

# Pregledni prikaz proračuna čvrstoće vazduhoplovnih konstrukcija u domenu visokocikličnog zamora

Dr Stevan Maksimović dipl.inž.<sup>1)</sup>  
Mr Slobodanka Boljanović dipl.inž.<sup>2)</sup>

Prikazana je procedura za proračun čvrstoće elemenata strukture vazduhoplovnih konstrukcija u domenu visokocikličnog zamora. Procedura se odnosi na procenu veka elemenata struktura pri opštem spektru opterećenja. Za doprinos pojedinih nivoa opterećenja iz spektra na ukupno oštećenje, u kritičnoj zoni, koristi se teorija Majnera. Naponska stanja analizirana su primenom analitičkih metoda kao i primenom konačnih elemenata. Izrazi za procenu veka se u osnovi zasnivaju na bazi poređenja ponašanja glatkih epruveta i epruveta ili pak strukturalnih elemenata sa zarezom, odnosno sa nekim izvorom koncentracije napona. Kompletna procedura za procenu veka ilustrovana je na problemu dela veze krilo-trup lakog školskog aviona. Razmatran je uticaj metode proračuna naponskih stanja na vek elemenata konstrukcije.

*Ključne reči:* Čvrstoća letelica, zamor, proračun veka, opšti spektar opterećenja.

## Korišćene oznake i simboli

$\sigma_{an}$ , $\sigma_{mn}$	nominalni amplitudni i srednji naponi,
$\sigma_a$ , $\sigma_m$	lokalni amplitudni i srednji naponi,
$\sigma_{tn}$	zatezna čvrstoća materijala za epruvete u prisustvu izvora koncentracije,
$\sigma_{tr}$ , $\sigma_a$	– zatezna čvrstoća materijala kod glatke epruvete, – amplitudni napon pri nultoj vrednosti srednjeg napona,
$\gamma$	– karakteristika materijala,
$k_a$	– koeficijent koncentracije napona (faktor redukcije čvrstoće) pri cikličnim opterećenjima,
$k_A$	– efektivni koeficijent koncentracije napona pri cikličnim opterećenjima (za broj ciklusa $10^7$ ),
$k_s$	– statički koeficijent (smanjenja čvrstoće) koncentracije napona,
$k_t$	– teorijski koeficijent koncentracije napona,
$N_f$	– broj ciklusa do loma,
$N_{bl}$	– broj blokova do loma,
$q_a$	– koeficijent osetljivosti materijala na koncentraciju pri dinamičkom opterećenju,
$n$	– logaritam broja ciklusa do loma ( $n = \log N_f$ ),
$n_i$	– broj ciklusa opterećenja za vreme eksploracije pri naponu $\sigma_i$ ,
$N_i$	– broj ciklusa do razaranja pri stalnom naponu $\sigma_i$ ,
$P$	– sila,
$B$	– parametar koji definiše karakteristike (tip) materijala.
Indeksi	
$a$	– veličine vezane za amplitudne napone,
$m$	– veličine vezane za srednje vrednosti napona,
$n$	– veličine vezane za nominalne vrednosti napona,
$f$	– odnosi se na lom.

## Uvod

POSLEDNJIH trideset godina značajan istraživački rad bio je usmeren na uspostavljanje metoda proračuna čvrstoće na zamor, odnosno procene veka struktura opterećenih cikličnim opterećenjima [1]. Tu se, pre svega, misli na procene veka avionskih konstrukcija a i letelice u celini [2-6]. Procena veka se teorijski razdvaja na nisko i visokociklični zamor. U praksi to najčešće nije moguće jednostavno razdvojiti, jer pored broja ciklusa na osnovu koga se vrši razdvajanje nisko i visokocikličnog zamora, bitan parametar su i nivoi napona u okviru spektra opterećenja. Ovom prilikom će se razmatrati problem procene veka koji se primarno odnosi na visokociklični zamor i to u području do pojave inicijalnog oštećenja, jer je za većinu elemenata avionskih konstrukcija dominantan visokociklični zamor. Procedura koja se razmatra zasnovana je na proceni veka elemenata konstrukcija pri opštem spektru opterećenja na osnovu upoređenja ponašanja standardnih glatkih epruveta i epruveta sa reprezentativnim izvorima koncentracije napona, ili pak sa realnim strukturalnim elementima opterećenih na zamor. Osnova postupka zasniva se na analitičkim izrazima za proračun naponskih stanja u elementima konstrukcija i na analitičko-empirijskim izrazima za njihovo ponašanje pod dejstvom cikličnih opterećenja. Budući da su analitički izrazi o ponašanju strukturalnih elemenata formirani na osnovu obimnih eksperimentalnih ispitivanja na zamor, to se dobri rezultati procene veka mogu realno očekivati. S druge strane, to podrazumeva i veoma skupa ispitivanja. Međutim, pošto za mnogo važnih strukturalnih elemenata kod vazduhoplovnih konstrukcija postoji značajna raspoloživa baza eksperimentalnih rezultata tipičnih strukturalnih elemenata, to često nisu potrebna obimna a

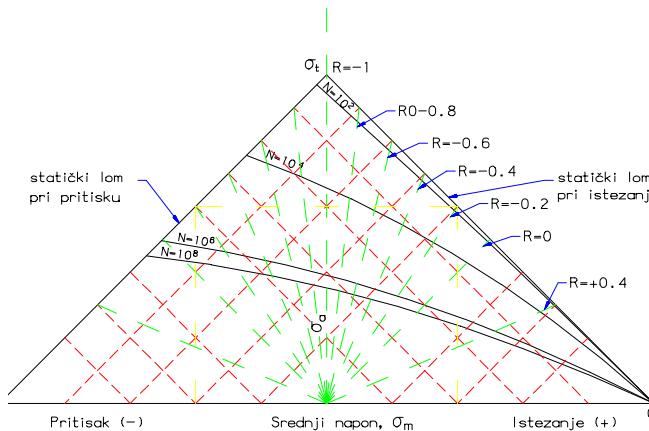
<sup>1)</sup> Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

<sup>2)</sup> Mašinski fakultet, 11000 Beograd, 27. marta 80

ponekad i dodatna ispitivanja u proceduri procene veka. Primena je ove procedure veoma pogodna i pouzdana. Kompletna procedura proračuna čvrstoće na zamor ilustrovana je na delu veze krilo-trup lakog školskog aviona, odnosno za jednu ušku koja predstavlja osnovni deo veze. Proračun čvrstoće na zamor uške (njen vek) određen je za slučaj opštег spektra opterećenja.

### Formulacija problema proračuna čvrstoće na zamor

Podaci o ponašanju na zamor glatkih epruveta su dobijeni iz eksperimenata istih uzoraka pri različitim nivoima opterećenja i uz beleženje broja ciklusa pri kome je nastupio lom. Znači, kompletne informacije bi trebalo da bude postignuta ponavljanjem testova za različite vrednosti parametara opterećenja. Na osnovu podataka koji su dobijeni iz eksperimenata, moguće je zatim dobiti dijagrame koji su oblika kao što je prikazano na sl.1.



Slika 1. Zavisnost amplitudnog napona  $\sigma_a$  od srednjeg napona  $\sigma_m$  pri konstantnom broju ciklusa.

Dijagram prikazan na sl.1, odnosno njegov deo, korišćen je u [8] radi uspostavljanja funkcionalne zavisnosti između amplitudnog napona  $\sigma_a$ , srednjeg napona  $\sigma_m$  i broja ciklusa do loma  $N_f$ . Poznato je da će se kod uzorka sa zarezom pojaviti kritična oblast u kojoj kombinovani efekat lokalnog amplitudnog i srednjeg napona inicira pojavu prskotine, koja može dovesti i do eventualnog loma celog dela. Kao što je oblik opterećenja kod glatke epruvete predstavljen srednjom vrednošću i amplitudom napona, tako će i kod uzorka sa zarezom biti predstavljen sa dve vrste napona. U ovom slučaju, naponi mogu biti povećani lokalno usled međusobnog dejstva koncentracije napona, plastičnog tečenja, kaljenja itd. Prema tome, za amplitudni napon ciklična plastična deformacija povećava teorijski maksimalni napon u zarezu. Razumno je pretpostaviti da povećana vrednost tačno odgovara naponu glatke epruvete za isti broj ciklusa. Samo određivanje čvrstoće na zamor je vrlo ograničeno iz testova na zamor za uzorce sa zarezom, jer postoji veoma veliki broj različitih oblika i veličina zareza, kao i mnogo različitih vrsta materijala. Iz navedenih razloga se i pribegava analitičkom izražavanju čvrstoće usled zamora uzorka sa zarezom, a ne eksperimentalnom načinu. Stvarni lokalni srednji i amplitudni naponi nisu poznati, ali su povezani sa njihovim odgovarajućim, poznatim, nominalnim naponima. Tako, zavisnost između lokalnog amplitudnog napona i odgovarajućeg nominalnog amplitudnog napona je oblika:

$$\sigma_{an} k_a = \sigma_a \quad (1)$$

gde je koeficijent proporcionalnosti, koeficijent koncentracije napona pri cikličnim opterećenjima  $k_a$  i smatra se da je on kao teorijski koeficijent koncentracije napona koji daje stvarni maksimalni napon pod uslovom plastične deformacije, dok su:  $\sigma_{an}$ - nominalni amplitudni napon a  $\sigma_a$ - lokalni amplitudni napon. Kako koeficijent koncentracije napona pri cikličnim opterećenjima  $k_a$ , po definiciji, predstavlja odnos lokalnog amplitudnog napona i nominalnog amplitudnog napona, cilj je da se on predstavi u funkciji sledećih parametara: teorijski faktor koncentracije  $k_t$  i statički koeficijent smanjenja čvrstoće  $k_s$  ( $k_s = \sigma_t / \sigma_m$  predstavlja vrednost koeficijenta  $k_a$  pri statičkom lomu). Pod statičkim lomom usled zamora se podrazumeva granični slučaj u kome se lom odigrava pri jednom ciklusu opterećenja, tj.  $N_f = 1$ . Pri statičkom lomu koeficijent amplitudnog napona, izračunat na ovaj način, često je mnogo manja. Zbog prisustva efekta dimenzija koji je od presudnog značaja pri broju ciklusa od  $10^7$ , vrednost teorijskog faktora koncentracije  $k_t$  se zamenjuje efektivnim koeficijentom koncentracije napona pri cikličnim opterećenjima  $k_A$ , (pri broju ciklusa  $10^7$ ), koji je neka funkcija od  $k_t$ . Na osnovu toga izraz za koeficijent amplitudnog napona  $k_a$  postaje [9]:

$$k_a = k_s + (k_A - k_s) q_a \quad (2)$$

Povećavanjem koeficijenta osetljivosti na prisustvo zareza  $q_a$  od 0 do 1, koeficijent amplitudnog napona  $k_a$  se povećava od minimalne vrednosti  $k_s$ , do maksimalne vrednosti  $k_A$ ; tj. vrednost koeficijenta amplitudnog napona  $k_a$  može da bude u oblasti od minimalne osetljivosti na prisustvo zareza pri statičkom lomu do potpune osetljivosti na prisustvo zareza kada je dostignut teorijski koeficijent koncentracije  $k_t$ . Cilj je da se prethodno dobijeni izraz za koeficijent amplitudnog napona  $k_a$  predstavi kao funkcija broja ciklusa do loma  $N_f$ , odnosno  $\log N_f$ .

Odgovarajuća ispitivanja dobijenih čvrstoća na zamor glatkih epruveta i uzoraka sa zarezom pokazuju da je poklapanje sa eksperimentima ostvareno, kada je vrednost za  $q_a$  oblika [9]:

$$q_a = \frac{n^4}{B+n^4} \quad (3)$$

gde su:  $n$ - logaritam broja ciklusa do loma  $n = \log N_f$ ,  $B$ - konstanta čija vrednost zavisi samo od vrste materijala i za proste geometrijske zareze je nezavisna od tipa zareza (za legure Al – Zn – Mg je  $B=25$ , a za Al – Cu je  $B=60$ ). Za vrednosti koeficijenta  $k_A$  pri  $10^7$  ciklusa koja zavisi od efekta dimenzija, i to preko tipičnih dimenzija zareza i radijusa u korenu  $R$ , dobijeno je [9]:

$$k_A = \frac{k_t}{1+2\left(\frac{k_t-1}{k_t}\right)\left(\frac{\alpha}{R}\right)^{1/2}}, \quad (4)$$

gde je:  $\sqrt{\alpha}$  - faktor umanjivanja (ublažavanja) usled prisustva zareza, čija vrednost za Al legure je  $\sqrt{\alpha} = (24/\sigma_t)^3$ , a za čelike  $\sqrt{\alpha} = 4/\sigma_t$ . Uočava se da se vrednost koeficijenta  $k_a$  smanjuje kada se smanjuje broj ciklusa do loma, uz ograničenje vrednosti  $k_A$  pri  $10^7$  ciklusa i  $k_s$  pri statičkom lomu, tj.  $N_f=1$ .

Prethodno dobijeni izraz za koeficijent  $k_a$  potrebno je da se izrazi preko  $\sigma_a$  i  $S_a$ , a zatim svede na bezdimenzione veličine  $\sigma_a/\sigma_t$  i  $S_a/S_t$ .

Kako je  $k_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_{an}}$ , proširivanjem se dobija:

$$k_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_t} \frac{\sigma_{tn}}{\sigma_{an}} \frac{\sigma_t}{\sigma_m} = \frac{\sigma_a}{\sigma_t} \frac{\sigma_{tn}}{\sigma_{an}} k_s \quad (5)$$

i zamenom vrednosti za  $k_a$ :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_t} = \left( 1 + \left( \frac{k_A - k_s}{k_s} \right) \frac{n^4}{B+n^4} \right) \frac{\sigma_{an}}{\sigma_{tn}}. \quad (6)$$

Na isti način se dobija zavisnost između lokalnog srednjeg napona uzorka sa zarezom i odgovarajućeg nominalnog srednjeg napona u obliku:

$$\sigma_{mn} k_m = \sigma_m \quad (7)$$

gde je  $k_m$  koeficijent koncentracije srednjeg napona, tj. faktor proporcionalnosti između lokalnog srednjeg napona  $\sigma_m$  i nominalnog srednjeg napona uzorka sa zarezom  $\sigma_{mn}$  čiju vrednost je potrebno definisati. Kao i kod  $k_a$ , da bi se odredila vrednost  $k_m$  pri bilo kom broju ciklusa, neophodno je da se zna vrednost ovog koeficijenta pri statičkom lomu ( $N_f=1$ ), tj.  $k_m = k_s$  i pri granici zamora  $k_m = k_M$ , kao i  $q_m$ , tj.:

$$k_m = k_s + q_m (k_M - k_s) \quad (8)$$

Procena koeficijenta srednjeg napona  $k_m$  u jednačini (8) je izvršena izražavanjem koeficijenta  $q_m$  u funkciji veličina  $\sigma_{an}$ ,  $\sigma_{mn}$ ,  $n$ . Različiti izrazi mogu biti formulisani da zadovolje granične uslove, i svaki od njih bi davao različitu vrednost za  $k_m$ . Jedini način za dobro definisanje izraza je poređenje sa eksperimentom, i ovo je bilo izvršeno za različite materijale. Empirijski je uspostavljena zavisnost oblika:

$$q_m = \left( 1 - \frac{\sigma_{mn} + \sigma_{an}}{\sigma_{tn}} \right)^2 \quad (9)$$

a da  $k_m$  nikada ne može prekoraci vrednost  $k_A$  koja je dobijena kod koeficijenta koncentracije amplitudnog napona  $k_a$ . Iz tog razloga usvaja se  $k_M = k_A$ , dok je  $q_m$  – koeficijent osetljivosti usled prisustva zareza pri srednjem napunu. Izuzetno, prilikom proračuna na zamor moguće je izvršiti uprošćenje zanemarivanjem  $\sigma_{an}$  u prethodnoj jednačini, za vekove koji prekoračuju  $10^4$  ciklusa, odnosno u slučajevima gde je vrednost  $\sigma_{mn}$  mnogo veća od vrednosti  $\sigma_{an}$ . Dobijena formula je samo manje tačna nego prvobitna, pokazujući srednju grešku u proračunatim vrednostima  $\sigma_{mn}/\sigma_{an} = (0.10 \div 0.09)$ . Kao i kod koeficijenta amplitudnog napona  $k_a$  i ovde se želi da se koeficijent koncentracije srednjeg napona  $k_m$  izrazi preko  $\sigma_{mn}$  i  $\sigma_m$  uz svođenje na bezdimenzione veličine  $\sigma_{mn}/\sigma_{tn}$  i  $\sigma_m/\sigma_t$ . Kako je  $k_m = \sigma_m/\sigma_{mn}$ , proširivanjem se dobija:

$$k_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_t} \frac{\sigma_{tn}}{\sigma_{mn} \sigma_t} = \frac{\sigma_m}{\sigma_t} \frac{\sigma_{tn}}{\sigma_{mn}} k_s \quad (10)$$

Zamenom vrednosti za  $k_m$  se dobija:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_t} = \left( 1 + \left( \frac{k_A - k_s}{k_s} \right) \left( 1 - \frac{\sigma_{mn} + \sigma_{an}}{\sigma_{tn}} \right)^2 \right) \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{tn}} \quad (11)$$

Osnovna pretpostavka je da su lokalni amplitudni i lokalni srednji naponi izvedeni u jednačinama (6 i 11) jednakim onim datim za glatkih epruvete. Na osnovu toga podaci dobijeni kod glatkih epruveta mogu biti korišćeni za rešavanje problema ponašanja na zamor uzorka sa

zarezom. Detaljna analiza ponašanja glatkih epruveta je opisana u [8] i kao rezultat analize dobijena je sledeća jednačina za ponašanje glatkih epruveta:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_t} = \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_t} \right) \left( \frac{\sigma_a'}{\sigma_t} + \gamma \left( 1 - \frac{\sigma_a'}{\sigma_t} \right) \right) \quad (12)$$

gde je  $\sigma_a'$  – amplitudni napon pri nultoj vrednosti srednjeg napona,  $\gamma$  – karakteristika materijala. Jednačina (12) odnosi se na amplitude odgovarajuće dinamičke čvrstoće i odgovarajuće statičke čvrstoće.

U stvari, poznato ponašanje na zamor glatkih epruveta je korišćeno da se izvede zavisnost za element sa zarezom i predstavljeno je jednačinama (4,6,11,12) ali uz sledeće neophodne podatke:  $k_t$  – teorijski faktor koncentracije;  $R$  – radijus u korenu zareza;  $\sigma_r$  – zatezna čvrstoća;  $k_s$  – statički faktor smanjenja čvrstoće i dve veličine od sledeće tri:  $\sigma_{an}$  – nominalni amplitudni napon;  $\sigma_{mn}$  – nominalni srednji napon i  $n$  – logaritam broja ciklusa do loma koje se odnose na opterećenje, odakle smo u stanju da odredimo onu treću koja je nepoznata.

### Procena veka po principu kumulativnog oštećenja

Radi uzimanja u obzir uticaja nivoa opterećenja na vek konstrukcija, koriste se razne hipoteze. Iako su uspostavljene mnoge metode koje zadovoljavaju specifične uslove u okviru spektra opterećenja, najjednostavnija i najpraktičnija metoda je Palmgren-Minerova hipoteza. Prema Palmgren-Minerovoj metodi radni vek pri zamoru je odnos broja ciklusa opterećenja pri određenom nivou napona i kritičnog broja ciklusa od pojave oštećenja pri istom nivou promenljivog napona. Ako se primenjuje nekoliko nivoa promenljivog napona, koristi se suma ovih odnosa broja ciklusa radnog veka pri zamoru. Kada opterećenje pri zamoru uključuje više veličina amplitudnih napona, ukupno oštećenje je suma različitih odnosa ciklusa, a lom će se tada pojaviti kada suma odnosa ciklusa dostigne vrednost jednaku jedinici, tj.:

$$\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{N_i} = 1.0 \quad (13)$$

gde su:  $n_i$  – broj ciklusa opterećenja za vreme eksploatacije pri naponu  $\sigma_i$ ,  $N_i$  – broj ciklusa do razaranja pri stalnom naponu  $\sigma_i$ ,  $j$  – broj nivoa napona koji se razmatra u analizi. Jednačina (13) je u ovom radu korišćena za određivanje veka izraženog brojem blokova  $N_{bl}$  do pojave inicijalnog oštećenja.

### Procena veka elemenata vazduhoplovnih konstrukcija

Predstavljena procedura proračuna čvrstoće elemenata konstrukcije biće razmatrana na primerima uški koje su bitan strukturalni element vazduhoplovnih konstrukcija. Uška predstavlja bitan oblik spojne veze i njena čvrstoća na zamor često govori o čvrstoći koja će biti ostvarena u celoj vezi. Interesantno je uočiti da uška poseduje iznenadjuće nisku čvrstoću na zamor, što znači da je čvrstoća na zamor obično smanjena ispod one naznačene teorijskim faktorom koncentracije  $k_t$  zbog kombinacije prisustva koncentracije napona i frettinga između osovinice i uške. Sama procedura određivanja veka uške je bazirana na definisanju koeficijenta koncentracije amplitudnog napona  $k_a$  i

koeficijenta koncentracije srednjeg napona  $k_m$ , tj. modifikovanju izraza dobijenih kod prostih uzoraka sa zarezom, a to sve u cilju da bi se dobole odgovarajuće zavisnosti za odnos lokalnog amplitudnog napona  $\sigma_a$ , zatezne čvrstoće  $\sigma_t$ , kao i odnosa lokalnog srednjeg napona  $\sigma_m$  i zatezne čvrstoće. Kako *fretting* izaziva lokalno povećanje napona, to uslovjava da se vrednost koeficijenta  $k_A$  u jednačini (2), zamjenjuje izrazom  $\beta(1+d)k_t$ . Tako je [9]:

$$k_a = k_s + (\beta(1+d)k_t - k_s) \frac{n^4}{B+n^4} \quad (14)$$

gde su:  $k_s$  statički faktor smanjenja čvrstoće;  $\beta$  - konstanta određena eksperimentalno približne vrednosti za čelik 2.7, a za Al legure 1.85;  $B$  - konstanta, takođe eksperimentalno određena, približne vrednosti za uške oko 1000. Zavisnost između lokalnih i nominalnih vrednosti u funkciji veka uške definisana je u obliku:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_t} = \left( 1 + \frac{\beta(1+d)k_t - k_s}{k_s} \frac{n^4}{B+n^4} \right) \frac{\sigma_{an}}{\sigma_{tn}} \quad (15)$$

Unošenje izraza  $\beta(1+d)k_t$  uslovjava da koeficijent amplitudnog napona postaje znatno veći od teorijskog koeficijenta koncentracije  $k_t$ . Što se tiče izraza za koeficijent koncentracije srednjeg napona  $k_m$  u proračunu čvrstoće na zamor uške, on ostaje isti kao kod prostih uzorka sa zarezom samo se umesto  $k_A$  koristi  $k_t$ , odnosno [9]:

$$k_m = k_s + (k_t - k_s) \left( 1 - \frac{\sigma_{mn} + \sigma_{an}}{\sigma_{tn}} \right)^2, \text{ tj. } k_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_{mn}} \quad (16)$$

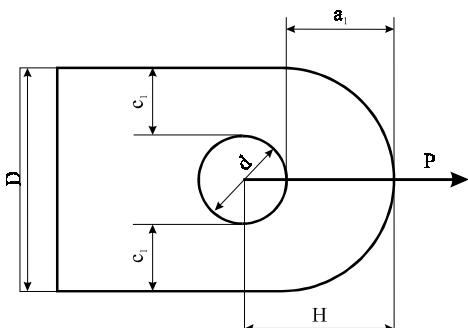
Tako izraz za odnos lokalnog srednjeg napona i zatezne čvrstoće postaje oblika:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_t} = \left( 1 + \frac{k_t - k_s}{k_s} \left( 1 - \frac{\sigma_{mn} + \sigma_{an}}{\sigma_{tn}} \right)^2 \right) \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{tn}} \quad (17)$$

U jednačinama (15 i 17) potrebno je dati funkcionalne zavisnosti za teorijski faktor koncentracije  $k_t$  ili u grafičkom ili u analitičkom obliku. Kako je teorijski faktor koncentracije definisan kao odnos maksimalnog lokalnog napona i nominalnog napona u oblasti minimalnog poprečnog preseka, onda je:

$$k_t = \frac{\sigma_{max}}{P/(D-d)t} \quad (18)$$

gde su:  $P$  - opterećenje,  $D$  - širina uške,  $d$  - prečnik osovine i  $t$  - debljina uške.



Slika 2. Geometrija uške sa opterećenjem

Na osnovu ispitivanja uški na zamor (Frocht i Hill [4]), utvrđeno je da  $k_t$  može da se izradi u funkciji odnosa  $D/d$  i to:

$$\text{za } H/D=1; k_t = 0.60 + 0.95 D/d$$

$$\text{za } H/D=0.5; k_t = 0.85 + 0.95 D/d$$

za vrednosti  $D/d$  u opsegu 0.2 ÷ 0.8. Pored navedenih relacija koje su koristili Frocht i Hill, u ovom radu je primenjena i formula, koju je definisao Larsson [5], u obliku:

$$k_t = 3.8 \left( \frac{c_1}{a_1} \right)^{0.2} \left( \frac{c_1}{d} \right)^{0.5} \quad (20)$$

gde su:  $a_1$  i  $c_1$  parametri koji se dobijaju iz geometrije uške;

$$a_1 = H - \frac{d}{2}, \quad c_1 = \frac{D - d}{2} \quad (21)$$

Treba istaći da je (20) uspostavljen na osnovu obimnih eksperimentalnih istraživanja različitih tipova uški, kako u pogledu geometrijskih oblika tako i opterećenja i materijala. Pored izraza (15 i 17), potrebna je i jednačina ponašanja na zamor glatke epruvete (12) koji su detaljno opisani u [8]. Materijali korišćeni u analizi su durali različitih mehaničkih svojstava, pa su odgovarajuće konstante za napred pomenute formule [9]:

$$a = \frac{0.0031}{(1 + 0.045\sigma_t)}$$

$$b = 4; \quad c = 0.0031; \quad e = 1; \quad g = 0 \quad (22)$$

$$k = \left( \frac{\sigma_t}{320} \right)^4$$

Odavde sledi da su vrednosti potrebnih koeficijenata iz jednačine (12) [8]:

$$A_o = \frac{1 + \frac{0.0031n^4}{1 + 0.045\sigma_t}}{1 + 0.0031n^4}, \quad (23)$$

$$\gamma = \frac{\sigma_m}{\sigma_t \left( 1 + \left( \frac{\sigma_t n}{320} \right)^4 \right)}. \quad (24)$$

Jednačine [23 i 24] potpuno definišu problem procene veka elementa konstrukcije pri opštem spektru opterećenja. Detaljniji prikaz određivanja pojedinih navedenih relacija dat je u Dodatku rada. Korišćenjem opisanih relacija, zajedno sa jednačinom (13) za definisanje pojedinih nivoa spektra opterećenja na ukupno oštećenje u kritičnoj zoni, može da se odredi ukupan vek nekog elementa konstrukcije opterećenim na zamor.

### Numerički primeri

Napred iznesena procedura za procenu veka elemenata konstrukcija opterećenih na zamor ilustrovana je numeričkim primerima. Za tu svrhu izabrana je uška, koja predstavlja standardni element vazduhoplovnih konstrukcija, opterećena opštim spektrom opterećenja. Razmatrani spektor opterećenja uške je onaj koji se javlja kod lakog školskog aviona za obuku i prikazan je u tabeli 1. U tabeli 1,  $n_i$  predstavlja broj ciklusa opterećenja uške (sl.2) na pojedinim nivoima opterećenja koji se menjaju od  $P_{min}$  do  $P_{max}$ . Definisanje spektra opterećenja izvršeno je prema MIL normama i preporukama koje se odnose na datu

kategoriju aviona. Definisanje opterećenja u samoj uški, za vezu krilo-trup, izvršeno je primenom strukturalne analize korišćenjem MKE celog krila aviona. Proračun naponskih stanja, za spektar opterećenja, dat u tabeli 1, izvršen je analitičkim putem i primenom metode konačnih elemenata.

**Tabela 1.** Spektar opterećenja uške kod lakog školskog aviona

	$n_i$	$P_{\min}$ (daN)	$P_{\max}$ (daN)	$\sigma_{an}$ (MPa)	$\sigma_{an}$ (MPa)
1.	73	1000	4000	21.439	37.732
2.	20	2500	5500	21.439	57.171
3.	4	4500	7000	17.866	82.184
4.	1	5000	8500	25.013	96.476
5.	1	3000	10000	50.025	92.903
6.	1	5000	8500	25.013	96.476
7.	5	4500	7000	17.866	82.184
8.	21	2500	5500	21.439	57.171
9.	74	1000	4000	21.439	37.732

Proračun napona analitičkim putem određen je na dva načina, tabele 2 i 3. Osnovna razlika je u analitičkoj formuli za određivanje faktora koncentracije napona [6,7]. Preporuka [5], daje bolju saglasnost između analitičkog određivanja sa MKE, mada u oba slučaja postoji razlika između analitičke metode i MKE. U oba slučaja analitička metoda daje više vrednosti napona, što ima za posledicu nešto konzervativnije rezultate koji su u osnovi prihvativi u preliminarnim proračunima čvrstoće, odnosno u proceni veka elemenata vazduhoplovnih konstrukcija. Određivanje veka uške analitičkim putem je izvršeno primenom formula (12, 14 i 17). Potrebni parametri, koji definišu geometriju uške i karakteristike durala, su:  $\sigma_{tm}=383$  MPa,  $k_s=1.00$ ,  $D=60.00$  mm;  $d=25.00$  mm;  $t=20.00$  mm;  $H=40.00$  mm;  $B=1000$ ; i kao takvi su i ovde bili korišćeni prilikom procene veka, a zatim i proračun lokalnih amplitudnih i srednjih napona. Naravno, uška je od Al legure čija konstanta  $B=1000$ , dok je teorijski faktor koncentracije  $k_t$  dobijen primenom formule koju su predložili Frocht i Hill [6], tabela 2 i Larsson [7], tabela 3.

**Tabela 2.** Poredjenje lokalnih maksimalnih napona  $\sigma_{\max}$  koji su dobijeni analitičkim putem i MKE

$n_i$	$N_f$	Analitički metod [6]		MKE	
		$\sigma_a$ (MPa)	$\sigma_m$ (MPa)	$\sigma_{\min}$ (MPa)	$\sigma_{\max}$ (MPa)
73	$9.769 \cdot 10^5$	144.3	88.69	-55.62	233.0
20	$5.941 \cdot 10^5$	136.4	131.1	-5.222	267.5
4	$7.672 \cdot 10^5$	117.1	174.1	57.00	291.2
1	$1.319 \cdot 10^5$	128.8	188.7	59.89	317.4
1	$1.435 \cdot 10^4$	167.1	167.7	0.592	334.9
1	$1.319 \cdot 10^5$	128.8	188.7	59.89	317.4
5	$7.672 \cdot 10^5$	117.1	174.1	57.00	291.2
21	$5.941 \cdot 10^5$	136.4	131.1	-5.222	267.5
74	$9.769 \cdot 10^5$	144.3	88.69	-55.62	233.0

**Tabela 3.** Vrednosti lokalnih maksimalnih napona  $\sigma_{\max}$  koji su dobijeni analitičkim putem i MKE

$n_i$	$N_f$	Analitički metod [7]		MKE	
		$\sigma_a$ (MPa)	$\sigma_m$ (MPa)	$\sigma_{\min}$ (MPa)	$\sigma_{\max}$ (MPa)
73	$1.298 \cdot 10^6$	142.1	85.01	-57.13	227.2
20	$7.934 \cdot 10^5$	134.9	126.0	-8.905	260.9
4	$1.086 \cdot 10^6$	116.3	167.7	51.39	284.0
1	$1.739 \cdot 10^5$	128.9	182.3	53.35	311.2
1	$1.729 \cdot 10^4$	167.9	162.5	-5.350	330.4
1	$1.739 \cdot 10^5$	128.9	182.3	53.35	311.2
5	$1.086 \cdot 10^6$	116.3	167.7	51.39	284.0
21	$7.934 \cdot 10^5$	134.9	126.0	-8.905	260.9
74	$1.298 \cdot 10^6$	142.1	85.01	-57.13	227.2

Procenjeni broj blokova do pojave inicijalnog loma, u

kritičnoj poziciji, uške određen je za dva postupka analitičkog proračuna naponskog stanja i to:

$$1. k_t = 3.04698, N_{bl} = 3164, \text{ shodno tabeli 2}$$

$$2. k_t = 2.90478, N_{bl} = 4122, \text{ shodno tabeli 3}$$

Treba pomenuti da kompletan spektar opterećenja sa devet nivoa, dat u tabeli 1, predstavlja jedan blok. Prema očekivanju, naponsko stanje, odnosno postupak određivanja lokalnog naponskog stanja bitno utiče na vek konstrukcije opterećene na zamor. U ovom slučaju (20) daje bolju saglasnost sa rezultatima MKE i preporučuje se za korišćenje u proračunima veka kod problema veze krilo-trup.

## Zaključak

Prikazan je pojednostavljen postupak procene veka elemenata vazduhoplovnih konstrukcija opterećenih na zamor. Osnova postupka je zasnovana na analitičkim izrazima za proračun naponskih stanja u elementima konstrukcija i na analitičko-empirijskim izrazima za ponašanje istih pod dejstvom cikličnih opterećenja. Proračun ovako određenih naponskih stanja, za sve nivoe opterećenja u okviru spektra, na primeru uške upoređen je sa rezultatima konačnih elemenata. Analitičkim postupkom su dobijene nešto više vrednosti napona što rezultuje u manji proračunati vek ali je u preliminarnoj fazi projektovanja prihvativi, jer su tada potrebne jednostavne metode za procenu veka. Posebna pažnja bila je usmerena na procenu uški pri opštem spektru opterećenja. Za procenu uticaja pojedinih nivoa napona na ukupno oštećenje u kritičnoj zoni korišćena je teorija Majnera. Dobijeni rezultati procene veka kod problema uški, za vezu krilo-trup lakog školskog aviona, mogu da se primene i na druge strukturalne elemente, posebno u domenu vazduhoplovnih konstrukcija. Pošto se radi o metodi zasnovanoj na rezultatima izvedenim iz obimnih eksperimentalnih ispitivanja na zamor, to je tačnost procene veka realna i pouzdana i posebno je dobra u preliminarnoj fazi projekta.

## Literatura

- [1] MAKSIMOVIĆ,S., JANKOVIĆ,M. *Effective Numerical Approach for Initial Fatigue Life Analysis of Metal Structures under General Loading Spectrum*. International Minisymposium: RECENT ADVANCES IN FRACTURE AND DAMAGE MECHANICS, zbornik radova JUMEH- Vrnjačka Banja, 2-6. juni 1997. (*Invited Lectures*).
- [2] MAKSIMOVIĆ,S., TERZIĆ,A. *Numerički pristup analize čvrstoće strukture aviona na zamor*. Međunarodni naučnostručni skup V-AZDUHOPLOVSTVO 95, decembar 1995, zbornik radova, Beograd.
- [3] HEULER,P., SCHUTZ,W. *Fatigue life prediction in the crack initiation and crack propagation stages*. ICAF, The Proceedings of the 13<sup>th</sup> Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue, Pisa, Italy, 1985.
- [4] NELSON,D.V., SOCIE,D.F. *Crack Initiation and Propagation Approaches to Fatigue Analysis*. A symposium Design and Fatigue and Fracture Resistant Structures, ASTM STP 761, Bal Harbour, 1980.
- [5] IMPELLIZZERI,L.F. *Cumulative Damage Analysis in Structural Fatigue*. ASTM STP 462, 1970.
- [6] HILL,H.N., FROCHT,M.M. *Stress Concentration Factors around a Central Circular Hole in a Plate Loaded Through a Pin in the Hole*, Trans. ASME, J. App. Mech., March, 1940, 62, A5.
- [7] LARSSON,S.E. *The development of a calculation method for the fatigue strength of lugs and study of test results for lugs of aluminium*. Proc. 4<sup>th</sup> Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue, Munich, 1965.
- [8] BOLJANOVIĆ,S. *Proračunska analiza čvrstoće na zamor elemenata vazduhoplovnih konstrukcija pri cikličnim opterećenjima*. Magistarski rad, Mašinski fakultet Beograd, 1997.

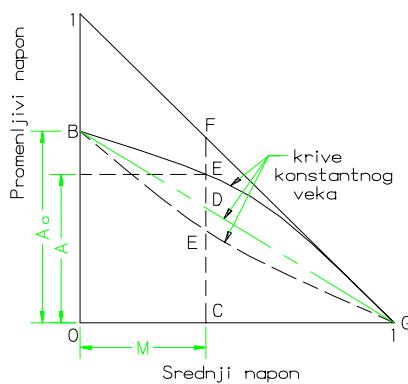
- [9] HEYWOOD,R.B. Stress concentration factors: relating theoretical and practical factors in fatigue loading, Eng., 179, 4/12/55, 146-8 (comparison of various notch sensitivity relationships).

### Dodatak

Ovde će se definisati funkcionalna zavisnost između amplitudnih naponova  $\sigma_a$ , srednjih naponova  $\sigma_m$  i broja ciklusa do pojave loma  $N_f$ . Ranije je napomenuto da će jedan deo dijagrama na sl.1 biti korišćen, što je i prikazano na sl.3. Reč je o tzv. krivama konstantnog veka u koordinatnom sistemu  $\sigma_a/\sigma_t$  i  $\sigma_m/\sigma_t$ , gde su naponi usled zamora svedeni na bezdimenzione veličine, tj.:

$$\sigma_a/\sigma_t = A; \sigma_a'/\sigma_t = A_o \text{ i } \sigma_m/\sigma_t = M;$$

gde je  $\sigma_a'$  - amplitudni napon pri nultom srednjem naponu.



Slika 3. Funkcionalna zavisnost između  $\sigma_a/\sigma_t$  i  $\sigma_m/\sigma_t$ , tzv. kriva konstantnog veka.

Zadatak je da se uspostavi neka vrsta zavisnosti između  $A$  i  $M$ , koja će predstavljati analitičku zavisnost ponašanja na zamor glatke epruvete pri konstantnom broju ciklusa.

Primenom pravila o sličnosti trouglova na sl.3 se dobija:

$$CD = A_o(1 - M) \quad (\text{D.1})$$

što predstavlja amplitudni napon u tački  $D$ .

Ponovnom primenom pravila o sličnosti trouglova dobija se vrednost amplitudnog napona u tački  $F$ :

$$CF = (1 - M). \quad (\text{D.2})$$

Ordinata  $DF$  je:

$$DF = CF - CD = (1 - M) - A_o(1 - M) = (1 - M)(1 - A_o). \quad (\text{D.3})$$

Prethodno određeni naponi su bili potrebni da bi se dobili amplitudni naponi u tački  $E$ , odnosno  $E'$ , a koji

predstavljaju vrednosti stvarnih naponova. Pritom se sa slike uočava da je veličinu  $DE$  moguće izraziti kao deo od  $DF$ . Veličina koja će ovo predstavljati biće manja od jedinice i označićemo je sa  $\gamma$ . Ova veličina u retkim slučajevima može biti negativna, čime se omogućava konkavan pad krive, tj. dobijanje tačke  $E'$  na sl.3. Ovime su uključena dva oblika koje mogu imati krive konstantnog veka, ali ne bi trebalo zaboraviti da krive mogu imati i  $S$  oblik (tj. da delom leže iznad, a delom ispod linije čvrstoće BDG).

Traženi amplitudni napon CE (odnosno  $CE'$ ) je:

$$\begin{aligned} CE &= A = CD + DE = CD + \gamma DF = \\ &= A_o(1 - M) + \gamma(1 - M)(1 - A_o) = \\ &= (1 - M)(A_o + \gamma(1 - A_o)). \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Ova poslednja zavisnost interpretira ponašanje na zamor glatke epruvete, tako da je neophodno dati i funkcionalne zavisnosti za  $A_o$  i  $\gamma$ .

Iz eksperimenata je utvrđeno da pri nultom srednjem naponu zavisnost između amplitudnog napona i broja ciklusa do loma je oblika:

$$A_o = \frac{1 + an^b}{1 + cn^b} \quad (\text{D.5})$$

gde su:  $n$ - logaritam broja ciklusa do loma ( $n = \log N_f$ );  $a, b, c$ - pozitivne konstante za dati materijal i gde je  $c > a$ . S druge strane, i veličinu  $\gamma$  je moguće pogodno izraziti pomoću  $M$  i  $n$  uz zadovoljenje graničnih uslova, tj.:

$$\gamma = \frac{M(e + qM)}{1 + kn^b} \quad (\text{D.6})$$

gde su:  $k$ - pozitivna konstanta;  $e, g$  - konstante koje mogu biti i pozitivne i negativne. U matematičkim izrazima za  $A_o$  i  $\gamma$  figurisu konstante [9]  $a, b, c, d, e, g$ , koje se određuju iz eksperimenata na zamor. Na pravilan način određene konstante omogućavaju da matematički izrazi za  $A_o$  i  $\gamma$  interpretiraju stvarno ponašanje na zamor glatke epruvete, tj. ispunjavaju uslove da je kriva  $A = f(M)$ : 1. u okviru oblasti  $0: 1$ ; 2. opadajuća; 3. konkavna (konveksna).

Rad primljen: 24.10.2000.god..

