoj sredini – vodi. Da bi se ova pojava mogla modelirati, uvodi se pojam pridružene mase projektilu. Pridružene mase, zapravo, znače fiktivno uvećanje realne mase projektila. One ne zavise od vremena već samo od forme projektila.

Analitičko određivanje pridruženih masa za različite forme projektila je veoma složeno. Teorijski pristup računanja pridruženih masa projektilu zahteva poznavanje funkcije potencijala na njegovoj površini, koja u pravilu ima veoma složen oblik. Zbog toga se analitička metoda primenjuje samo za prostije forme projektila, kao što je oblik kugle, elipsoida, trapezne ploče i sl.

Eksperimentalnim metodama se mogu određivati pridružene mase različitih, prostih i složenih formi projektila pa ovo vrlo često predstavlja jedini način koji se može primeniti. Metodom sličnosti modela s pravim projektilom dolazi se do približne veličine pridruženih masa, koje u modelu dinamike kretanja projektila daju zadovoljavajuće rezultate.

Literatura

- [1] RADOSAVLJEVIĆ, M. *Modelovanje i softversko-hardverska simulacija upravljanja akustičkim torpedom*, magistarski rad, Beograd, 1998;
- [2] PATRAŠEV, A.N., KIVAKO, L.A., GOŽIĆ, S.I. *Prikladnaja gidromehanika*. Voenoe izdateljstvo Ministarstva obroni SSSR, Moskva 1970.
- [3] NENADOVIĆ, M. *Stabilnost i upravljivost letelica*. prvi deo, SSNO, Beograd, 1981.

Rad primljen: 7.11.2001.god.

