

Određivanje položaja laserom ozračenog objekta

Dr Žarko Barbarić, dipl.inž.¹⁾

Izvedeni su izrazi za signale greške pri određivanju položaja laserom ozračenog objekta za konstantnu iradijansu po površini spota, kvadratnog i kružnog oblika i Gausovu raspodelu iradijance oko centra spota i kvadratni oblik fotodiode. Pokazano je da je signal greške funkcija rastojanja centra spota od centra kvadrantne fotodiode sve dok je to rastojanje manje od poluprečnika spota. Iz izraza za signale greške pri određivanju položaja izvedeni su izrazi za ugaonu grešku pri određivanju položaja kvadrantnom fotodiodom i pokazano je da ova greška veoma malo zavisi od ugla određivanja položaja a da dominantno zavisi od odnosa signal-šum. Greška u određivanju položaja je obrnuto proporcionalna sa kvadratnim korenom iz odnosa signal-šum u kanalu signala sume. Dat je i postupak proračuna prijemne optičke snage, njene dinamike i odnosa signal-šum.

Ključne reči: Optoelektronika, laserska tehnika, ozračeni objekat, određivanje položaja, greška pri merenju.

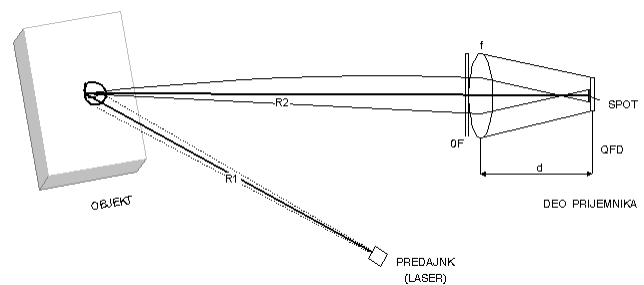
Uvod

USMERENOST laserskog zračenja i osetljivost kvadrantne fotodiode u optičkom prijemniku omogućavaju precizno određivanje relativne pozicije izvora zračenja i prijemnika, na osnovu merenja ugaonog odstupanja ose prijemnika od ose laserskog snopa. Ova metoda primenjuje se u građevinarstvu prilikom gradnje mostova i tunela [1], u vojsci za praćenje ciljeva i određivanje njihovih koordinata [2] i određivanje položaja satelita za optičke komunikacije [3]. Pored navedene metode, koristi se i određivanje položaja laserom ozračenog objekta, na osnovu prijema i detekcije reflektovanog laserskog zračenja, pomoću kvadrantne fotodiode. Određuje se relativni položaj objekta na osnovu ugaonog položaja prijemnika u odnosu na laserom ozračen objekat [2, 4].

Prikazan je princip određivanja položaja laserom ozračenog objekta optoelektronskim koordinatorom sa kvadrantnom fotodiodom. Na bazi matematičkog modela, za određivanje položaja laserom ozračenog objekta, izvedene su relacije za signale greške pri određivanju položaja i relacije za procenu greške. Analizirana je ugaona greška pri određivanju položaja cilja u funkciji amplitude signala greške i odnosa signal-šum u kanalu signala sume optoelektronskog koordinatora sa kvadrantnom fotodiodom. Dat je postupak proračuna dinamike optičkog signala i proračun odnos signal-šum, jer je on dominantan za tačnost određivanja položaja laserom ozračenog objekta. Na osnovu izložene teorije dat je jedan predlog realizacije optoelektronskog koordinatora laserom ozračenog objekta.

Princip određivanja položaja laserom ozračenog objekta

Određivanje položaja laserom ozračenog objekta zasniva se na usmeravanju laserskog snopa na objekat, refleksiji laserskog zračenja od objekta i formiranju spota, od reflektovanog laserskog zračenja na kvadrantnoj fotodiodi, što je prikazano na sl.1.



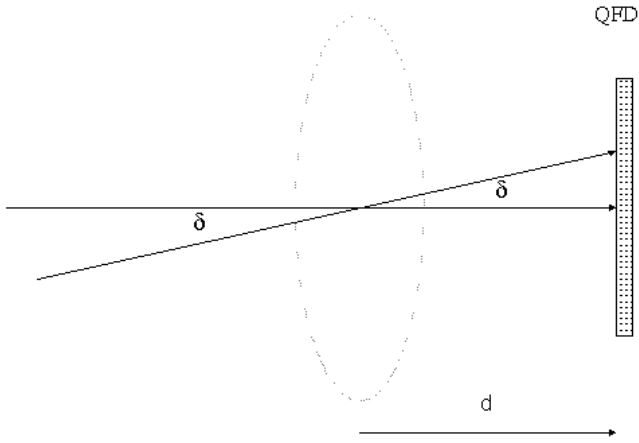
Slika 1. Princip određivanja položaja laserom ozračenog objekta

Na sl.1 prikazan je laserski predajnik (ozračivač) koji formira laserski snop za ozračavanje objekta. Širina laserskog snopa na mestu objekta približno je jednaka proizvodu divergencije snopa i rastojanja od lasera do objekta, $w_s = \theta_s R_l$, gde je θ_s divergencija snopa i R_l koso rastojanje između predajnika i objekta. Presekom laserskog snopa sa ravni objekta formira se spot na površini objekta (laserska mrlja), čiji oblik i dimenzije zavise od međusobnog ugaonog položaja normale na površinu objekta i ose laserskog snopa. Refleksija laserskog zračenja od površine objekta je difuzna, ako je amplituda hrapavosti površine objekta veća od talasne dužine zračenja [5]. Difuzno reflektovano lasersko zračenje od objekta dolazi na sabirno sočivo fokusne dužine f , koje fokusira primljeno zračenje i formira spot (mrlju cilja) na površini kvadrantne fotodiode (QFD). Na ulazu u optički sistem prijemnika postavlja se optički filter, koji ograničava prijemni nivo optičke snage zračenja okoline. Na sl.2 se vidi da je kvadrantna fotodiode postavljena na rastojanju d od sabirnog sočiva, koje je veće od fokusne dužine f .

Vidno polje koordinatora ograničeno je odnosom poluprečnika i fokusnom dužinom sabirnog sočiva. Dimenzije mrlje (spota) na površini fotodiode od reflektovanog, laserskog zračenja od objekta, zavisi od odnosa rastojanja d i fokusne dužine sabirnog sočiva f .

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

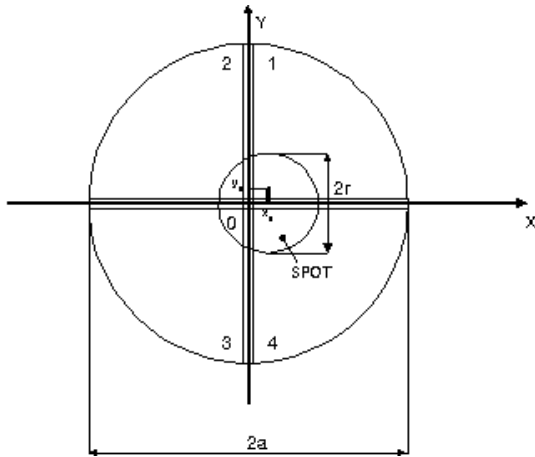
Položaj spota na površini fotodiode zavisi od upadnog ugla reflektovanog zračenja na površinu sabirnog sočiva. Na sl.2 prikazan je ugaoni položaj centra spota na površini fotodiode kada reflektovano lasersko zračenje upada normalno i pod uglom δ na sabirno sočivo koordinatora.



Slika 2. Prikaz pomeranja centra spota u funkciji upadnog ugla reflektovanog laserskog zračenja

Iz geometrije na sl.2 vidi se da su pomeraji centra spota na kvadrantnoj fotodiodi proporcionalni ugaonom položaju ozračenog objekta od optičke ose koordinatora.

Na sl.3 dat je opšti položaj spota u koordinatnom sistemu x_0y_0 , koji je postavljen u centar kvadrantne fotodiode.



Slika 3. Kvadrantna fotodioda poluprečnika a i spot poluprečnika r , u koordinatnom sistemu x_0y_0 .

Na sl.3 položaj centara spota (x_0, y_0) zavisi od pravca nailaska reflektovanog zračenja od cilja, a poluprečnik spota r od rastojanja fotodiode i sabirnog sočiva d . Pomeranje centra spota od centra kvadrantne fotodiode u obe ravni fotodiode, prema slikama 2 i 3, je dato relacijama: $x_0 = dtg\delta_h$ i $y_0 = dtg\delta_v$, gde su: d rastojanje ravni fotodiode od sabirnog sočiva, δ_h i δ_v projekcije ugla incidentnog zračenja δ , u odnosu na normalu površine sočiva, u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, respektivno. Na sl.3 prikazan je kružni oblik spota ograničenog poluprečnika, iako je mrlja (spot) na fotodiodi predstavlja raspodele iradijansa, koja je Gausovog ili sinc tipa.

Odstupanje centra spota od centra kvadrantne fotodiode predstavlja grešku u određivanju položaja laserom ozračenog objekta. Signali greške pri određivanju položaja

u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, prema sl.3, se mogu odrediti iz struja kvadrantne fotodiode:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{(i_1 + i_4) - (i_2 + i_3)}{(i_1 + i_4 + i_2 + i_3)} = \frac{i_{\Delta x}}{i_{\Sigma}} \\ \varepsilon_y &= \frac{(i_1 + i_2) - (i_3 + i_4)}{(i_1 + i_4 + i_2 + i_3)} = \frac{i_{\Delta y}}{i_{\Sigma}} \end{aligned} \quad (1)$$

gde je i struja n -tog kvadranta ($n=1,2,3,4$).

Struja n -tog kvadranta se određuje iz $i_n = \Re pP_0$, gde je P_0 primljena ukupna optička snaga reflektovana od cilja, p je pravi razlomak (određuje deo optičke snage na jednom kvadrantu u odnosu na ukupnu snagu), a \Re je faktor konverzije (optičke snage u struju) kvadrantne fotodiode. Struje signala razlike $i_{\Delta x}$ i $i_{\Delta y}$ predstavljaju razlike sume struja dva kvadranta, a struja sume i_{Σ} zbir struja četiri kvadranta, kao što pokazuje izraz (1). Iz (1) se vidi da su signali greške pri određivanju položaja jednaki nuli ako je centar spota u centru fotodiode, jer su sve četiri struje jednake. Takođe, vidi se da apsolutna vrednost signala greške pri određivanju položaja raste srazmerno pomeranju centra spota od centra fotodiode, a da je maksimalna i iznosi jedan, kada je struja razlike jednaka struji sume.

Matematički modeli za izračunavanje signala greške pri određivanju položaja

Poznato je više modela za određivanje signala greške pri određivanju položaja objekta u funkciji pomeraja centra spota od centra fotodiode. Osnovni model pretpostavlja konstantnu vrednost iradijane (snage po površini spota) i konačne dimenzije spota. Drugi modeli pretpostavljaju Gausovu ili sinc raspodelu iradijansa po površini fotodiode.

Prema osnovnom modelu, koji pretpostavlja konstantnu iradijansu i kvadratni oblik spota, signali greške određivanja položaja su dati izrazima [4]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{x_0}{r} = \frac{dtg\delta_h}{r}, |x_0| \leq r \\ \varepsilon_y &= \frac{y_0}{r} = \frac{dtg\delta_v}{r}, |y_0| \leq r \end{aligned} \quad (2)$$

gde su x_0, y_0 koordinate centra spota u koordinatnom sistemu x_0y_0 , r je polovina stranice kvadratnog oblika spota, d je rastojanje ravni sočiva od ravni fotodiode, a δ_h i δ_v su komponente ugla δ , u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, respektivno.

Iz (2) se vidi da su signali greške pri određivanju položaja direktno proporcionalni sa pomerajem centra spota od centra fotodiode, u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, respektivno. Odnosno, signal greške određivanja položaja je linearna funkcija ugla incidencije, jer je $tg\delta \approx \delta$ za male vrednosti δ ($\delta \leq 10^\circ$). Prikazane izrazom (2), predstavljaju linearnu aproksimaciju signala greške pri određivanju položaja i važe pod uslovom da pomeraj centra spota od centra fotodiode nije veći od polovine stranice spota. Odnos rastojanja fotodiode od sabirnog sočiva i polustaranice spota određuje brzinu promene signala greške pri određivanju položaja i naziva se konstanta detektora K_D ($K_D = d/r$).

Signali greške pri određivanju položaja, za konstantnu iradijansu i za kružni oblik površine spota, su dati sledećim

izrazima [6]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{2}{\pi} \left(\frac{x_0}{r} \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{r^2}} + \arcsin\left(\frac{x_0}{r}\right) \right), |x_0| \leq r \\ \varepsilon_y &= \frac{2}{\pi} \left(\frac{y_0}{r} \sqrt{1 - \frac{y_0^2}{r^2}} + \arcsin\left(\frac{y_0}{r}\right) \right), |y_0| \leq r\end{aligned}\quad (3)$$

Iz (3) se vidi da signal za određivanje položaja nije linearna funkcija pomeraja centra spota od centra fotodiode, iako je konstantna iradijansa po površini krožnog spota poluprečnika r . Treba naglasiti da izrazi u (3) važe sve dok je rastojanje centra fotodiode od centra spota manje od poluprečnika spota.

Za Gausovu raspodelu iradijanse oko centra spota (x_0, y_0) i kvadratni oblik fotodiode stranice $2a$ signali greške pri određivanju položaja su:

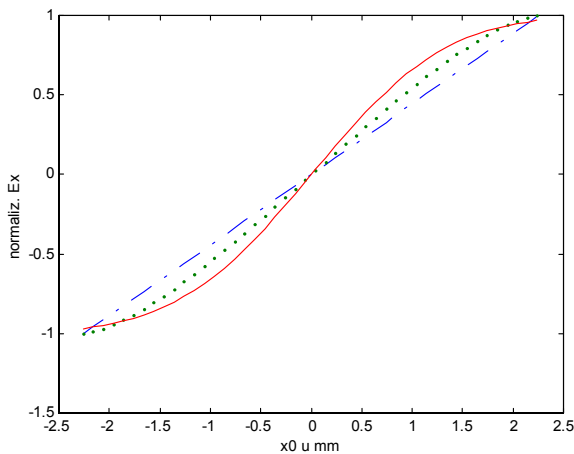
$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{2 \operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{a-x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{a+x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{a-x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{a+x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right)} \\ \varepsilon_y &= \frac{2 \operatorname{erf}\left(\frac{y_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{a-y_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{a+y_0}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{a-y_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{a+y_0}{\sqrt{2}\sigma}\right)}\end{aligned}\quad (4)$$

gde su: σ - standardna devijacija dvodimenzionalne Gausove raspodele iradijanse na fotiododi i $\operatorname{erf}(x)$ je funkcija greške. Funkcija greške je definisana kao

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x \exp(-u^2) du. \text{ Standardna devijacija } \sigma \text{ iz (4) i}$$

poluprečnik spota r iz (3) mogu da se dovedu u vezu preko nivoa snage sadržane u poluprečniku kruga. Na primer, 90% snage je sadržano u krugu poluprečnika $r=2,1456\sigma$. Za razliku od (2 i 3), izrazi (4) važe za svaki pomeraj centra spota od centra fotodiode.

U cilju poređenja aproksimacija datih relacijama (2,3 i 4), na sl.4 prikazane su krive signala greške pri određivanju položaja ε_x , za konstantnu i Gausovu raspodelu iradijanse po površini spota poluprečnika $r=2,25$ mm ($\sigma=1,048$ mm).



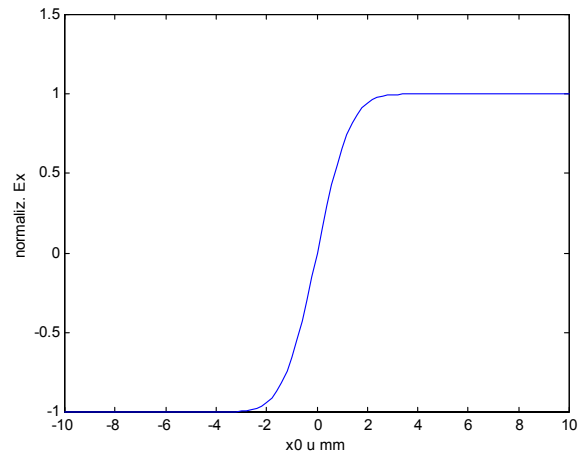
Slika 4. Signal greške pri određivanju položaja ε_x za konstantnu i Gausovu raspodelu iradijanse po površini spota poluprečnika $r=2,25$ mm, $\sigma=1,048$ mm.

Dijagrami na sl.4 pokazuju da su signali greške pri

određivanju položaja, dati izrazima (2,3 i 4) u oblasti određivanja položaja ($-r \leq x_0 \leq r$), isti samo u okolini $x_0=0$ i na granicama oblasti određivanja položaja, a da se razlikuju za ostale vrednosti x_0 . Poređenjem krivih sa sl.4 se vidi da je najjednostavniji linearni model (2) (kriva -) dosta gruba aproksimacija a da su bolje aproksimacije (3) (kriva ..) i (4).

Iz relacija (2,3 i 4) se vidi da svaki od signala za određivanje položaja zavisi samo od jedne koordinate, pa je određivanje položaja jednoznačno i nezavisno u horizontalnoj i vertikalnoj ravni. Na sl.4 se vidi da je vrednost signala određivanja položaja nula ako je centar spota u koordinatnom početku, odnosno u centru fotodiode. Signal određivanja položaja raste do maksimuma (1) ili opada do minimuma (-1) pomeranjem spota od centra fotodiode u pozitivnom ili negativnom smeru ose. Brzina promene signala za određivanje položaja ili nagib krivih zavisi od dimenzija spota. Na sl.4 se vidi da su signali određivanja položaja približno linearna funkcija za mala rastojanja centra spota od centra fotodiode. Signali za određivanje položaja se menjaju po izvedenim izrazima sve dok kompletan spot ne padne na jedan ili dva kvadranta fotodiode. Tada je signal greške konstantan. Znači, određivanje položaja je jednoznačno sve dok se centar spota ne udalji od centra fotodiode za r .

Za analizu signala greške pri određivanju položaja za x_0 i y_0 veće od r na sl.5 prikazan je ε_x za Gausovu raspodelu iradijanse, prema (4).



Slika 5. Signal greške pri određivanju položaja ε_x za Gausovu raspodelu iradijanse po površini spota poluprečnika $r=2,25$ mm, $\sigma=1,048$ mm i $a=5$ mm.

Dijagram signala greške pri određivanju položaja na sl.5 u oblasti određivanja položaja ($-r \leq x_0 \leq r$) isti je kao i na sl.4, za Gausovu raspodelu. Konstantna ekstremna vrednost signala određivanja položaja za $r < x_0 < a-r$ se koriste za zahvat ozračenog objekta. Iz uslova za određivanje položaja i zahvat objekta sledi da je optimalno da $a=2r$.

Za Gausovu raspodelu iradijanse po površini fotodiode, prema sl.5, zahvat bi bio moguć i kada na fotiododu ne dolazi reflektovano lasersko zračenje jer postoji maksimalna vrednost signala greške određivanja položaja. Međutim, ograničeno je vidno polje fotodiode (sl.2) a i signal u kanalu sume se menja u funkciji optičke snage koja pada na fotiododu. Struja u kanalu sume iz (1) u slučaju konstantne iradijanse po površini spota je:

$$i_{\Sigma} = E\pi r^2 \mathfrak{R} = \mathfrak{R} P_0, |x_0|, |y_0| \leq a - r \quad (5)$$

gde su: \mathfrak{R} - faktor konverzije fotodiode, E - iradijansa a P_0 - ukupna primljena optička snaga na površini kvadrantne fotodiode.

Iz (5) se vidi da je signal u kanalu sume funkcija primljene optičke snage P_0 koja se menja promenom rastojanja kordinatora od ozračenog objekta. Pošto pored korisnog signala reflektovanog laserskog zračenja na fotodiodu dolazi zračenje okoline, optička snaga je jednaka sumi snage signala P_S i snage pozadine P_B ($P_0=P_S+P_B$). Signal sume, odnosno struja sume fotodiode za konstantnu optičku snagu, je konstantan sve dok je kompletan spot na fotodiodi. Za Gausovu raspodelu iradijance po površini fotodiode struja sume je funkcija koordinata centra spota (x_0,y_0) i data je jednačinom:

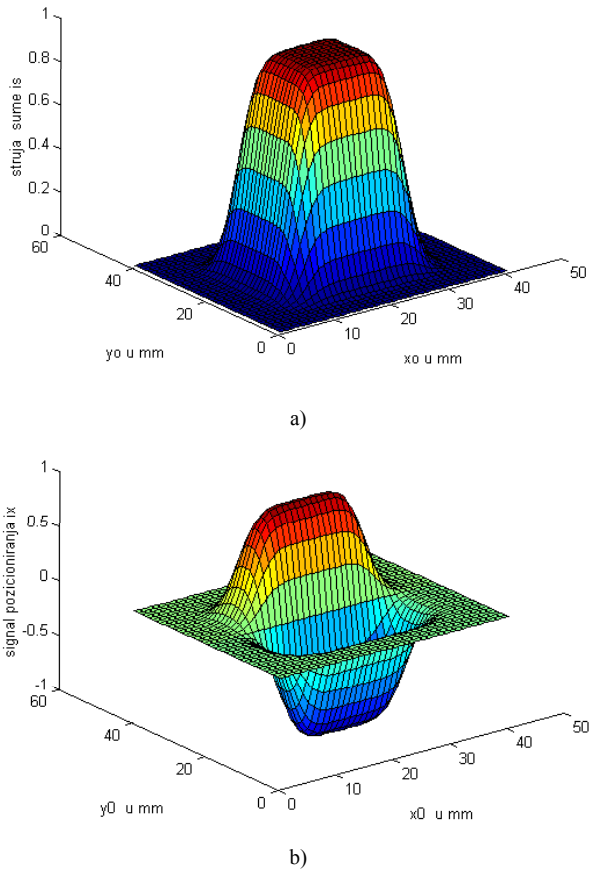
$$i_{\Sigma} = \Re P_0 \left[\operatorname{erf} \left(\frac{a-x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{a+x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{a-y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{a+y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (5)$$

gde je a poluprečnik fotodiode.

Takođe, i struja razlike za Gausovu raspodelu iradijance po površini fotodiode je funkcija koordinata centra spota (x_0,y_0) i data je jednačinom:

$$i_{\Delta} = \Re P_0 \left[2 \operatorname{erf} \left(\frac{x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{a-x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{a+x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{a-y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{a+y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (6)$$

Na sl.6 prikazana je promena struje u kanalu sume i struje u kanalu razlike, prema relacijama (5 i 6), u funkciji koordinata centra spota x_0,y_0 za $P_0\Re=1$ mA, $a=5$ mm, $\sigma=1,048$ mm ($r=2,25$ mm).



Slika 6. Raspodela struja: a) u kanalu sume (i_{Σ}) i b) u kanalu razlike (i_{Δ}) za Gausovu raspodelu iradijance po površini fotodiode za: $P_0\Re=1$ mA, $a=5$ mm, $\sigma=1,048$ mm ($r=2,25$ mm)

Na slici 6a se vidi da je signal sume maksimalan kada je centar spota u centru fotodiode (20,20) i veoma malo se

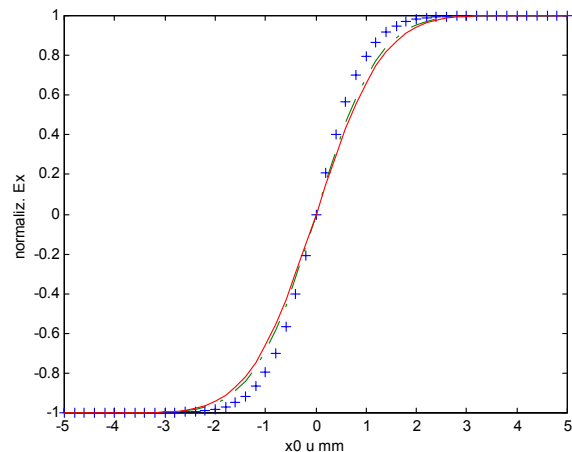
menja sve dok je spot na površini fotodiode. Dakle, zahvat je moguć sve dok je maksimalan signal u kanalu sume, pa je oblast zahvata $-(a-r)<x_0<(a-r)$. Međutim, nivo signala u kanalu sume zavisi od nivoa primljene reflektovane snage od laserom ozračenog objekta. Signal sume je konstantan sve dok postoji zahvat ozračenog objekta, odnosno ako postoji prijem reflektovane snage. Treba primetiti da je oblast zahvata ujedno i ukupno vidno polje kvdrantne fotodiode. Na sl.6 se vidi da je oblast određivanja položaja samo deo ukupnog vidnog polja, jer je određivanje položaja jednoznačno samo za rastojanje centra spota od centra fotodiode za poluprečnik spota. Poređenjem prostornih dijagrama na sl.6b se vidi da je kriterijum za zahvat signal sume, a kriterijum za određivanje položaja signal sume i signal razlike. Određivanje položaja je moguće u oblasti gde je signal sume maksimalan, a apsolutna vrednost signala razlike nije maksimalna (manja od jedan).

U prethodnim razmatranjima nije uzeto u obzir da postoje mali procepi širine $2w$ između kvadranta fotodiode (sl.3). Za Gausovu raspodelu iradijance na površini fotodiode, ako se ne zanemare procepi, signali greške određivanja položaja, iz (3), su:

$$\varepsilon_x = \frac{\operatorname{erf} \left(\frac{a-x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{a+x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{w+x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{w-x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right)}{\operatorname{erf} \left(\frac{a-x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{a+x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{w+x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{w-x_0}{\sqrt{2}\sigma} \right)} \quad (7)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\operatorname{erf} \left(\frac{a-y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{a+y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{w+y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{w-y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right)}{\operatorname{erf} \left(\frac{a-y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{a+y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{w+y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{w-y_0}{\sqrt{2}\sigma} \right)}$$

Na sl.7 prikazani su dijagrami signala greške određivanja položaja ε_x za različite vrednosti procepa između kvadranta fotodiode $2w$, a za $\sigma=1,048$ mm ($r=2,25$ mm) i $a=5$ mm.



Slika 7. Signali greške određivanja položaja za Gausovu raspodelu iradijance: $\sigma=1,048$ mm ($r=2,25$ mm), $a=5$ mm za $w=0(-)$; $0,1(-)$ i $0,5(+)$ mm.

Na sl.7 se vidi da se signal greške određivanja položaja veoma malo menja sa širinom procepa između kvadranta fotodiode. Te promene su direktno proporcionalne širini procepa i najmanje u okolini $x_0=0$, a najveće u okolini $x_0=r/2$. Za procepe $2w=0,2$ mm promene su neznatne, što se vidi poređenjem krive (puna linija) sa isprekidanom krivom, dok je za širine procepa 1mm značajnija promena signala (kriva +). Promene vrednosti signala greške određivanja položaja u funkciji širine procepa pokazuju da

je opravdano zanemariti procep između kvadranta fotodiode, jer su ovi procepi manji od 0,1 mm.

Ugaone greške pri određivanju položaja

Izvedeni signali greške određivanja položaja predstavljaju srednju vrednost na koju se superponiraju nivoi šumova kvadrantne diode i šumova u prijemniku. Ovi nivoi šumova su izvori greške i određuju tačnost pri određivanju položaja laserom ozračenog objekta. Greške zavise od srednje vrednosti signala greške određivanja položaja i odnosa signal-šum [7]. U [7] je izvedena funkcija gustine verovatnoće i pokazano je da greška raste kada poraste srednja vrednost signala greške određivanje položaja, kao i kada se smanjuje odnos signal-šum. Tačnost određivanja položaja se može proceniti i na osnovu minimalnog pomeraja centra spota na kvadrantnoj fotiodiodi, koji se ne može detektovati zbog ograničene osetljivosti prijemnika. Potrebno je da se odredi minimalni pomeraj centra spota Δx_0 i Δy_0 koji se ne može detektovati zbog fluktuacije signala greške određivanja položaja. Promena signala greške u (1), a za konstantnu iradijansu i kvadratni oblik spota iz (2), dobija se:

$$d\varepsilon_x = \frac{di_{\Delta x}}{i_\Sigma} = \frac{dx_0}{r} \quad (8)$$

Ako se promena struje razlike izjednači sa standardnom devijacijom šuma ($di_{\Delta x} = \sigma_n$) i $dx_0 = \Delta x_0$ iz (8) se dobija:

$$\Delta x_0 = \frac{r}{\sqrt{\frac{S}{N}}} \quad (9)$$

gde je S snaga signala a N varijansa šuma u kanalu sume.

Izvedeni izraz (9) za grešku u određivanju položaja Δx_0 pokazuju da je greška direktno proporcionalne poluprečniku spota, a obrnuto proporcionalna kvadratnom korenu odnosa signal/šum u kanalu signala sume. Istim postupkom se dobija Δy_0 , pa je površina neodređenosti $\Delta x_0 \Delta y_0 = \Delta S$ data izrazom:

$$\Delta S = \frac{r^2}{S/N}$$

Ugaona greška određivanja položaja laserom ozračenog objekta se dobija iz (9), jer je $x_0 = dtg\delta_h$ i $\Delta x_0 = d\Delta\delta_h / \cos^2\delta_h$. Izraz za ugaonu grešku pri određivanju položaja cilja, iz (9), je:

$$\Delta\delta_h = \frac{r \cos^2 \delta_h}{d\sqrt{S/N}} \quad (10)$$

Iz relacije (10) se vidi da je greška u određivanju položaja obrnuto proporcionalna u odnosu na konstantu koordinatora $K_D = d/r$ i kvadratni koren iz odnosa signal-šum.

Istim postupkom za konstantnu iradijansu i kružni oblik spota na kvadrantnoj fotiodiodi, iz (3), dobija se greška u određivanju položaja objekta kao

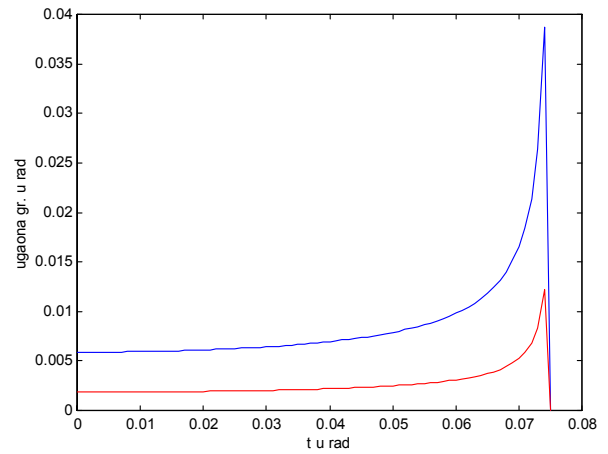
$$\Delta x_0 = \frac{\pi}{4} \frac{r}{\sqrt{S/N}} \frac{1}{\sqrt{1 - (x_0/r)^2}} \quad (11)$$

Izraz (11) pokazuje da greška u određivanju položaja laserom ozračenog objekta zavisi od položaja centra spota. Greška je najmanja kada je spot u koordinatnom početku,

odnosno kada je greška pri određivanju položaja jednaka nuli i raste sa porastom greške određivanja položaja. Pošto su pomeraji centra spota na kvadrantnoj fotiodiodi proporcionalni ugaonim odstupanjima ozračenog objekta od centra vidnog polja prijemnika, ugaona greška pri određivanju položaja je:

$$\Delta\delta_h = \frac{\pi r \cos^2 \delta_h}{4d \sqrt{S/N}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{d^2}{r^2} tg^2 \delta_h}} \quad (12)$$

U analizi greške u određivanju položaja laserom ozračenog objekta pomoću optoelektronskog koordinatora kvadrantnom fotiodiodom, iskorišćena je izvedena relacija za ugaonu grešku (12). Na sl.8 prikazana je zavisnost ugaone greške u određivanju položaja cilja u funkciji ugla incidencije reflektovanog zračenja i odnosa signal-šum.



Slika 8. Ugaona greška pri određivanju položaja $\Delta\delta_h$ u funkciji ugla incidencije ($\delta_h=t$), i odnosa signal-šum ($S/N=20$ dB; 30 dB) za: $r=2,25$ mm, $d=30$ mm.

Dijagrami na sl.8 pokazuju da greška u određivanju položaja uvek postoji. Ugaona greška u određivanju položaja je najmanja za $\delta_h=0$ ($x_0=0$ i $\varepsilon_x=0$) i iznosi blizu 2 mrad za $S/N=30$ dB i približno 6 mrad za $S/N=20$ dB. Na dijagramu se vidi da ugaona greška u određivanju položaja raste sa porastom ugla incidencije δ_h i maksimalna je na granici oblasti određivanja položaja $\delta_h=75$ mrad ($x_0=r=2,25$ mm i $\varepsilon_x=1$) i iznosi blizu 10 mrad za $S/N=30$ dB, a približno 38 mrad za $S/N=20$ dB. Iz (12) i na sl.8 se vidi da je tačnost u određivanju položaja, u oblasti određivanja položaja cilja $-r < x_0 < r$, uglavnom funkcija odnosa signal-šum.

Ovaj jednostavan model za procenu greške u određivanju položaja laserom ozračenog objekta daje saglasne rezultate sa složenim statističkim modelom [7], koji bazira na funkciji gustine verovatnoće signala greške određivanja položaja.

Primljena optička snaga i odnos signal-šum

Primljena optička snaga na koordinatoru laserski ozračenog objekta se određuje na osnovu radiometrijskih jednačina. Za pozadinu i objekat se pretpostavlja da su difuzni reflektori i da je površina ozračenog objekta mnogo veća od površine preseka laserskog snopa na mestu objekta.

Primljena optička snaga od zračenja pozadine, koja dolazi na koordinator, je [8];

$$P_B = \frac{\pi E_\lambda \rho_O \beta_D^2 D_R^2 \Delta_\lambda T_R T_F \exp(-\sigma R_2)}{16} \quad (13)$$

gde su: E_λ - solarna spektralna iradijansa, ρ_O - koeficijent refleksije objekta, β_D - vidni ugao koordinatora, D_R - dijametar sabirnog sočiva, Δ_λ - širina propusnog opsega prijemnog spektralnog filtera, T_R - koeficijent transmisije kroz sabirno sočivo, T_F - koeficijent transmisije kroz optički filter, σ - koeficijent atmosferskog slabljenja, R_2 - rastojanje između koordinatora i ozračenog objekta.

U slučaju kada laserski izvor ozračuje objekat, snaga signala reflektovana od objekta primljena na koordinatoru, prema sl.1 je:

$$P_S = \frac{P_T \rho_O A_{OEF} A_{REF} T_R \cdot T_F \exp(-\sigma R_1 - \sigma R_2)}{\pi A_S R_2^2} \quad (14)$$

gde su: P_T - ukupna predajna snaga ozračivača, $A_{OEF} = A_O \cos \beta$ - efektivna površina sabirnog sočiva, $A_{REF} = A_R \cos \beta_{po}$ - efektivna površina na objektu koju ograničava vidno polje koordinatora, T_R - koeficijent transmisije sabirnog sočivo, T_F - koeficijent transmisije optičkog filtra, A_S - površina laserskog spota na objektu, koji je udaljen R_1 od laserskog predajnika.

Dinamika prijemnog optičkog signala može da se odredi iz (14). Maksimalna prijemna snaga se dobija kada je koordinator u neposrednoj blizini objekta ($R_2=R_{2min}$), minimalna prijemna snaga se dobija na maksimalnom rastojanju koordinatora od objekta ($R_2=R_{2max}$). Dinamika primljenog signala se dobija iz logaritamskog odnosa maksimalne i minimalne prijemne snage izračunate iz (14).

$$D = 10 \log \frac{R_{2max}^2}{R_{2min}^2} + 10 \log \exp[\sigma (R_{2max} - R_{2min})] \quad (15)$$

Minimalno rastojanje se dobija iz uslova da je površina spota na objektu jednaka površini koju vidi koordinator na tom objektu, pa je $A_S/R_{2min}^2 = \Omega_D$, gde je Ω_D efektivni postorni vidni ugao koordinatora. Prema definiciji prostornog ugla koordinatora $\Omega_D = \pi \beta_D^2 / 4$, gde je β_D vidni ugao koordinatora u mrad. Iz relacije (15) se vidi da je dinamika prijemnog optičkog signala funkcija odnosa maksimalnog i minimalnog rastojanja, kao i proizvoda slabljenja u atmosferi i maksimalnog rastojanja. Na primer, za slabljenje u atmosferi $\sigma = 0,12$ 1/km, $R_{2min} = 100$ m i $R_{2max} = 10$ km dobija se da je dinamika prijemnog signala 45,20 dB.

Iz izraza (13 i 14) se vidi da na veoma velikim rastojanjima od ozračenog objekta R_2 primljena optička snaga od pozadine P_B može biti veća od primljene snage reflektovanog laserskog zračenja od objekta P_S . Međutim, snage se superponiraju pa nivo ukupne primljene snage ne daje odgovor na daljine sa kojih se može da zahvati i odredi položaj laserom ozračen objekt. Odgovor na ovo pitanje daje odnos signal-šum.

Odnos signal-šum na izlazu kvadrantne fotodiode u kanalu sume može da se izrazi kao:

$$SNR = \frac{\overline{i_S^2}}{i_n^2} = \frac{(P_S \Re)^2}{2q \cdot (4I_D + P_0 \cdot \Re) BF + 4 \frac{FkTB}{R_L}} \quad (16)$$

gde su: $P_O = P_S + P_B$ - ukupna optička snaga koja dolazi na

detektor, I_D - struja mraka jednog kvadranta fotodiode, q - jedinično naelektrisanje, B - potreban propusni opseg signala, R_L - opterećenje svakog kvadranta fotodiode, F - faktor šuma (koordinatora) pretpojačavača, T - apsolutna temperatura i k - Bolcmanova konstanta.

Iz (16) može da se izračuna minimalna optička snaga P_S za koju odnos signal-šum nije manji od minimalno potrebnog. Iz izračunate minimalno potrebne optičke snage izračunava se, iz (14), maksimalno rastojanje između ozračenog objekta i koordinatora R_2 . Treba primetiti da je pri proračunu potrebno poznavati parametre atmosfere, ozračivača i koordinatora [8].

Minimalno potreban odnos signal-šum se određuje iz verovatnoće detekcije impulsa reflektovanog od objekta i verovatnoće lažnog alarma.

Verovatnoća detekcije impulsa reflektovanog od ozračenog objekta, u slučaju Gausove funkcije gustine verovatnoće raspodele struje signala i šuma, data je jednačinom [9]:

$$P_D = 0.5 \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{I_S - I_t}{\sqrt{2} I_n} \right) \right) \quad (17)$$

gde su: P_D - verovatnoća detekcije impulsa, I_t - vrednost struje praga odlučivanja, I_S - srednja vrednost strujnog signala, I_n - efektivna vrednost struje šuma (kvadratni koren srednjekvadratne vrednosti struje šuma).

Prosečan broj lažnih alarma u sekundi može da se odredi na sledeći način [9]:

$$FAR = \frac{1}{2\tau\sqrt{3}} \exp\left(-\frac{I_t^2}{2I_n^2}\right) \quad (18)$$

gde su: FAR - broj lažnih alarma u sekundi (s^{-1}) i τ - trajanje impulsa (s).

Broj lažnih alarma u sekundi se određuje iz zahtevane verovatnoće lažnog alarma [9]:

$$FAR = \frac{P_{LA}}{RG} \quad (19)$$

gde su: P_{LA} - verovatnoća lažnog alarma, a RG - vreme transmisije signala od predajnika, preko cilja, do prijemnika.

Vreme transmisije se određuje na osnovu maksimalne vrednosti ukupnog rastojanja između ozračivača i koordinatora $RG = (R_{1max} + R_{2max})/c$, gde je c brzina prostiranja u slobodnom prostoru.

Iz izloženog sledi da je za izračunavanje minimalno potrebnog odnosa signal-šum neophodno definisati očekivano maksimalno rastojanje između ozračivača i koordinatora, zahtevanu verovatnoću lažnog alarma i verovatnoću detekcije impulsa. Na primer, za $R_{1max} + R_{2max} = 15$ km, verovatnoću lažnog alarma 0,001 i verovatnoću detekcije 0,999 i tipično trajanje impulsa ozračivača (20 ns), iz (17, 18 i 19) dobija se da je minimalno potreban odnos signal-šum 18,38 dB.

Uslovi za realizaciju koordinatora

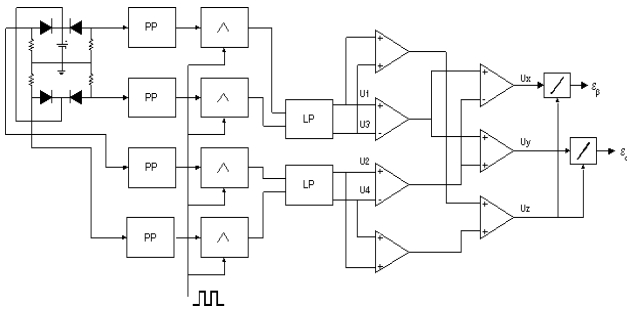
Iz analize signala greške određivanja položaja i greške pri određivanju položaja laserom ozračenog objekta, kao i dinamike optičkog signala pri promeni daljine koordinatora od ozračenog objekta proizlaze tehnički parametri za

projektovanje optoelektronskog koordinatora.

Optoelektronski koordinator je prijemnik optičkog signala koji ima dva funkcionalna dela: optički i elektronski.

Optički deo je odgovoran za nivo primljene (reflektovane od objekta) optičke snage i njenu konverziju u električni signal. Optički deo koordinatora se sastoji od krovnog stakla, optičkog filtra, sabirnog sočiva i kvadrantne fotodiode, što je prikazano na sl.1.

Elektronski deo koordinatora formira signale greške određivanja položaja i obezbeđuje pojačanje i automatsku regulaciju pojačanja signala sa kvadrantne fotodiode. Na sl.9 prikazana je blok-šema elektronskog dela koordinatora.



Slika 9. Blok šema elektronskog dela koordinatora

Na sl.9 se vidi da signal sa četiri kvadranta dolazi na pretpojačavački stepen koji je odgovoran za pojačanje slabih signala i nivo šuma. Drugi stepen treba da obezbedi prepoznavanje periode impulsa ozračivača, odnosno da primljeni impuls nije lažni. Treći stepen je odgovoran za dinamiku signala, pa je šematski prikazan kao logaritamski pojačavač. Ovaj blok ima funkciju automatske regulacije pojačanja zbog približavanja koordinatora ozračenom objektu. Na izlazu logaritamskog pojačavača su prikazana logička kola za formiranje signala greške po oba kanala. To su kola za operacije sabiranja, oduzimanja i deljenja. Signali greške određivanja položaja ϵ_α i ϵ_β služe za upravljanje i određivanje položaja objekta u dve upravne ravni.

Zaključak

Izvedeni izrazi za signale greške određivanja položaja za konstantnu i Gausovu raspodelu iradijance po površini fotodiode pokazuju da je signal greške određivanja položaja linearna funkcija rastojanja centra spota od centra kvadrantne fotodiode, sve dok rastojanje centra spota od centra fotodiode nije veće od poluprečnika spota.

Izvedeni izrazi za signale greške određivanja položaja pokazuju da je poluprečnik spota važan parametar koordinatora, koji određuje oblast jednoznačnog određivanja položaja laserom ozračenog cilja i brzinu

promene signala greške određivanja položaja. Poluprečnik spota je određen položajem kvadrantne fotodiode u odnosu na sabirno sočivo, a brzina promene signala greške određivanja položaja konstantom detektora $K_D = d/r$.

Zahteva se minimalno potreban odnos signal-šum blizu 20dB, za verovatnoću detekcije reflektovanog impulsa 0,999 i verovatnoću lažnog alarma 0,001.

Greška pri ugaonom određivanju položaja laserom ozračenog objekta, za zadata konstantu detektora K_D , zavisi od odnosa signal-šum i ugla greške određivanja položaja. Greška pri ugaonom određivanju položaja postoji za sve uglove određivanja položaja i značajno opada sa povećanjem odnosa signal-šum. Za minimalno potreban odnos signal-šum, minimalna greška pri određivanju položaja je blizu 6mrad. Za odnos signal-šum 30dB, greška pri ugaonom određivanju položaja nije veća od 2mrad, u celom opsegu uglova određivanja položaja. Greška pri određivanju položaja opada sa povećanjem odnosa signal-šum, a raste sa povećanjem ugla određivanja položaja.

Dinamika prijemnog optičkog signala pokazuje vrednost promene signala u kanalu sume. Dinamika, odnosno odnos maksimalnog i minimalnog prijemnog optičkog signala, iznosi blizu 45dB, za rastojanja ozračenog objekta i koordinatora približno 10km.

Literatura

- [1] SVELTO, O. *Principles of Lasers*. Second Edition, Plenum Press, New York, London, 1982.
- [2] GRUBOR, G. *Laserska lokacija*. prevod s ruskog, VINC, Beograd, 1987.
- [3] ARNON, S., KOPEIKAN, S. Laser Satellite Communication Network-Vibration Effect and Possible Solutions. *Proceedings of the IEEE*, 1997, vol.85, no.10.
- [4] MALAŠIN, M.S., KAMINSKIJ, R.P., BORISOV, Y.B. *Osnovi projektovanij lazernih lokacionih sistem*. Moskva, Visša škola, 1983.
- [5] BARBARIĆ, Ž. Raspodela laserskog zračenja reflektovanog od periodično hrapave površine objekta. *Naučnotehnički pregled*, 2000, vol.XLVI, no.6.
- [6] BARBARIĆ, Ž., VUKOBRAT, Ž., LAKA, J. Lokacija laserskog snopa primenom kvadrantne fotodiode. *Naučnotehnički pregled*, 1996, vol.XLVI, no.7.
- [7] BARBARIĆ, Ž., JEVTIĆ, L.J. *Analiza funkcije gustine verovatnoće greške određivanja položaja laserom ozračenog objekta*. zbornik radova, VII telekomunikacioni forum-TELFOR '99, Beograd 1999.
- [8] BARBARIĆ, Ž., NIKOLIĆ, M. *Parametarska analiza dometa impulsnog laserskog daljinomera*, zbornik radova. XLII konferencija za ETRAN, Vrnjačka Banja, SRJ, 1998.
- [9] BURNS, H.N., CHRISTODOULOU, C.G., BOREMAN, G.D. System design of a pulsed laser rangefinder. *Optical Engineering*, 1991, vol.30, no.3.

Rad primljen: 16.1.2001.god.

