

Matematičko modeliranje sistema za ubrizgavanje goriva kod dizel-motora

Mr Miloljub Štavljanin, dipl.inž.¹⁾

Dat je prikaz matematičkog modela za simuliranje radnog procesa sistema za ubrizgavanje goriva kod dizel-motora. Prikazan je i postupak za njegovo rešavanje kao i rezultati proračuna uporedo sa rezultatima merenja.

Ključne reči: Dizel-motor, ubrizgavanje goriva, simulacija procesa, matematički model.

Uvod

POZNATO je da u troškovima razvoja dizel-motora značajan udeo ima sistem za ubrizgavanje goriva, što je poslednjih godina posebno naglašeno ostrim zakonskim propisima o toksičnosti izduvnih gasova. Dosadašnja istraživanja su pokazala da matematičkim modeliranjem može uspešno da se simulira proces ubrizgavanja goriva, čime se skraćuje vreme i smanjuje trošak razvoja i optimizacije motora. U literaturi može da se nađe niz radova koji različito pristupaju postavljanju matematičkog modela i postupku za njegovo rešavanje.

Prikazani matematički model i postupak njegovog rešavanja za sistem ubrizgavanja tipa "pumpa-cev-brizgaljka" nastao je na osnovu niza rezultata istraživanja poznatih u literaturi i na osnovu sopstvenih iskustava. Zasniva se na matematičkom modeliranju mehaničkih i hidrodinamičkih procesa u sistemu, koje u sklopu sa eksperimentalnim istraživanjima, pruža velike mogućnosti kako za analizu uticaja pojedinih faktora na radni proces, tako i za optimizaciju sistema. Za njegovu primenu poželjno je, ali ne i neophodno, obaviti eksperimentalno istraživanje da bi se utvrdile vrednosti fizičkih veličina, koje ulaze u sastav matematičkog modela, a ne mogu se analitički definisati, (sile trenja, intenzitet prigušenja kretanja delova, krutosti elemenata, efektivne vrednosti protočnih preseka i dr.). Ukoliko ne postoje uslovi za obavljanje eksperimenta, navedene vrednosti se moraju odrediti približno, na osnovu, iskustva ili na osnovu podataka iz literature.

Procesi u pumpi i brizgaljki se opisuju na sličan način, ali će se ovde razmatrati odvojeno kao granični procesi strujanja u cevovodu.

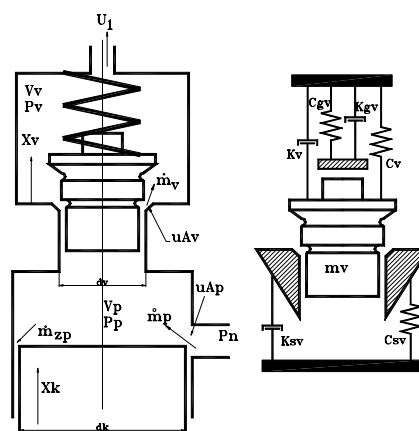
Proces u pumpi

Opisano je modeliranje pumpe sa rasteretnim ventilom konstantne zapremine rasterećenja. Na sl.1 su šematski prikazani modeli strujanja radne tečnosti i mehanički model pokretnih delova pumpe sa rasteretnim ventilom.

Oznake i simboli imaju sledeće značenje:

A_k, A_v - čone površine klipa i ventila,

- x_k, x_v - pomeranja klipa i ventila,
- V_p, V_v - zapremine cilindra iznad klipa i komore iznad ventila čije vrednosti zavise od položaja klipa i ventila,
- p_n, p_p, p_v - pritisci u galeriji pumpe, u cilindru i u prostoru oko rasteretnog ventila,
- V_{vr} - "zapremina rasterećenja" ventila,
- $\mu A_p, \mu A_v$ - efektivni protočni preseki kroz razvodne otvore na cilindru pumpe i kroz rasteretni ventil,
- m_v - masa pokretnih delova ventila,
- c_v, c_{sv}, c_{gv} - krutosti opruge, sedišta i graničnika ventila,
- K_v, K_{sv}, K_{gv} - koeficijenti prigušenja u vodiči, na sedištu i na graničniku ventila,
- F_{0v} - sila predsabijanja opruge ventila,
- F_{rv} - sila trenja pri kretanju ventila,
- u_1, u_n - brzina tečnosti na početku i na kraju cevi i
- A_c - poprečni presek cevi.



Slika 1. Šematski prikaz pumpe sa osnovnim fizičkim veličinama

Ako se pretpostavi da proces u cilindru pumpe ne utiče

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

na stanje fluida u galeriji, može da se usvoji da pritisak p_n ima konstantnu vrednost. Pod tim uslovom proces u pumpi može da se podeli na dva dela: proces u cilindru i proces u prostoru oko rasteretnog ventila. Ovi prostori su razdvojeni ventilom, a procesi povezani dinamikom kretanja ventila i dinamikom strujanja kroz njegov protočni presek. Zato se procesi u pumpi opisuju zakonom o održanju mase u oba prostora i jednačinom kretanja ventila. Treba naglasiti, da se zbog visokih pritisaka (većih od 1000 bar), pri primeni zakona o održanju mase, mora uzeti u obzir stišljivost radne tečnosti.

Ako za period vremena dt u cilindar pumpe uđe dm_u fluida, a izađe dm_v kroz rasteretni ventil i dm_{zp} kroz zazore, onda je izraz za bilans mase sledeći:

$$dm_p = dm_u - dm_v - dm_{zp}$$

Uzimajući da je količina tečnosti u cilindru određena sa:

$$m_p = V_p \rho_p$$

sledi:

$$dm_p = V_p \rho_p + \rho_p dV_p$$

odnosno

$$V_p d\rho_p = dm_u - \rho_p dV_p - dm_v - dm_{zp}$$

Protok kroz ventil se može, s obzirom na položaj ventila, podeliti na protok kroz zazore, dok je hod veći od nule a manji od 'hoda rasterećenja', i protok kroz protočni presek ventila kada je ventil otvoren. Protok kroz zazore može da se zanemari jer je, tokom celog radnog procesa, razlika pritiska u cilindru pumpe i u prostoru oko rasteretnog ventila dovoljno mala.

Zapremina cilindarskog prostora zavisi od pomeranja klipa i ventila i može da se odredi na sledeći način:

$$V_p = V_{p0} - A_k x_k + A_v x_v$$

sledi:

$$dV_p = -A_k dx_k + A_v dx_v$$

Posle navedenih smena, izraz o održanju mase dobija oblik:

$$\rho_p \left(A_k \frac{dx_k}{dt} - A_v \frac{dx_v}{dt} \right) + \frac{dm_u}{dt} + \frac{dm_v}{dt} + \frac{dm_{yp}}{dt} = V_p \frac{d\rho_p}{dt}$$

Brzina klipa pumpe se određuje na osnovu kinematike mehanizma za pokretanje klipa, a protoci kroz ulazne otvore i ventil mogu da se odrede pomoću Bernoullijeve jednačine:

$$dm_p/dt = \rho_p Q_p = \mu A_p [2\rho_p (p_n - p_p)]^{1/2} \quad i$$

$$dm_v/dt = \rho_v Q_v = \mu A_v [2\rho_p (p_n - p_p)]^{1/2}$$

Efektivni protočni preseki mogu da se odrede eksperimentalno ili na osnovu geometrijskog protočnog preseka i usvojenih koeficijenata protoka koji se mogu u obliku preporuka naći u objavljenim radovima [1-4].

Gubici radne tečnosti kroz zazore mogu da se odrede ili na osnovu postupaka i podataka navedenih u literaturi [1,4]

ili na osnovu rezultata sopstvenih eksperimenata.

U jednačini kontinuiteta na kraju ostaje član koji definiše stišljivost radne tečnosti i koji može da se odredi preko koeficijenta stišljivosti, koji se prema usvojenoj promeni stanja definiše na sledeći način:

$$\alpha|_T = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_{T=\text{const}} \quad \text{za izotermску promenu ili}$$

$$\alpha|_s = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_{s=\text{const}} \quad \text{za izentropsku promenu stanja.}$$

Korišćenjem jednačine stanja fluida i diferencijala oblika:

$$dm = V d\rho + \rho dV = 0$$

dobija se:

$$V_p d\rho_p/dt = \rho_p \alpha_p V_p dp_p/dt$$

U praksi se umesto koeficijenta stišljivosti češće koristi modul elastičnosti:

$$E|_x = -V \frac{\partial p}{\partial V} \Big|_x = \frac{1}{\alpha|_x}$$

odnosno,

$$E|_x = \rho \frac{\partial p}{\partial V} \Big|_x$$

gde je sa x označena vrsta promene stanja.

Vrednost modula elastičnosti zavisi od pritiska i temperature, a u literaturi može da se nađe niz empirijskih formula raznih autora [2,3,5].

Uvođenjem zapreminskog protoka izrazom:

$$Q_p = \frac{dm}{dt}$$

jednačina kontinuiteta dobija konačan oblik:

$$\alpha_p V_p \frac{dp_p}{dt} = Q_p - Q_v + w_k A_k - w_v A_v - Q_{zp} \quad (1)$$

Na sličan način, kao za cilindarski prostor, može da se definiše i odgovarajući izraz za prostor iznad rasteretnog ventila:

$$\alpha_v V_v \frac{dp_v}{dt} = Q_v + w_v A_v - u_1 A_c \quad (2)$$

Kretanje ventila se opisuje jednačinom kretanja oblika:

$$m_v \frac{dw_v}{dt} = (p_p - p_v) A_v - K_v w_v - F_{trv} - c_v (x_{v0} + x_v) - I_{sv} (c_{sv} x_v + K_{sv} w_v + F_{trsv}) - I_{gv} [c_{gv} (x_v - x_{vmax}) + K_{gv} + F_{trgv}] \quad (3)$$

gde su: I_{sv}, I_{gv} - identifikatori čije su vrednosti 1 ili 0, zavisno od toga da li se ventil kreće između sedišta i graničnika, ili u oblasti deformacije sedišta odnosno graničnika.

Članovi koji definišu silu trenja (F_{tr}) mogu da budu pozitivni i negativni, a znak im odgovara znaku brzine. Pri izvođenju izraza (1 i 2) uvedene su sledeće pretpostavke:

a) radna tečnost u posmatranom prostoru je homogena i

izentropna, odnosno pritisak i gustina pa i modul elastičnosti imaju iste vrednosti u celom prostoru,

b) brzina strujanja na početku cevi ima iste vrednosti po celom poprečnom preseku.

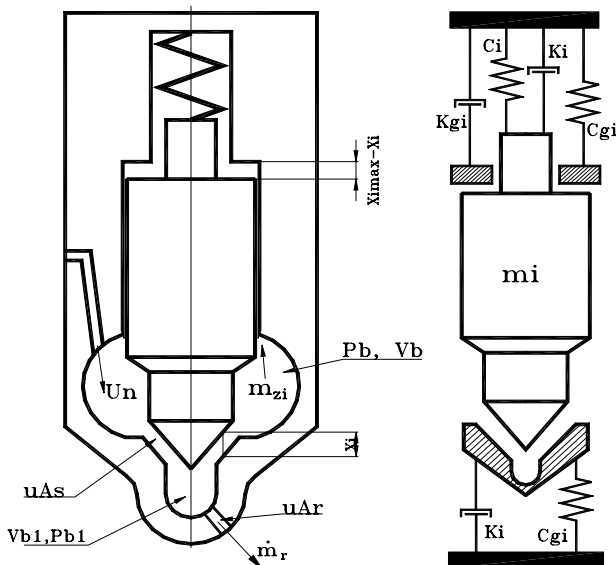
Iz prethodnih izraza se određuju pritisci u cilindru i iznad ventila kao i brzina ventila. Integraljenjem izračunate brzine, dobija se hod ventila:

$$dx_v/dt = w_v \quad (4)$$

Proces u brizgaljci

Na sl. 2 je šematski prikazana brizgaljka i njene osnovne veličine. Korišćene su sledeće oznake:

- u_n - brzina tečnosti na kraju cevi,
- A_i, A_{is} - površine preseka vođice i zaptivnog konusa,
- $\mu A_s, \mu A_r$ - efektivni protočni presek kroz zaptivni konus i kroz raspršavajuće otvore,
- μA_b - ekvivalentni protočni presek računat od komore ispred sedišta do izlaza iz raspršavajućih otvora,
- V_b, V_{b1} - zapremine komora ispred i iza zaptivnog konusa čije vrednosti zavise od položaja igle,
- p_b, p_{b1} - pritisci u ovim komorama,
- p_z - pritisak izvan brizgaljke,
- x_i, w_i - hod i brzina igle,
- m_i - masa pokretnih delova,
- c_i, c_{si}, c_{gi} - krutosti opruge sedišta i graničnika,
- K_i, K_{si}, K_{gi} - koeficijenti prigušenja pri kretanju igle između sedišta i graničnika i u oblasti deformacija sedišta, odnosno graničnika,
- F_{tr} - sila trenja.



Slika 2. Šematski prikaz brizgaljke sa osnovnim fizičkim veličinama

Na sličan način kao kod pumpe, mogu se postaviti jednačine kontinuiteta za oba prostora razdvojena sedištem igle:

$$\alpha_b V_b \frac{dp_b}{dt} = u_n A_c - Q_s - w_i (A_i - A_{is}) - Q_{zi} \quad (5)$$

$$\alpha_{b1} V_{b1} \frac{dp_{b1}}{dt} = Q_s \frac{\rho_b}{\rho_{b1}} - w_i A_{is} - Q_r \quad (6)$$

gde su: Q_s, Q_r, Q_{zi} - protoci tečnosti kroz sedište igle, kroz raspršavajuće otvore i kroz zazor između tela i igle.

Gubitke kroz zazor je moguće odrediti na osnovu objavljenih rezultata u [1,4] ili na osnovu rezultata eksperimenta, a protoke kroz procep na sedištu i kroz raspršavajuće otvore na osnovu Bernoullijeve jednačine:

$$Q_s = \mu A_s \sqrt{\frac{2(p_b - p_{b1})}{\rho_b}}$$

$$Q_r = \mu A_r \sqrt{\frac{2(p_{b1} - p_z)}{\rho_{b1}}}$$

Pritisak p_z je pritisak u cilindru motora za vreme ubrizgavanja. U slučaju simulacije sistema, koji radi na probnom stolu van motora, p_z je pritisak u uređaju za skupljanje radne tečnosti. U oba slučaja pritisak ima promenljivu vrednost tokom isticanja fluida iz brizgaljke.

Ako su raspršavajući otvori u zoni zaptivnog konusa ili ako je zapremina ispod zaptivnog konusa toliko mala da bi, s obzirom na veliku vrednost modula elastičnosti, numerička integracija pritiska u ovom prostoru bila otežana, proces može da se definiše samo prvom jednačinom kontinuiteta. Pri tome se pritisak u donjoj komori određuje iz jednakosti:

$$Q_b = Q_s = Q_r$$

koja daje traženi pritisak u tri moguća oblika od kojih navodimo jedan:

$$p_{b1} = p_z + \left(\frac{\mu A_b}{\mu A_r} \right)^2 (p_b - p_z)$$

Merenja pokazuju da efektivni protočni presek raspršavajućih otvora ima konstantnu vrednost i ne zavisi od položaja igle brizgača. Određuje se na osnovu eksperimenta ili geometrijskog protočnog preseka i usvojenog koeficijenta protoka, koji u principu, zavisi od Reynoldsovog broja i geometrije i hrapavosti raspršavajućih otvora. Efektivni protočni presek kroz ceo raspršivač se određuje na isti način ali njegova vrednost zavisi od hoda igle. U oba slučaja je moguće merenje. Međutim, eksperimentalno određivanje efektivnog protočnog preseka na sedištu nije moguće bez razaranja raspršivača, ali se iz prethodne jednakosti može uspostaviti veza između protočnih preseka na sledeći način:

$$\mu A_b = \frac{(\mu A_s)(\mu A_r)}{\sqrt{(\mu A_r)^2 + (\mu A_s)^2}}$$

Odatle može da se nađe protočni presek na sedištu, ako su ostala dva preseka poznata.

Za definisanje procesa u brizgaljci neophodan je i izraz kojim se definiše kretanje igle:

$$m_b \frac{dw_i}{dt} = p_b (A_i - A_{is}) - I_{si} (c_{si} x_i + K_{si} w_i - F_{trsi}) + p_{b1} A_{is} - F_{tri} - K_i w_i - c_i (x_i - x_{i0}) - I_{gi} [c_{gi} (x_i - x_{imax}) + K_{gi} w_i + F_{trgi}] \quad (7)$$

I_{si} i I_{gi} su oznake za identifikatore vrednosti 0, u slučaju da igla ne dodiruje sedište ili graničnik. U suprotnom slučaju, identifikator ima vrednost 1. Montažna deformacija opruge, koja odgovara pritisku otvaranja brizgaljke, označena je sa x_{i0} , a dobije se iz sledećeg izraza:

$$x_{i0} = \frac{p_{b0} (A_i - A_{is})}{c_i}$$

Konačno, hod igle se određuje integraljenjem izračunate brzine:

$$\frac{dx_i}{dt} = w_i \quad (8)$$

Proces u cevovodu

Cevovod podrazumeva kanal u kućištu rasteretnog ventila, cev sa priključcima i kanal kroz telo brizgaljke od priključka za cev do komore ispod igle brizgaljke. Konfiguracija je složena, pa može da se smatra da je strujanje trodimenzionalno. Proces u pumpi nema ustaljen karakter i strujanje u cevovodu je nestacionarno sa prelaskom iz laminarnog u turbulentni režim. U ovim uslovima jednačina kontinuiteta i Navie-Stokesova jednačina imaju izuzetno složen oblik. Da bi se došlo do rešenja, uvode se pretpostavke koje će pojednostaviti model do oblika pogodnog za rešavanje [1]. Može da se pretpostavi da navedeni kanali imaju isti presek kao i cev i da je uticaj priključnih mesta zanemarljiv, čime se strujanje definiše kao jednodimenzionalno. Prečnik cevi je mali u odnosu na dužinu pa se može usvojiti da talas poremećaja pri svom prostiranju kroz cevovod ima ravanski oblik upravan na osu cevi i da zakrivljenost cevovoda ne utiče na strujanje. Tako jednačina kontinuiteta i jednačina impulsa imaju sledeće oblike:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_r}{\partial x} = 0$$

gde su: t - vreme, x - koordinata duž cevovoda, p, ρ, u - pritisak, gustina i brzina strujanja na rastojanju x od početka cevovoda i u trenutku t , $\partial p_r / \partial x$ - sila hidrauličnog trenja svedena na jedinicu zapremine tečnosti.

Ako se za izračunavanje sile hidrauličnog trenja iskoristi formula Darsi-Weisbacha:

$$\frac{\partial p_r}{\partial x} = \lambda \cdot \rho \cdot \frac{u|u|}{2d}$$

gde je λ koeficijent trenja, prethodni sistem se transformiše u sistem od dve jednačine sa tri nepoznate veličine pa je neophodno uvesti još jedan uslov. Pogodno je iskoristiti jednačinu stanja. Uz pretpostavku da su procesi u cevovodu izentropske prirode, primenom Laplaceovog izraza za brzinu prostiranja zvuka $a^2 = [\partial p / \partial \rho]_{s=const}$, prethodni sistem dobija sledeći oblik:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + a^2 \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\lambda \frac{u|u|}{2d}$$

Granični uslovi za ovaj sistem nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina su procesi u pumpi i brizgaljci, opisani takođe sistemom diferencijalnih jednačina, pa je praktično nemoguće naći njihovo analitičko rešenje. Zato se koriste numeričke metode. Da bi se primenio d'Alamberov postupak, neophodno je uvesti i dodatne pretpostavke koje obezbeđuju linearizaciju sistema. Pošto su ovo parcijalne jednačine hiperboličkog tipa, pogodno je koristiti metod karakteristika. Ako se prva jednačina podeli sa $a\rho$, napravi njihov zbir, a zatim razlika, dobija se karakterističan oblik:

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u+a) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{1}{a\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial x} + (u+a) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = -\lambda \frac{u|u|}{2d}$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u-a) \frac{\partial u}{\partial x} \right] - \frac{1}{a\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial x} + (u-a) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = -\lambda \frac{u|u|}{2d}$$

Ovaj sistem jednačina definiše promenu pritiska i brzine fluida duž karakteristika (C^+ i C^-), koje su određene izrazima:

$$dx/dt = u + a \text{ u smeru } x \text{ - ose i}$$

$$dx/dt = u - a \text{ za suprotni smer.}$$

Ako se uvede tzv. koeficijent hidrauličkog otpora, kao

$$K = \frac{\lambda|u|u}{4d}$$

i iskoriste izrazi koji definišu karakteristike i totalne diferencijale za pritisak, kao funkciju oblika $p = p(x, t)$, i brzinu $u = u(x, t)$, karakteristične jednačine prelaze u sledeći oblik:

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{a\rho} \frac{dp}{dt} = -2Ku \text{ u smeru } x \text{ - ose}$$

(9)

$$\frac{du}{dt} - \frac{1}{a\rho} \frac{dp}{dt} = -2Ku \text{ u suprotnom smeru.}$$

Rešavanjem ovih jednačina dobijaju se pritisak i brzina strujanja duž karakteristika [1]. Postupak se može pojednostaviti uvođenjem Riemannovih invarijanti [6] o čemu u ovom radu neće biti reči.

Pošto ne postoje pouzdani podaci za koeficijent trenja pri nestacionarnom strujanju u cevovodu sistema za ubrizgavanje, njegova vrednost se najčešće računa prema izrazima koji važe za stacionarna strujanja. Iako to suštinski nije ispravno, može se prihvatiti jer se rezultati proračuna dovoljno dobro slažu sa rezultatima merenja. Ovde neće biti reči o načinu određivanja koeficijenta trenja, jer su ti postupci lako dostupni u literaturi [1,6,7].

Postupak za rešavanje matematičkog modela

Matematički model čini sistem diferencijalnih jednačina od (1 do 9), pri čemu izrazi od (1 do 8) definišu granične uslove pri rešavanju procesa u cevovodu, koji je opisan izrazima (9). Njegovim rešavanjem se dobijaju veličine koje karakterišu proces u funkciji vremena. Ako se

posmatra ustaljeni režim rada sistema, odnosno ako se usvoji da je ugaona brzina bregastog vratila pumpe konstanta, onda se može posmatrati promena karakterističnih veličina procesa u funkciji ugla zaokretanja bregastog vratila uvođenjem smene oblika:

$$\frac{df}{dt} = \omega \frac{dt}{d\varphi}$$

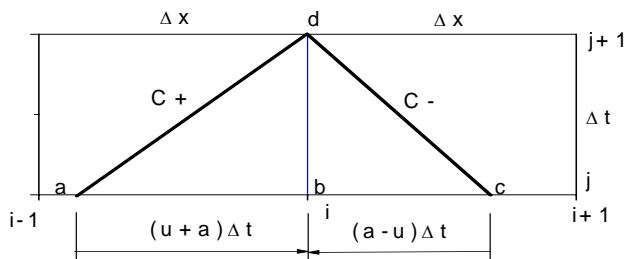
gde su: f - neka od karakterističnih veličina, a ω - ugaona brzina bregastog vratila pumpe.

Posebno se razmatra postupak integracije hiperboličnih parcijalnih diferencijalnih jednačina strujanja tečnosti u cevovodu i diferencijalnih jednačina Cauchyevog oblika koje definišu granične uslove.

Za rešavanje jednačina (9), koje opisuju kretanje tečnosti u cevovodu, korišćena je kombinacija metoda karakteristika i metoda konačnih razlika. Podeli se dužinu cevovoda na konačan broj (n) delova dužine Δx i usvoji se korak integracije duž vremenske ose Δt . Postavi se pravougaona mreža u koordinatnom sistemu $x-t$, gde je x koordinata u pravcu cevovoda usmerena od pumpe prema brizgaljci, a t vreme. Ako se uzme dovoljno mali vremenski interval Δt , može da se usvoji da su u tom periodu brzina prostiranja poremećaja, odnosno brzina zvuka i brzina strujanja tečnosti konstantne, iz čega sledi da su karakteristike prave linije. Tada se sistem (9) može napisati u obliku konačnih razlika (prema sl. 3) na sledeći način:

$$\frac{u_d - u_a}{\Delta t} + \frac{1}{a\rho} \frac{p_d - p_a}{\Delta t} = -2Ku_d$$

$$\frac{u_d - u_c}{\Delta t} + \frac{1}{a\rho} \frac{p_d - p_c}{\Delta t} = -2Ku_d$$



Slika 3. Karakteristike kod podzvučnog strujanja

Iz ovih izraza mogu da se odrede pritisak i brzina fluida u svakoj tački ($i, j+1 \mid i=1, n$) pravougaone mreže na osnovu izračunatih vrednosti u tačkama ($i, j \mid i=1, n$). Vrednosti u tačkama a i c određuju se interpolacijom vrednosti u okolnim čvornim tačkama. Vrednosti pritiska i brzine u krajnjim tačkama cevovoda ($i=1, i=n$) učestvuju u integraciji jednačina graničnih uslova, a određuju se pomoću samo jedne karakteristike ($C-$ na početku i $C+$ na kraju cevovoda). Pri integraciji mora biti zadovoljen uslov konvergencije i stabilnosti Friedrichs - Lewya, koji proizlazi iz jednačina karakteristika:

$$(a + |u|)_{\max} \Delta t < \Delta x$$

Pri integraciji jednačina graničnih uslova od (1 do 8), postavlja se pitanje koji metod izabrati da bi se dobila najveća tačnost uz najmanje ili prihvatljivo vreme rada računara. Uporedni proračuni [4] po metodi Runge-Kutta, interpolacionoj formuli Adams-a, metodi Euler-Cauchya i

Eulerovoj metodi pokazuju da teorijska tačnost metode ne ostvaruje i odgovarajuću tačnost rezultata. Ako je korak integracije h , onda je teorijska tačnost metode reda od h^5 , kod metode Runge-Kutta, do h^2 kod Eulerove metode. Međutim, pokazalo se da za isto mašinsko vreme, najveću tačnost daju metode Eulera i Euler-Cauchya. Objašnjenje je u tome što metode sa većom teorijskom tačnošću zahtevaju neprekidnost izvoda višeg reda, što u slučaju diferencijalnih jednačina kretanja ventila i igle brizgaljke nije ispunjeno. Zato je najpovoljnije koristiti metod Euler-Cauchya sa promenljivim korakom integracije.

Diferencijalne jednačine u opštem obliku glase:

$$dy_m/d\varphi = f_m(\varphi, y_1, \dots, y_n) \quad m = 1, \dots, n$$

gde su: φ - tekući ugao bregastog vratila $\varphi = \omega t$ i n - broj diferencijalnih jednačina.

Prvo približno rešenje je:

$$y_{mj+1(0)} = y_{mj} + \Delta\varphi f_{mj}$$

(j - korak integracije).

Tačnije rešenje se određuje iterativnim postupkom iz sledećeg izraza:

$$y_{m,j+1}^{(k)} = y_{m,j} + \frac{\Delta\varphi}{2} (f_{m,j} + f_{m,j+1}^{(k-1)})$$

gde je k - broj iteracija.

Iterativni postupak se završava kada se ispuni uslov da je

$$|y_{m,j}^{(k)} - y_{m,j}^{(k-1)}|$$

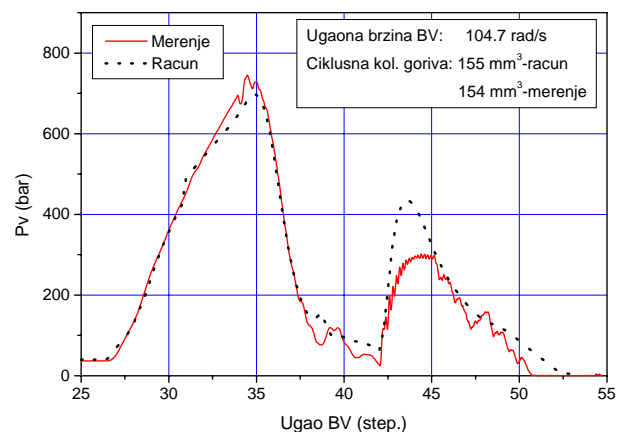
manje od propisane greške.

U slučaju da se posle nekoliko iteracija ne ispuni ovaj uslov, treba prepoloviti korak integracije.

Rezultati proračuna

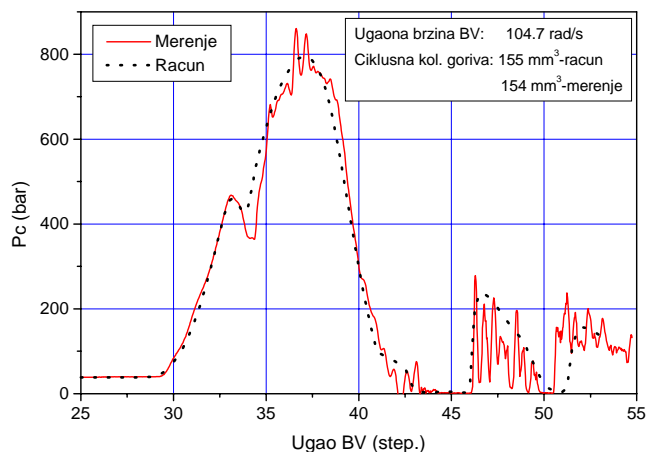
Prikazaće se nekoliko primera proračuna uporedo sa rezultatima merenja kao ilustracija opravdanosti korišćenja matematičkih modela kod sistema za ubrizgavanje goriva. Veličine koje je nemoguće računski odrediti (koeficijenti prigušenja kretanja pokretnih delova, sile trenja, krutosti graničnika i dr.), određene su na osnovu rezultata merenja. Koeficijenti protoka su takođe eksperimentalnog porekla i dobijeni su na posebno projektovanom i izrađenom uređaju.

Eksperimenti su vršeni na sistemu koji se sastoji od: pumpe *Friedmann & Meier* P8 sa elementom prečnika 12, hodom 13 mm i rasteretnim ventilom zapremine rasterećenja 70 mm³; cevi prečnika 2 i dužine 575mm i brizgaljke sa 7 otvora prečnika 0,25mm.

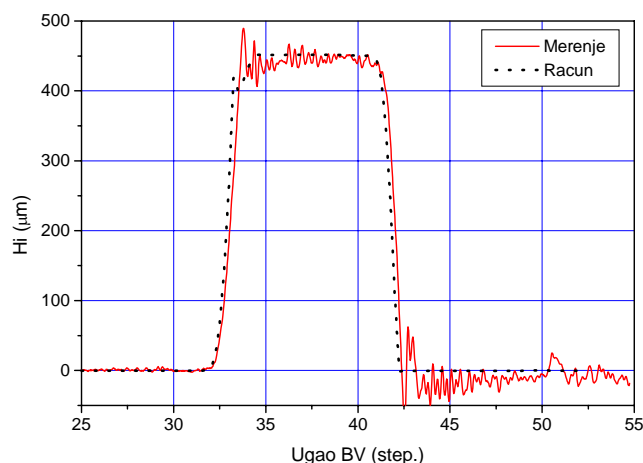


Slika 4. Tok pritiska u komori rasteretnog ventila

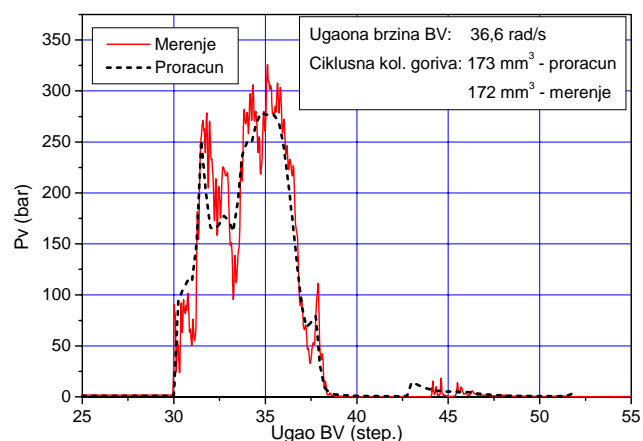
Na slikama 4, 5 i 6 su uporedo prikazani rezultati merenja na probnom stolu i odgovarajući rezultati proračuna pritiska u komori rasteretnog ventila, pritiska na kraju cevi i hoda igle brizgaljke za režim koji odgovara usvojenom nominalnom režimu rada sistema na motoru. Na sl. 7 je prikazan tok pritiska u komori rasteretnog ventila pri maloj brzini obrtanja bregastog vratila. Uočljivo je da razlika između rezultata merenja i proračuna nije velika i da se u delu procesa u kojem se vrši ubrizgavanje, praktično poklapaju.



Slika 5. Tok pritiska na kraju cevi

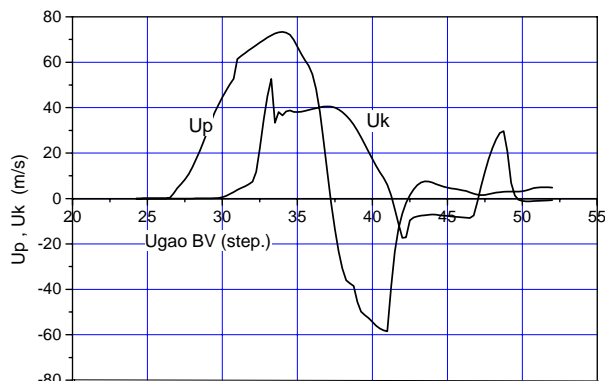


Slika 6. Hod igle brizgaljke

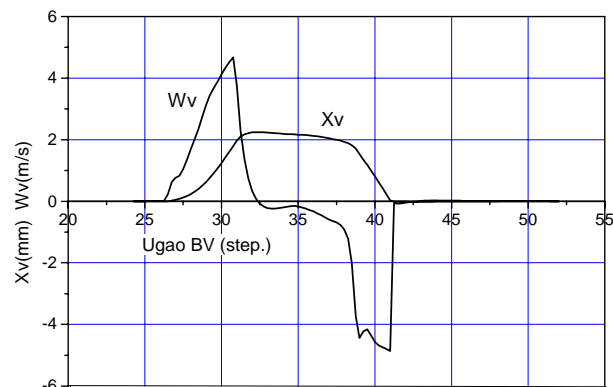


Slika 7. Tok pritiska u komori rasteretnog ventila

Pri eksperimentalnom istraživanju procesa često postoji problem ugradnje davača kojim bi registrovali neku od veličina radnog procesa. Matematički model daje praktično sve karakteristične veličine procesa što je pri projektovanju od izuzetnog značaja. Kao primer su na slikama 8 i 9 prikazane brzine fluida na početku i na kraju cevovoda kao i hod i brzina kretanja rasteretnog ventila.



Slika 8. Brzina strujanja na početku i na kraju cevovoda



Slika 9. Brzina i hod rasteretnog ventila

Zaključak

Navedene su principijelne prednosti matematičkog modeliranja procesa ubrizgavanja u odnosu na eksperimentalno istraživanje. Na osnovu prikazanih rezultata proračuna i merenja proizlaze sledeće konstatacije:

Rezultati proračuna se slažu sa rezultatima merenja, pa sledi da se usvojeni model i postupak za integraciju može primeniti u fazi razvoja motora.

Sve veličine koje ulaze u sastav modela mogu da se odrede ili analitički ili eksperimentalno što model čini primenljivim i u fazi projektovanja i u fazi optimizacije.

Treba naglasiti da je procesorsko vreme računara kod savremenih mikroročunara praktično zanemarljivo u odnosu na vreme potrebno za analizu dobijenih rezultata.

Literatura

- [1] FOMIN, J.A., JU., *Gidrodinamičeskij rasčot toplivnih sistem dizelej s ispolzovanijem ECVM*. Mašinstroenie, Moskva 1973.
- [2] HUBER, E.W., Schaffitz, W. Experimentelle und theoretische Arbeiten zur Berechnung von Eispritzanlagen von Dieselmotoren. Teil II, *MTZ*, 1966, no.4.
- [3] HANJALIĆ, K., *Dinamika stišljivog fluida*. Svjetlost, Sarajevo 1978.
- [4] ASTAHOV, I.V., *Podaca i raspilivanje topliva v dizelah*. Mašinstroenie, Moskva, 1972.

- [5] FOMIN,JA.JU., NIKONOV,G.B., NANOVSKIJ,V.G., *Toplivnaja appartura dizelej*. Mašinstroenie, Moskva, 1978.
- [6] NOTZ,W. Ermittlung des Einspritzverlaufs am schnelllaufenden Dieselmotor. *MTZ*, 1988, no.12.
- [7] BORGNER,M., *Termotehničar*. Priručnik za termotehniku, termoenergetiku i procesnu tehniku, Naučna knjiga, Beograd 1987.

Rad primljen: 27.06.2000.god.