

Niskofrekventna i visokofrekventna nestabilnost procesa sagorevanja u raketnim motorima na čvrste kompozitne pogonske materije

Dr Dušan Ž. Radonjić, dipl.inž.¹⁾

Data je savremena predstava o uzroku pojave niskofrekventne i visokofrekventne nestabilnosti procesa sagorevanja u komori sagorevanja raketnih motora (RM) na čvrste kompozitne pogonske materije. Analiziran je nastanak akustične nestabilnosti koju izazivaju oscilatorni poremećaji pritiska u komori RM. Postavljen je matematički model sa određenim ograničenjima i uprošćenjima. Za komoru cilindričnog oblika zatvorenu sa obe čone površine (bez mlaznika), a za određene početne i granične uslove, je dato rešenje parcijalne diferencijalne jednačine koje omogućava da se odrede frekvencije i oblik zvučnih talasa. Određene su promene amplituda odstupanja nekih veličina od stacionarnog režima i njihov uticaj na temperaturne poremećaje na površini sagorevanja.

Ključne reči: Raketni motor, čvrste kompozitne pogonske materije, nestabilan proces sagorevanja, niskofrekventna nestabilnost, visokofrekventna nestabilnost.

Korišćene oznake i simboli

KPM	– kompozitna pogonska materija,	q	– toplotni fluks,
RM	– raketni motor,	\tilde{q}	– relativna vrednost poremećaja toplotnog fluksa,
A_t	– površina kritičnog preseka,	r_0	– stacionarna brzina sagorevanja KPM,
a	– brzina zvuka, koeficijent temperature pro-vodljivosti,	r	– brzina sagorevanja KPM,
a_i	– koeficijent, konstante,	\tilde{r}	– relativna vrednost poremećaja brzine sagorevanja,
β	– parametar,	R_0	– univerzalna gasna konstanta,
b_i, C_i	– konstante,	R	– gasna konstanta,
C	– specifična toplota,	ρ	– gustina,
L	– dužina komore,	S	– površina,
λ	– koeficijent provođenja toplote,	t	– vreme,
E_s	– energija aktivacije,	θ	– bezdimenziona temperatura,
\dot{m}	– specifična potrošnja,	T_R	– referentna temperatura,
\bar{m}	– srednja specifična potrošnja,	$T_s, T, T_{s0}, T_0, T_\infty$	– temperature,
H	– funkcija,	ϕ	– poremećaj toplotnog fluksa,
$i = \sqrt{-1}$	– imaginarna jedinica,	V	– zapremina,
k_v	– koeficijent u zakonu Arenijusa,	v	– brzina strujanja produkata sagorevanja,
η	– funkcija, porast, tj. prigušenje poremećaja,	δv	– odstupanje brzine od stacionarne vrednosti,
n	– prirodni broj, normala na površinu,	z, r, θ	– cilindrične koordinate,
v	– indeks,	∇	– Hamiltonov operator,
ω	– kružna frekvencija,	Δ	– Laplaceov operator,
ω_i	– kružne frekvencije,	$U_i (i = 1, 2, \dots)$	– sopstvene funkcije,
P_v	– toplota, δP_v - odstupanje od stacionarne vrednosti P_v ,	$J_n(x)$	– Besselova funkcija prve vrste,
p_c	– radni pritisak,	$Y_n(x)$	– Besselova funkcija druge vrste,
P	– pritisak,	$\Gamma(x)$	– gama funkcija – Ojlerov integral druge vrste,
\tilde{p}	– relativna vrednost poremećaja pritiska,	$\varphi = \varphi(x, y, z)$	– funkcija,
δp	– odstupanje od stacionarne vrednosti pritiska,	$\psi = \psi(x, y, z)$	– funkcija,
φ	– poremećaj pritiska, amplituda,	i, k, l, m, n	– prirodni brojevi.
Q_s	– toplota izdvajanja na površini sago-revanja,		

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, Katanićeva 15, 11000 Beograd

Indeksi

- p – za KPM,
 s – površina sagorevanja.
 Za ostale upotrebljene oznake značenje je dato u tekstu.

Uvod

JEDAN od problema primene RM na čvrste kompozitne pogonske materije je nekontrolisana pojava oscilacija pritiska u komori sagorevanja RM. Oscilacije imaju karakterističnu frekvenciju i njihove amplitude mogu da se povećavaju do visokih vrednosti, usled čega može da nastupi mehaničko razaranje RM.

Poznato je [1] da nestabilni radni procesi u komori sagorevanja RM mogu pre svega da nastanu zbog niskofrekventnih i visokofrekventnih nekontrolisanih oscilacija vrednosti pritiska. Za određene uslove koji zavise od režima rada RM, od karakteristika KPM, od geometrijskih veličina komore sagorevanja RM i drugih faktora, može da nastupi nestabilan proces rada RM [2 - 4]. Različiti nestabilni radni režimi u RM nastaju zbog pojave poremećaja koje generišu talasi pritiska. Kao rezultat toga procesa nastaju promene karakteristika strujanja produkata sagorevanja, koji nestacionarno deluju na parametre koji karakterišu strukturu površine sagorevanja [3,5]. Frekvencija i oblik talasa zavise od mehanizma međudejstva unutrašnje konfiguracije komore RM, kao i od konfiguracije i geometrije pogonskog punjenja.

Nestabilan proces rada RM, u većini slučajeva, nastaje usled pojave niskofrekventnih i visokofrekventnih oscilacija pritiska u uzdužnom, poprečnom i tangencijalnom pravcu, a karakteriše ga veliko odstupanje vrednosti pritiska od srednje vrednosti radnog pritiska [6,7].

Oblasti nestabilnosti pri rezonantnom sagorevanju mogu da se podele prema veličini frekvencija na tri dijapazona [4], i to:

- dijapazon niskih frekvencija $f < 100$ Hz, koji odgovara oscilacijama neakustične prirode,
- dijapazon intervalskih frekvencija $100 < f < 1000$ Hz, koji obično odgovara uzdužnim modovima akustičnih oscilacija i
- dijapazon visokih frekvencija $f > 2000$ Hz, koji odgovara modovima sva tri oblika oscilovanja.

Kod drugih autora ne postoji dijapazon intervalskih frekvencija [3,8].

Niskofrekventna nestabilnost

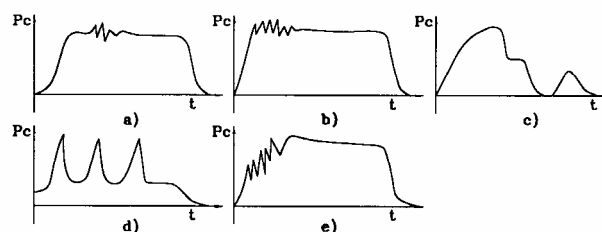
Niskofrekventnu nestabilnost procesa rada u RM, karakterišu, pre svega, oscilacije pritiska u komori sagorevanja sa frekvencijama do 100 Hz. Niskofrekventne oscilacije imaju osobinu da je pritisak u celoj zapremini komore RM u svakom datom trenutku jednak. Oscilatorni proces obuhvata ne samo gasnu fazu u komori sagorevanja, nego i ceo raketni sistem. Te oscilacije nastaju na režimu pritiska u komori RM, manjem od proračunskog i tada ne predstavljaju veću opasnost za mehaničku izdržljivost strukture RM [4].

Uzrok nastanka takvih oscilacija može da bude slučajni poremećaj pritiska, promena potrošnje KPM, oscilacija raketne u letu itd. Niskofrekventne oscilacije nastaju postepeno, povećanjem amplitude malih oscilacija, ako za to postoje povoljni uslovi. Utvrđeno je da RM, čiji je radni proces potpuno stabilan za regularne vrednosti potiska (i pritiska u komori sagorevanja) može da pređe u nestabilan

proces pri smanjenju vrednosti potiska, odnosno pritiska. Kao rezultat oscilacija potrošnje goriva, količina toplotne energije, koja se izdvaja u takvom procesu, takođe će da osciluje. Ako oscilacije količina izdvojene toplote budu u fazi sa oscilacijama pritiska u komori, oscilacije pritiska, nastale zbog tog ili drugog uzroka, održavaće se imajući stabilan karakter, a radni proces u RM postaće nestabilan. Obrnuto, ako oscilacije pritiska i količina izdvojene toplote nisu u fazi sa oscilacijama pritiska u komori, oscilatorni proces se prigušuje i radni proces RM ponovo postaje stabilan. Znači, za postojanje nestabilnog procesa potrebno je da oscilacije vrednosti energije, koja se izdvaja u toku reakcije, bude u fazi sa oscilacijama pritiska u komori, tj. maksimalnoj vrednosti pritiska. Radnom pritisku odgovara maksimalno izdvajanje energije i obrnuto [11].

Niskofrekventna nestabilnost, tj. nestabilnost L^* tipa, nastaje najčešće u manjim raketnim motorima na nižim vrednostima radnog pritiska i karakteriše se oscilacijama pritiska čija je frekvencija manja od frekvencije oscilacija u komori sagorevanja RM. Osnovna karakteristika, koja definiše granicu nestabilnosti toga oblika, je redukovana dužina $L^* = \frac{V_k}{A_t}$, gde su V_k - zapremina komore sagorevanja i A_t - površina kritičnog preseka mlaznika [3,4].

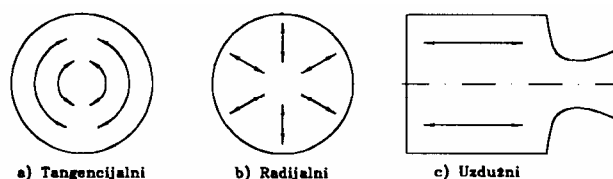
Tipični oblici niskofrekventnih oscilacija pritiska u komori sagorevanja RM su dati na sl.1.



Slika 1. a) Tipična slika razvoja oscilacija; b) nastanak oscilacija pritiska izazvan u procesu pripaljivanja pogonskog punjenja; c) niskofrekventna nestabilnost; d) nestabilno sagorevanje sa vrlo malom frekvencijom; e) niskofrekventne oscilacije u fazi izlaska na stacionaran režim

Visokofrekventna nestabilnost

Raketni motor predstavlja akustični prostor koji se sastoji od pogonskog punjenja različite geometrije, koji se menja u toku radnog procesa RM i dela zapremine ispunjene produktima sagorevanja koji se nalaze u strujnom procesu. Kao posledica uticaja tih faktora sistem može da izađe iz oblasti stabilnosti, gde se poremećaji u gasnoj fazi pojačavaju kao rezultat dinamičkog međudejstva sa procesom sagorevanja, a strujni proces raspolaže potrebnom energijom za održavanje poremećaja, a često i za njegovo pojačavanje. Zbog višestrukih odbijanja talasa od čvrste površine, poremećaji su periodični i odgovaraju modovima sopstvenih oscilacija u komori sagorevanja (sl.2).



Slika 2. Modovi sopstvenih oscilacija u komori sagorevanja RM

Tu dolaze do izražaja akustična svojstva dve elastične sredine: pogonskog punjenja i produkata sagorevanja.

Oscilatorni proces zavisi od uticaja različitih fizičko-hemijskih procesa, koji pospešuju pojačanje odnosno prigušenje poremećaja. Hemijske reakcije se odvijaju u celoj zapremini komore RM, ali glavni deo hemijske energije se transformiše u toplotnu energiju u graničnom sloju vrlo male debljine na površini sagorevanja. Veličina te debljine zavisi od veličine pritiska u komori RM i iznosi $\approx 0,1$ mm [2]. Taj mali granični sloj je najosetljiviji na poremećaje pritiska koji izazivaju promenu temperature na površini sagorevanja, odnosno brzine sagorevanja, istovremeno je najveći pojačivač amplituda akustičnih oscilacija. Vrednosti veličina koje karakterišu proces sagorevanja na površini sagorevanja (npr. energija aktivacije, temperatura i toplota hemijskih reakcija, veličine egzotermnih i endotermnih reakcija) poznate su, u najboljem slučaju, u prvom približenju [2]. Količina dovedene toplote posredstvom kondukcije na površinu sagorevanja zavisi od intenziteta temperaturnog gradijenta u gasnoj fazi. Na površini sagorevanja i blizu nje odvijaju se procesi, koji imaju najviše uticaja na temperaturni gradijent i temperaturno polje na površini sagorevanja i prenos toplote u čvrstoj fazi KPM – od čega uglavnom zavisi brzina sagorevanja. Karakter odvijanja tih procesa zavisi od strukture površine sagorevanja i temperaturnog polja na njoj. Površina sagorevanja predstavlja granicu koja razdvaja čvrstu i gasovitu fazu, tj. prelaznu zonu konačne debljine koju determiniše strujni proces na njoj, a u kojoj se KPM nalazi u prelaznom stanju iz čvrstog u gasovito stanje. Zbog sastava KPM površina sagorevanja ima heterogenu strukturu, na kojoj se odvija fizičko-hemijski proces koji obuhvata endotermno razlaganje veziva (goriva), egzotermno razlaganje oksidatora i egzotermne hemijske reakcije između veziva i oksidatora. Ti procesi zavise od veličine pritiska i temperature koji utiču na promenu toplotnog fluksa iz gasovite u čvrstu fazu.

Rezonantno sagorevanje karakteriše niz specifičnih pojava. U gasnoj zapremini nastaju akustični modovi sa velikim amplitudama oscilacija pritiska, čije vrednosti mogu da budu veće i od srednjih vrednosti radnog pritiska. U opštem slučaju, u bilo kom momentu tokom sagorevanja dolazi do pobude jednog određenog moda oscilovanja sistema ili nekoliko modova istovremeno. Zatim se te oscilacije priguše a po isteku nekog vremenskog intervala regularnog (stabilnog) procesa sagorevanja, ponovo se pojavi nova kombinacija oscilacija, u čijem sastavu mogu da nastanu, ali ne moraju, neke od prethodnih oscilacija. Ti procesi mogu da nastupe nekoliko puta u toku rada raketnog motora. Pojava tih oscilacija može se objasniti polazeći od izvora energije koji je osetljiv, odnosno koji reaguje na određene oscilacije. U komorama sagorevanja RM, gde se odvijaju neravnotežni procesi koje prati intenzivno izdavanje toplote, uvek postoje slučajne oscilacije pritiska sa različitim frekvencijama, čije vrednosti amplituda mogu dostići znatne veličine. Taj oblik nestacionarnosti u komorama sagorevanja RM – zvučni šum obično se povezuje sa hidrodinamičkim uzrocima istog karaktera kao i u običnim turbulentnim strujnim procesima gasa. Stvarna priroda zvučnog šuma i mehanizam njegova nastanka u komorama sagorevanja nisu dovoljno izučeni

[6]. U komorama sagorevanja mogu nastati regularne oscilacije pritiska sa frekvencijom koja je bliska sopstvenoj – akustičnoj frekvenciji oscilacije gasa u komori sagorevanja i sa promenljivom vrednošću amplitude koja, u nekim posebnim slučajevima, može biti stabilisana na nekom nivou.

Taj oblik nestacionarnosti – akustična nestabilnost procesa sagorevanja – povezan je sa poremećajima i pojačanjem zvučnih talasa u komori sagorevanja. Međudejstvo zvučnih talasa sa procesom sagorevanja izaziva oscilacije brzine sagorevanja u odgovarajuće oscilacije brzine izdavanja toplote što u određenim uslovima dovodi do transformacije toplote sagorevanja u mehaničku energiju zvučnih talasa. Akustična nestabilnost procesa sagorevanja može da se posmatra kao autooscilatorni proces, kod kojeg povratna sprega, koja obezbeđuje potrebne uslove za održavanje neprigušenih talasnih kretanja dotok – prenos energije od toplotnog izvora (proces sagorevanja), realizuje se pomoću dejstva zvučnih talasa na sagorevanje. Pri tome, parametre talasnog kretanja (amplitude, oblik oscilovanja i frekvencije) definišu unutrašnje karakteristike samog sistema. Zvučni šum u komorama sagorevanja takođe predstavlja autooscilatorni proces, kod kojeg je izvor energije proces sagorevanja, a povratna sprega se realizuje dejstvom zvučnih talasa na proces sagorevanja. Neprigušene oscilacije koje se pojavljuju imaju stohastički karakter: širok dijapazon frekvencija i slučajne faze. U komorama sagorevanja RM gasna sredina se nalazi u neravnotežnom stanju, raspolaze velikom hemijskom energijom i za određene uslove može da se u obliku toplote predaje zvučnim talasima, izazivajući rast njihovih amplituda u toku procesa.

Na osnovu prethodnog može da se zaključiti: akustična nestabilnost sagorevanja u RM je povezana sa međudejstvom procesa sagorevanja i oscilacija pritiska u komori sagorevanja. Ako je proces sagorevanja izvor energije, on neće reagovati na male poremećaje pritiska slučajnog karaktera, koji uvek postoje u komori sagorevanja zbog nehomogenosti strukture i sastava gasova KPM, fluktuacije brzine sagorevanja itd. Ti poremećaji se tada brzo prigušuju. Ali, ako se pod uticajem akustičnih oscilacija pritiska menja brzina sagorevanja, onda nastaju oscilacije izdavanja toplote što može da dovede do oscilacija pritiska sa određenom frekvencijom i povećanom amplitudom, tj. do akustične nestabilnosti procesa sagorevanja. Akustične oscilacije se generišu dotokom akustične energije sa površine sagorevanja. Zavisno od odnosa dotoka i disipacije akustične energije u toku vremena, moguće je povećanje amplitude oscilacija, tj. održavanje konstantne vrednosti i prigušenje oscilatornog procesa. U nekim slučajevima impuls poremećaja pritiska može da poremeti stabilni proces sagorevanja i izazove rezonantno sagorevanje sa frekvencijama karakterističnim za neke od modova oscilacija u komori sagorevanja. Takav tip nestabilnosti se javlja kod raketnih motora sa velikim odnosom dužine i prečnika RM (obično kada je $\frac{L}{D} > 10$). U tom slučaju,

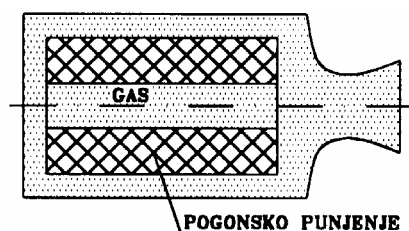
oscilacije odgovaraju uzdužnim akustičnim oscilacijama. Rezultati ispitivanja pokazuju da je za pojavu uzdužnih samoodržavajućih oscilacija potreban veliki impuls pobude, za razliku od akustičnih oscilacija koje nastaju spontano počinjući od veoma malih amplituda. Utvrđeno je da je za formiranje prigušenog oscilatornog procesa potrebna neka kritična vrednost pritiska, ispod koje se amplituda postepeno smanjuje tokom prostiranja oscilacija duž komore sagorevanja. Granični slučaj nestabilnosti procesa

je impulsivno povećanje pritiska i gustine kada proces sagorevanja prelazi u detonaciju. Nekontrolisani prelazak sagorevanja u detonaciju može da nastane usled pojave snažnog udarnog talasa, koji inicira eksplozivni proces pogonskog punjenja u sloju izloženom pritisku. Pojava rezonantnog oscilatornog sagorevanja je u neposrednoj vezi sa promenom brzine sagorevanja nastalom radi promene toplotnog fluksa na površini sagorevanja. Kvizistacionarni proces sagorevanja i strujni proces gasova može biti narušen bilo kakvim poremećajem.

Ako fluktuacije izdvajanja toplote i dovoda mase gasa budu u istoj fazi i imaju dovoljno veliku amplitudu da bi ta zvučna energija bila veća od energije disipacije, tada nastaje pojačanje oscilatornog procesa. U tom slučaju, dinamičku ulogu počinje da ima jedan od modova oscilovanja. Najvažniji zaključak je da oscilatorni proces ima akustičnu prirodu, a komora sagorevanja RM predstavlja oscilatorni akustični sistem. Kod oba oblika oscilatornog rezonantnog sagorevanja visokofrekventna i niskofrekventna pojava nestabilnosti se sastoji u međudejstvu dva objekta - zapremine komore RM i površine sagorevanja pogonskog punjenja. Ako je vreme između poremećaja (ovde promena pritiska) i njegovog rezultata (u datom slučaju promena brzine sagorevanja) jednako periodu oscilovanja poremećaja nastavlja se oscilatorni proces i poprima rezonantni karakter, jer se priraštaj energije realizuje sinhronizovano - u fazi sa oscilacijama pritiska. Može se pouzdano smatrati, da je postojanje intervala vremena između momenta poremećaja u gasu i dejstva poremećaja na brzinu sagorevanja i na količinu oslobođene toplote uzrok koji dovodi do održavanja procesa nestabilnog sagorevanja. Pošto oscilacije pritiska u komori RM imaju akustični karakter, očigledno je da nestabilnost procesa zavisi od geometrijskih veličina, konfiguracije kanala strujnog procesa, a takođe i od karakteristika sredine. Održavanje tog procesa zavisi, u prvom redu, od fizičko-hemijskih karakteristika KPM. U slučaju visokofrekventnih oscilacija vreme rasprostiranja poremećaja u komori je istog reda kao i period oscilovanja pritiska. Zato su, za razliku od niskofrekventne nestabilnosti, parametri u raznim tačkama komore RM (pritisak, temperatura, gustina) u svakom momentu različiti. Takva nehomogenost parametra u zapremini komore zahteva da se uzme u obzir prostorni i vremenski raspored izvora energije. Kada gas blizu zone sagorevanja osciluje zbog poremećaja, tada nastaju oscilacije brzine sagorevanja koje izazivaju pulsiranje brzine gasifikacije čvrste KPM \bar{m} u odnosu na srednju veličinu masenog protoka \bar{m} .

Da bi definisali odziv procesa sagorevanja, potrebno je poznavati njegovu zavisnost od frekvencije, amplitude i tipa oscilacija u strujnom polju, srednjeg radnog pritiska u komori sagorevanja RM i sastava KPM.

Komora raketnog motora (sl.3) sadrži dve materije: čvrsto pogonsko punjenje od KPM i gas složenog sastava, visoke temperature na određenom pritisku.



Slika 3. Sagorevanje čvrste pogonske materije u komori raketnog motora

Za analizu i rešavanje problema akustične nestabilnosti, potrebno je rešiti složeni sistem običnih i parcijalnih diferencijalnih jednačina, koji opisuje fizičko-hemijske procese posmatranog sistema, ne samo u slučaju malih poremećaja, nego i u slučaju oscilacija velikih amplituda. Naročito je potrebno analizirati zonu sagorevanja koja je bliska površini pogonskog punjenja. Tu zonu karakterišu vrlo visoke vrednosti promene temperature i gustine, velike brzine energetskih transformacija i razmene mase, a takođe i složene hemijske reakcije. Debljina te zone je mala u odnosu na dužinu zvučnih talasa ili niskih ultrazvučnih oscilacija koje nastaju u komori RM. Za analizu akustičnih oscilacija može se smatrati da ta zona pripada površini sagorevanja pogonskog punjenja. Tada se ta površina sagorevanja i granične unutrašnje površine komore RM karakterišu akustičnim provodljivostima, čiji realni deo predstavlja pojačanje ili prigušenje akustičnih oscilacija, zavisno od njegovog znaka. Pitanje stabilnosti procesa sagorevanja u RM se svodi na analizu uticaja četiri kompleksne veličine, geometrijskih parametara koji definišu oblik raketnog motora i položaj površine sagorevanja. Te četiri veličine su: konstanta rasprostiranja oscilacija u gasu, dve konstante elastičnosti čvrstog tela, akustična provodljivost površine sagorevanja i akustična provodljivost elemenata RM. Potrebno je u osnovi analizirati ponašanje zapremine RM koja sadrži dve strukture razdvojene graničnom površinom, koja je sposobna da generiše dopunsku energiju u polju akustičnih oscilacija. Hemijske reakcije se odvijaju u čitavoj gasnoj fazi u komori RM i oslobođena hemijska energija može da deluje na akustično polje u RM. Nemoguće je teorijski odrediti stabilnost procesa sagorevanja u komori RM posmatrajući samo stabilnost procesa na površini sagorevanja nezavisno od uticaja ostalih delova RM, kao što su to pokušali neki autori. Ako su brzina zvuka i gustina u čvrstoj fazi velike u upoređenju sa istim veličinama u gasu, može se pretpostaviti da se čvor brzine talasa gasne faze nalazi na površini pogonskog punjenja. U tom slučaju, maksimalna vrednost pritiska se nalazi na površini sagorevanja i stvoreni su optimalni uslovi za nestabilnost procesa. Radi toga je potrebno odrediti mesto čvora brzine zvučnog talasa. Karakteristika svih oblika akustičnih oscilacija je formiranje stojećih zvučnih talasa kod kojih u čvornim tačkama ili površinama pritisak ostaje konstantan, a u isto vreme među njima pritisak osciluje [9-11]. Najveću vrednost amplituda oscilacija pritiska postiže na mestu gde se formira snop maksimalnih amplituda stojećih talasa. Ako je front sagorevanja uzan i slaže se sa površinom gde se nalaze maksimalne amplitude pritiska stojećih talasa, ili se nalazi blizu nje, onda oscilacije neće biti stabilne. Zato ne postoje izvori energije za održavanje oscilatornog procesa. Obrnuto, ako se front plamena nalazi blizu površine (linije, tačke) gde su amplitude stojećih talasa pritiska maksimalne, postoji mogućnost za oscilatorni proces izdvajanja toplote, jer se promenom radnog pritiska P_c i temperature menja vreme kašnjenja i brzina hemijskih reakcija, a sledi i količina oslobođene energije. Na osnovu takvog modela visokofrekventnog oscilatornog procesa, može da se zaključi: što je šira zona sagorevanja, manje se toplote izdvaja u oblasti koncentracije maksimalnih amplituda stojećih talasa pritiska, količina energije koja se troši na održavanje oscilacija biće manja.

U svim slučajevima visokofrekventnih oscilacija (uzdužnih, poprečnih i kombinovanih) vreme kašnjenja ima značajnu ulogu. Zavisnost vremena kašnjenja i brzine reakcije od pritiska dovodi do oscilacija veličine izdvajanja

toplote u toku oscilovanja radnog pritiska P_c .

Za veći broj KPM brzina zvuka u čvrstoj fazi je istog reda veličine kao i brzina zvuka u gasnoj fazi. Frekvencije oscilacija sistema zavise od relativne količine gasa i čvrste faze. Mesto granice razdvaja čvrste i gasovite faze zavisi od relativnih količina čvrste i gasovite faze. U procesu sagorevanja pogonskog punjenja porast (pojačanje) konkretnih modova oscilacija može se očekivati samo u nekim određenim momentima tokom procesa sagorevanja, što znači da se neki karakteristični modovi pojavljuju, nastaju i ponekad se ponovo pojavljuju u toku procesa. Sistem, zavisno od svojih fizičkih i hemijskih karakteristika, može imati oblasti većih nestabilnosti, niz posebnih perioda nestabilnosti, nekoliko tačaka nestabilnosti ili da bude potpuno stabilan. Svojstva akustične sredine zavise od načina smeštaja pogonskog punjenja u komori RM, tj. zavise od konstrukcije RM. Elastična svojstva većine KPM umnogome zavise od temperature. Pošto pogonsko punjenje čini akustičnu sredinu, može se očekivati da temperatura čvrste faze ima bitan značaj u rešenju problema akustičnih oscilacija. Od velikog je interesa i karakter uticaja nekih opterećenja u RM na akustična svojstva KPM. Za analizu karakteristika akustične nestabilnosti rada RM na KPM, potrebno je poznavati akustična svojstva površine sagorevanja koju karakteriše njena akustična provodljivost. Učešće graničnog sloja na površini pogonskog punjenja na pojačanje, odnosno na prigušenje zvučnih talasa, definiše se dejstvom graničnog sloja na veličinu akustičnog pritiska i brzinu. Vrlo mala vrednost realnog dela provodljivosti graničnog sloja na površinu sagorevanja predstavlja samo slabu pobudu karakterističnih frekvencija. U tom slučaju, pošto je granični sloj izvor akustične energije, njegova svojstva su bitna za analizu stabilnosti karakterističnih modova oscilacija. Sve te pojave, koje nastaju pre svega u najosetljivijem tankom sloju površine sagorevanja, zbog promene pritiska i velike temperaturne promene, uzimaju se u obzir kod različitih teorijskih modela oscilatornih procesa RM. Takva kvalitativna slika pojave nestabilnosti procesa sagorevanja najčešće ne može da objasni uzrok pojave oscilatornog procesa. To pokazuje da su priroda i mehanizam nestabilnih akustičnih procesa u komori sagorevanja RM vrlo složeni procesi i da zahtevaju svestranu analizu i rešenja.

Tri faktora znatno utiču na složenost posmatranog problema: stišljivost gasa, strujni proces i promena temperature koja utiče na razmenu mase i toplote. Glavni problem analize dinamike RM je definisanje karakteristika pogonskog punjenja u procesu sagorevanja, a najčešće definisanje njegovih reakcija na poremećaje pritiska. Uspeh rešenja tog problema zavisi od izbora modela za nestacionarno sagorevanje KPM. Neposredno posle impulsivnog dejstva pritiska, zona sagorevanja počinje da se pomera u novi položaj bliže površini sagorevanja. To pomeranje zavisi od karaktera promene temperature na površini sagorevanja, zbog nastale promene pritiska. Maseni protok sa površine sagorevanja u slučaju povećanja pritiska je manji od onog koji bi bio u slučaju postizanja ravnotežnog pritiska, jer temperatura na površini sagorevanja (T_s) ne uspeva da postigne stacionarnu vrednost. Očigledno je, da se temperatura produkata sagorevanja menja sve dok T_s ne bude jednaka novoj vrednosti T_{s0} . To znači da se u tom procesu iz gasne faze odvodi određena količina toplote. Kako se vidi, čvrsta faza je osetljiva na promenu toplotnog fluksa na svojoj granici,

jer njegova reakcija zavisi od promene parametara od kojih zavisi nova vrednost toplotnog fluksa. Nastaju nova pomeranja zone sagorevanja, čija je brzina mala u upoređenju sa brzinom gasa i menja se veličina toplotnog fluksa.

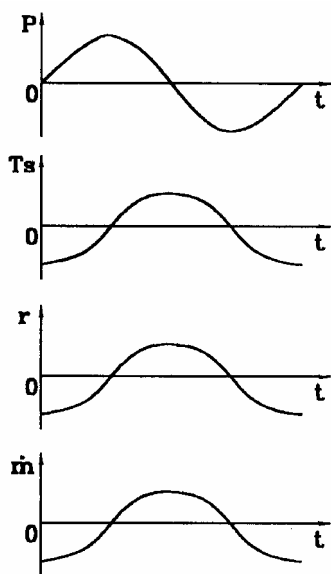
Novo stacionarno stanje čitavog posmatranog sistema nastaje kada toplotni fluks na površini sagorevanja bude jednak stacionarnoj vrednosti, a raspored temperature u čvrstoj fazi odgovara novom stacionarnom stanju. U protivnom, može da nastupi nestabilan proces sagorevanja. Posmatrajmo reakciju gasne faze na periodične poremećaje pritiska. Pošto je karakteristično vreme čvrste faze znatno veće od karakterističnog vremena procesa u gasnoj fazi i hemijskih reakcija, parametri gasa brže slede novonastalo stanje u poređenju sa promenom parametara u čvrstoj fazi. Ako je period oscilacija pritiska veliki u poređenju sa vremenskim konstantama u gasnoj fazi, vreme kašnjenja u gasnoj fazi može da se zanemari. Za veoma male vrednosti frekvencija nastaje kontinualan stabilan proces u čvrstoj i gasovitoj fazi. Za relativno visoke vrednosti frekvencija, vreme kašnjenja u čvrstoj fazi ima značajnu ulogu, a uslovi u gasnoj fazi se menjaju skoro trenutno. U tom slučaju, mogu nastati oscilacije protoka mase sa površine sagorevanja što je uzrok nestabilnosti, ako se frekvencije tih oscilacija slažu sa frekvencijama sopstvenih oscilacija sistema. Za više vrednosti frekvencija oscilacija, vremena kašnjenja u gasnoj fazi mogu da imaju značajnu ulogu, a oscilacije toplotnog fluksa su toliko brze da ne utiču na raspored temperature u čvrstoj fazi. Za dovoljno brze prelazne režime u RM, kasne procesi koji zavise od inercije zapremine komore sagorevanja, sloja pogonskog punjenja koji sagoreva i relaksacije pritiska u komori. Zato bi, za analizu dinamičkih karakteristika, trebalo analizirati povratnu spregu između pritiska i parametara pripremnog (zagrejanog) sloja pogonskog punjenja. Na taj način dinamičke karakteristike komore RM u znatnoj meri zavise od dinamičkih karakteristika čvrstog sloja pogonskog punjenja koji je u pripreмноj fazi za proces sagorevanja.

Opšta tendencija akustične (visokofrekventne) nestabilnosti je praćena sniženjem početne temperature pogonskog punjenja. Fizičku predstavu o uticaju reakcija na površini sagorevanja na dinamičke karakteristike sagorevanja KPM se sastoji u sledećem: može se smatrati za egzotermni procesi u toku sagorevanja KPM nastaju u dve međusobno vezane zone. Jedna zona se nalazi u gasnoj fazi na konačnom odstojanju od površine sagorevanja pogonskog punjenja, gde se odvija proces difuzije oksidatora i goriva u gasovitom stanju i sagorevanje čestica materije koje su napustile površinu sagorevanja. Druga zona reakcija se nalazi na površini sagorevanja i ispod nje. Glavno izdvajanje toplote u toj zoni diktiraju egzotermni procesi u procesu razlaganja i hemijskih reakcija između početnih produkata razlaganja oksidatora u čvrstom stanju i bliskog površinskog sloja goriva – veziva. Egzotermni procesi na površini sagorevanja pogonskog punjenja i unutar njega su važni elementi za analizu prelaznih režima u procesu sagorevanja. Teorijska analiza uticaja reakcija na površini sagorevanja na dinamičke karakteristike pogonskog punjenja koje sagoreva predstavlja vrlo složen zadatak koji, praktično, nije rešen do danas [3]. Ravnotežno odvijanje procesa se narušava pod dejstvom talasa pritiska, usled čega dolazi do promena lokalne brzine izdvajanja toplote i formiranja produkata sagorevanja. Frekvencija i oblik talasa pritiska zavise od mehanizma međudejstva i unutrašnje geometrije komore RM. Promena temperature T_s , brzine sagorevanja i masene potrošnje prikazana na je

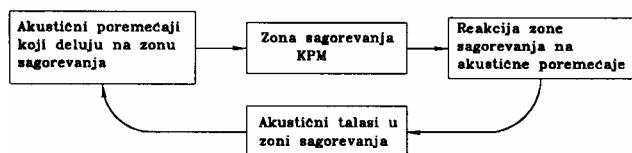
sl.4. Mehanizam međudejstva između zone sagorevanja i akustičnih talasa je prikazan na sl.5.

Kada se fluktuacije izdvajanja toplote i gasova nalaze u odgovarajućoj fazi i imaju odgovarajuću amplitudu koja omogućava da prevaziđe gubitke (disipaciju) energije, nastaje pojačanje intenziteta talasa. Taj proces pojačanja se nastavlja sve dok ne nastupe uslovi za novi bilans energije.

Formiranje novih uslova zavisi od vrednosti konkretnih fizičkih parametara u vrlo širokom dijapazonu promena intenziteta talasa. Oscilatorni režimi nestabilnog sagorevanja se znatno razlikuju od uslova stabilnog rada raketnog motora kada se svi radni parametri menjaju relativno sporo i kontinualno u procesu sagorevanja pogonskog punjenja i samo kao posledica promene njegove geometrije, tj. promene površine sagorevanja.



Slika 4. Promena pritiska, temperature brzine sagorevanja i masenog protoka tokom vremena



Slika 5. Mehanizam međudejstva između zone sagorevanja i akustičnih talasa

Postavka matematičkog modela

Poznati matematički modeli za nestabilne procese u RM ne daju kompletnu analizu realnih procesa.

Parcijalna diferencijalna jednačina, koja opisuje talasno kretanje, važi za idealnu cilindričnu zapreminu napunjenu homogenom gasnom smešom sa malom brzinom kretanja i malom amplitudom oscilacije gasa. Jednačina ne uzima u obzir promenljivost zapremine komore raketnog motora u toku procesa rada zbog sagorevanja pogonskog punjenja, promenljivost sastava produkata sagorevanja niti mogućnost oscilacija zidova komore raketnog motora, pogonskog punjenja, neravnomernosti procesa u zoni sagorevanja pogonskih punjenja itd.

Rešenje date parcijalne diferencijalne jednačine ne može dati u potpunosti objašnjenje uzroka pojava i održavanja oscilatornog procesa u komori RM. Najvažnije pitanje, koje

treba rešiti u vezi akustične nestabilnosti radnog procesa u RM, jeste da se definiše mehanizam pobude ili prigušenja oscilacija i da se definišu granice stabilnosti rada. Granica stabilnosti radnog procesa u komori sagorevanja RM predstavlja skup vrednosti režimskih parametara koji razdvajaju stabilnu od nestabilne oblasti. Uzrok nestabilnosti radnog procesa u RM, u opštem slučaju, treba tražiti u međudejstvu parametara gasa u komori sagorevanja i površine sagorevanja pogonskog punjenja.

Znači, rešenje problema visokofrekventne nestabilnosti se svodi na rešenje parcijalnih diferencijalnih jednačina koje opisuju kretanje zvučnih talasa, uzimajući u obzir akustične karakteristike zapremine komore sagorevanja i odgovarajuće početne i granične uslove. Za teorijsku analizu složene pojave visokofrekventne nestabilnosti radnog procesa u RM, potrebno je komoru RM posmatrati kao akustični rezonator, koji sadrži skup potencijalnih rezonantnih frekvencija, koje se mogu pobuditi ako se za to stvore odgovarajući uslovi. Da li će bilo koji poremećaj pobuditi jedan ili više karakterističnih oscilatornih modova komore sagorevanja, RM kao rezonatora, zavisi od korelacije dotoka akustične energije i njene disipacije. Površina sagorevanja predstavlja izvor akustične energije, a svi ostali elementi su njeni potrošači. Od interesa je poznavanje akustičnih karakteristika zone sagorevanja koja se kvantitativno može opisati specifičnom akustičnom provodljivošću površine sagorevanja ili prenosnom funkcijom KPM.

Karakteristike KPM se definišu sa tačke gledišta zvuka sa dva modula elastičnosti, čiji su realni delovi povezani sa brzinama rasprostiranja poremećaja na račun klizanja i širenja, a imaginarni delovi izražavaju gubitke energije izazvane tim poremećajima. Što se tiče zone sagorevanja, njena debljina je znatno manja od talasnih dužina akustičnih oscilacija (koje mogu biti veće od 1 cm) i zato se može smatrati da ona pripada površini sagorevanja. To omogućava da površinu sagorevanja i druge granične površine komore sagorevanja karakterišu njihove akustične provodljivosti, čiji realni deo opisuje pojačanje ili prigušenje zvučnih oscilacija. Teorijska analiza visokofrekventne nestabilnosti iziskuje rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina, koje opisuju dati proces uzimajući u obzir navedene efekte, fizičke i hemijske procese. Ti se procesi odvijaju u zapremini – – prostoru koji sadrži čvrstu i gasovitu sredinu, razdvojene složenom granicom, koja može da prenosi dopunsku energiju u polje akustičnih oscilacija. Pri tome je osnovni problem izbor oblika procesa na koje treba obratiti naročitu pažnju. Izbor ograničenja i uprošćenja potrebno je napraviti pri matematičkom opisivanju procesa, s tim da bi ona bila dovoljno realna, omogućavala jasnu interpretaciju i matematičku analizu.

Analiza problema stabilnosti neposredno počinje nakon definisanja frekvencija svakog oscilatornog moda kao funkcije promene geometrijskih veličina u procesu sagorevanja. Pre svega, potrebno je izbalansirati talasnu energiju na površini sagorevanja sa svim gubicima energije.

Elastična svojstva čvrste faze zavise od načina kontakta pogonskog punjenja sa zidovima komore sagorevanja. Pri tom kontaktu površina pogonskog punjenja se može pomerati u osnom, radijalnom i tangencijalnom pravcu, uključujući i čeoone površine pogonskog punjenja. Zazor između pogonskog punjenja i zida komore od nekoliko desetih delova milimetra može u potpunosti izmeniti date granične uslove [3].

U opštem slučaju, akustične oscilacije ne mogu postojati

neprekidno u toku čitavog procesa sagorevanja.

Kako se vidi, pojava akustične nestabilnosti u RM je veoma složen proces koji određuju fizička i hemijska svojstva čitavog sistema. Problem akustične nestabilnosti u komori RM sastoji se od dva ključna pitanja, i to: ponašanja gasa u zapremini komore sagorevanja i međudejstva strujnog procesa na granici razdvajanja od pogonskog punjenja. Granična površina čvrste i gasovite faze sadrži tri elementa: inertnu koja ograničava čvrstu površinu, površinu sagorevanja i izlazni sistem. Svaka od tih granica predstavlja problem sam za sebe i zahteva posebno istraživanje njihova uticaja. Radi uprošćenja rešenja, izlaz – mlaznik se uzima u obzir kao granični uslov za strujanje gasa iz komore sagorevanja.

U nekim slučajevima, da bi se izbeglo usložnjavanje rešenja problema akustičnih oscilacija, može se ograničiti na detaljnu analizu samo poprečnih oscilacija, tj. čisto tangencijalnih i radijalnih oscilacija. Te oscilacije nisu osetljive na osne granične uslove, zato konfuzor i mlaznik nemaju važnu ulogu pa njihov uticaj zanemarujemo u analizi. Za analizu uzdužnih oscilacija uticaj zadnjeg dela komore sa mlaznikom ne može da se zanemari. Analogno, neće se uzimati u obzir uticaj mlaznika i uticaj gubitaka koji su u vezi sa njim. Uticaj ove pretpostavke na analizu frekvencije posmatranih akustičnih oscilacija je veoma znatan [4,7]. Mada strujna polja gasova u RM u opštem slučaju imaju složen karakter, očekuje se da je uticaj strujanja na stvaranje poremećaja u sistemu karakterističnih oscilacija gasa mali, sa izuzetkom slučaja graničnih uslova, takvih, kao strujanje i zvučno strujanje u okolini mlaznika, o čemu će kasnije biti reči.

Pored navedenih pretpostavki i ograničenja, pretpostavlja se sledeće [2-4,6,12]:

- za produkte sagorevanja u komori RM važi zakon za idealne gasove, gde se zanemaruju: sile viskoznosti, prenos toplote kroz zidove komore i hemijske reakcije;
- gas je jednokomponentan (osrednjeno stanje) sa konstantnom toplotnom provodljivošću i
- kondenzovane čestice imaju jednake dimenzije.

Prirodno je da sile viskoznosti i prenos toplote kroz zidove komore mogu imati veliki uticaj. Ako bi se njihov uticaj uzeo u obzir, to bi umnogome komplikovalo sistem diferencijalnih jednačina, njihovo rešenje i analizu procesa sagorevanja u komori RM i zbog toga se on zanemaruje.

U opštem slučaju diferencijalne jednačine, koje opisuju proces u komori, glase:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \text{ - jednačina kontinuiteta,} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} p \text{ - jednačina količine kretanja i} \quad (2)$$

$$p = \rho RT \text{ - jednačina stanja.} \quad (3)$$

Uzimajući u obzir postojanje toplotnih izvora u komori sagorevanja (proces sagorevanja) i koristeći jednačinu kontinuiteta (1), jednačina energije glasi:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \text{grad} p + \rho a^2 \text{div} \mathbf{v} = (n-1)P_v, \quad (4)$$

gde su $P_v = \rho q$, a $q = \frac{dQ}{dt}$ - količina toplote koja se izdvađa kao rezultat hemijskih reakcija po jedinici mase gasa u jedinici vremena; P_v - izdvađanje toplote koja se

odnosi na jedinicu zapremine gasa u jedinici vremena i n - eksponent izentrope.

Pretpostavlja se da je $P_v = P_v(x, y, z, t)$ određena funkcija u prostoru strujnog procesa u komori RM i $a = \sqrt{nRT}$ - brzina zvuka u gasnoj zoni.

Za dobijanje diferencijalnih jednačina, koje opisuju talasno kretanje za male vrednosti poremećaja, izazvanih talasima, mogu se režimske veličine predstaviti u obliku:

$$\begin{aligned} P &= p_0 + \delta p, \\ \mathbf{v} &= \mathbf{v}_0 + \delta \mathbf{v}, \\ \rho &= \rho_0 + \delta \rho, \\ P_v &= P_{v_0} + \delta P_v \text{ itd.} \end{aligned} \quad (5)$$

gde su: $\delta p, \delta \mathbf{v}, \delta P_v, \delta \rho$ dati poremećaji.

Posle linearizacije i zanemarujući proizvode malih veličina kao veličine drugog reda, jednačine (2 i 4), koje opisuju poremećaje strujnog procesa, glase:

$$\frac{d\delta \mathbf{v}}{dt} + \text{grad}(\mathbf{v}, \delta \mathbf{v}) = -\frac{1}{\rho} \text{grad} \delta p \quad (6)$$

i

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta p}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \text{grad} \delta p + \delta \mathbf{v} \text{grad} p_0 + \rho_0 a^2 \text{div} \mathbf{v} + \\ n \delta p \text{div} \mathbf{v} = (n-1) \delta P_v. \end{aligned} \quad (7)$$

Ako se leva i desna strana jednačine (7) diferencira po vremenu, ako se primeni operator "div" na levu i desnu stranu jednačine (6) i ako je (Mahov broj) $M_0^2 \ll 1$ - posle transformacija se dobija jednačina koja opisuje talasni proces u pokretnoj i nehomogenoj sredini sa unutrašnjim toplotnim izvorima. U opštem slučaju oni glase:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} - a^2 \Delta \delta p = (n-1) \frac{\partial \delta P_v}{\partial t} + \rho_0 a^2 \Delta(\mathbf{v}_0, \delta \mathbf{v}) - \\ - \mathbf{v}_0 \text{grad} \left(\frac{\partial \delta p}{\partial t} \right) - n \frac{\partial \delta p}{\partial t} \text{div} \mathbf{v}_0 - \end{aligned} \quad (8)$$

$$- a^2 \left[\text{grad}(\ln \rho_0) \text{grad} \delta p + \text{div} \left(\frac{\delta \rho}{\rho_0} \text{grad} p_0 \right) \right],$$

gde je Δ - Laplaceov operator.

U (8) leva strana definiše klasični zadatak akustike, koja odgovara prostiranju talasa u homogenom nepokretnom prostoru. Prvi član na desnoj strani karakteriše uticaj na talasni proces toplote koja se izdvađa u procesu sagorevanja, koji mogu pojačavati amplitude zvučnih talasa; sledeća tri člana karakterišu efekte vezane sa osrednjenim kretanjem gasa i međudejstvo talasa sa pokretnom sredinom. Poslednji član uzima uticaj nehomogenosti koje nastaju u gasnoj zoni.

Rešenje parcijalne diferencijalne jednačine (8) se može dobiti primenom neke od numeričkih metoda.

Sopstvene akustične oscilacije gasa u komori sagorevanja RM

Za analizu akustične nestabilnosti procesa sagorevanja bitan značaj imaju frekvencija i oblik zvučnih talasa, koji se mogu prostirati u komori sagorevanja kada nema spoljnih izvora.

Uzimajući u obzir učinjene pretpostavke i uprošćenja, parcijalna diferencijalna jednačina (8) se svodi na:

$$\frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} = a^2 \Delta \delta p, \text{ tj. na} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial z^2} \right).$$

Rešenje (9) daje mogućnost da se za zadate početne i granične uslove odrede frekvencije i oblici zvučnih talasa. Za komoru cilindričnog oblika, zatvorenu sa obe čone površine, koja se ne deformiše, za date početne uslove i granične uslove na bočnim i čeonim površinama se svodi na rešenje parcijalne diferencijalne jednačine:

$$\frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial z^2} \right)$$

čije rešenje zadovoljava početne uslove:

$$\text{za } t = 0 : \delta p|_{t=0} = \varphi(x, y, z) \text{ i } \left. \frac{d\delta p}{dt} \right|_{t=0} = \Psi(x, y, z) \quad (10)$$

i granični uslov:

$$\left. \frac{d\delta p}{dn} \right|_S = 0 \quad (11)$$

gde su: S – površina, a n – normala na graničnu površinu S , koja ograničava zapreminu V koju ispunjava gas.

Fizički smisao graničnog uslova (11) sastoji se u tome da je normalna komponenta brzine gasa \mathbf{v} u posmatranoj oblasti V jednaka nuli na površini S .

Primenom Fourierove metode razdvajanja promenljivih može da se odredi partikularni integral date parcijalne diferencijalne jednačine, koja zadovoljava date početne i granične uslove. Tada je:

$$\delta p = U(x, y, z)T(t) \quad (12)$$

Koristeći (9 i 12) dobija se:

$$\frac{T''}{T} = \frac{a^2}{U} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (13)$$

Kako se vidi iz (13) leva strana zavisi samo od vremena, a desna strana je funkcija samo od koordinata. Sledi, da su leva i desna strana jednačine (13) jednake istoj konstanti - ω^2 . Na taj način, jednačina (13) se razdvaja na običnu diferencijalnu jednačinu i parcijalnu diferencijalnu jednačinu, tj.:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \quad (14)$$

i

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{a^2} U = 0 \quad (15)$$

Iz graničnog uslova (11) za funkciju δp se dobija:

$$\left. \frac{dU}{dn} \right|_S = 0 \quad (16)$$

Iz teorije diferencijalnih jednačina matematičke fizike [13, 14] je poznato da parcijalna diferencijalna jednačina (15) za granični uslov (16) i dopunski uslov

$$\iiint_V U dx dy dz = 0 \quad (17)$$

ima rešenja ne za svaku vrednost ω , nego samo za određene vrednosti: $\omega_1, \omega_2, \dots$ koje se nazivaju sopstvenim vrednostima te diferencijalne jednačine (15). Rešenja: U_1, U_2, \dots odgovarajuća tim vrednostima nazivaju se sopstvenim funkcijama problema. One formiraju potpuni sistem normiranih ortogonalnih funkcija, tj. funkcija koje zadovoljavaju uslove:

$$\iiint_V U_i U_j dx dy dz = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases} \quad (18)$$

Svaka funkcija $f(x, y, z)$ koja zadovoljava uslov da njena srednja vrednost teži nuli, razlaže se u ravnomerno konvergentan red po sopstvenim funkcijama problema.

Jednačina (14) ima dva linearno nezavisna rešenja:

$$T_1 = \cos \omega t, \quad T_2 = \sin \omega t$$

pa je $T = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ tj.

$$T(t) = C \sin(\omega t + \varepsilon_1) \quad (19)$$

Specijalno, ako je $\omega = 0$

$$T(t) = C_0 + C_1 t \quad (20)$$

Za poznate sopstvene vrednosti ω_i i poznate sopstvene funkcije U_i problema (15, 16), opšte rešenje talasne jednačine može da se traži u obliku funkcionalnog reda:

$$\delta p = \delta p(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i U_i(x, y, z) \cos \omega t + \sum_{i=1}^{\infty} b_i U_i(x, y, z) \sin \omega t + C_0 + C_1 t \quad (21)$$

Da bi rešenje (21) zadovoljavalo početne uslove (10), potrebno je da se odrede konstante: a_i, b_i, C_0 i C_1 iz uslova:

$$\left. \begin{aligned} U|_{t=0} &= \sum_{i=1}^{\infty} a_i U_i(x, y, z) + C_0 \\ \left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_{t=0} &= \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i b_i U_i(x, y, z) + C_1 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

odakle je:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{\infty} a_i U_i(x, y, z) &= \varphi(x, y, z) - C_0 \\ \sum_{i=1}^{\infty} b_i \omega_i U_i(x, y, z) &= \psi(x, y, z) - C_1 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Polazeći od ortogonalnosti funkcija $U_i(x, y, z)$ i uslova da su njihove srednje vrednosti jednake nuli, množeći obe strane jednačina (23) sa sopstvenim funkcijama U_i i integracijom po posmatranoj oblasti V , dobija se:

$$C_0 = \frac{1}{V} \iiint_V \varphi(x, y, z) dx dy dz \quad (24)$$

$$C_1 = \frac{1}{V} \iiint_V \psi(x, y, z) dx dy dz$$

i

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \iiint_V \varphi(x, y, z) U_i(x, y, z) dx dy dz \\ b_i &= \frac{1}{\omega_i} \iiint_V \psi(x, y, z) U_i(x, y, z) dx dy dz \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Na taj način, koeficijenti: a_i, b_i, C_0 i C_1 potpuno su određeni pomoću početnih uslova (10). Svaki član reda (21) predstavlja harmonijsku oscilaciju sa kružnom frekvencijom ω_1 , pri čemu je skup frekvencija diskretan i svaka frekvencija zavisi samo od oblika oblasti i brzine zvuka, a kroz gas u oblasti V .

Frekvencije oscilacija pritiska gasa u cilindričnoj zapremini

Sve moguće frekvencije oscilacija pritiska gasa u cilindričnoj zapremini sa nepokretnim i nedefiniranim zidovima mogu se dobiti, posmatrajući skup partikularnih rešenja talasne jednačine koja zadovoljavaju uslov jednakosti nuli normalne komponente brzine gasa na graničnoj površini S posmatrane cilindrične oblasti V . Problem se svodi na traženje partikularnih rešenja jednačine (15) koja zadovoljavaju granični uslov (16).

Ako se u (15) pređe na cilindrične koordinate, dobija se

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\omega^2}{a^2} = 0 \quad (26)$$

Partikularna rešenja parcijalne diferencijalne jednačine (26), koja zadovoljavaju granične uslove (16), mogu da se odrede primenom metode koja razdvaja promenljive, tj. u obliku:

$$U(z, r, \theta) = R(r)Z(z)\Theta(\theta) \quad (27)$$

Na osnovu (26 i 27) se dobija:

$$\frac{1}{R(r)} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} + \frac{1}{r^2 \theta_{(\theta)}} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \frac{\omega^2}{a^2} = 0 \quad (28)$$

Iz (28) sledi da je:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Theta''}{\Theta} &= -v^2; \quad \frac{Z''}{Z} = -b^2 \\ R'' + \frac{1}{r} R' + \left(\frac{\omega^2}{a^2} - b^2 - \frac{v^2}{r^2} \right) R &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

tj. dobija se sistem od tri obične nezavisne diferencijalne jednačine:

$$\left. \begin{aligned} \Theta'' + v^2 \Theta &= 0; \quad Z'' + b^2 Z = 0 \\ r^2 R'' + r R' + \left[\left(\frac{\omega^2}{a^2} - b^2 \right) r^2 - v^2 \right] R &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Ako se izvrše smene:

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{a^2} - b^2 \quad \text{i} \quad \beta r = x \quad (31)$$

poslednja od jednačina (30) se transformiše u

$$x^2 \frac{d^2 R}{dx^2} + x \frac{dR}{dx} + (x^2 - v^2) R = 0 \quad (32)$$

Dobijena je Besselova diferencijalna jednačina, gde je v - indeks jednačine.

Rešenje parcijalne diferencijalne jednačine (26) se svodi na rešenja običnih diferencijalnih jednačina, pomenute (32) i jednačine (33 i 34):

$$\Theta'' + v^2 \Theta = 0 \quad (33)$$

$$Z'' + b^2 Z = 0 \quad (34)$$

Ta rešenja zadovoljavaju date granične uslove:

$$\left(\frac{\partial \delta p}{\partial r} \right)_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial \delta p}{\partial z} = 0 \quad \text{za} \quad Z = 0 \quad \text{i} \quad Z = \ell$$

Ako v - nije ceo broj, onda se rešenje diferencijalne jednačine (32) može izraziti pomoću Besselovih funkcija prve vrste:

$$J_\nu(x) \quad \text{i} \quad J_{-\nu}(x) \quad (35)$$

tj.

$$R(x) = C_5 J_\nu(x) + C_6 J_{-\nu}(x)$$

gde su C_5 i C_6 - proizvoljne konstante,

$$\left. \begin{aligned} J_\nu(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+\nu}}{k! \Gamma(\nu+k+1)} \quad \text{i} \\ J_{-\nu}(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k-\nu}}{k! \Gamma(-\nu+k+1)} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Funkcije $J_\nu(x)$ i $J_{-\nu}(x)$ su linearno nezavisne.

Da bi se našlo opšte rešenje jednačine (32) kada je v ceo broj, potrebno je naći drugi partikularni integral linearno nezavisan od $J_\nu(x)$. Tada je funkcija:

$$Y_\nu(x) = \frac{J_\nu(x) \cos v\pi - J_{-\nu}(x)}{\sin v\pi}$$

rešenje jednačine (32) što se lako proverava.

Sledi da se opšte rešenje jednačine (32) može predstaviti u obliku:

$$R(x) = C_5 J_\nu(x) + C_6 Y_\nu(x) \quad (37)$$

Za cele pozitivne vrednosti $v = n$ je:

$$\left. \begin{aligned} Y_\nu(x) = Y_n(x) &= \frac{2}{\pi} J_n(x) \ln \frac{x}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{-n+2k} - \\ &- \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{n-2k}}{k!(k+n)!} \left[\frac{\Gamma'(k+1)}{\Gamma(k+1)} + \frac{\Gamma'(k+n+1)}{\Gamma(k+n+1)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

a za $n = 0$ je:

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi} J_0(x) \ell n \frac{x}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2} \cdot \frac{\Gamma'(k+1)}{\Gamma(k+1)} \quad (39)$$

Kako je $Y_n(x)$ za $x=0$ neodređena funkcija, sledi da je konstanta $C_6 = 0$, jer je rešenje diferencijalne jednačine (32) ograničeno.

Iz graničnih uslova se dobija:

$$J'_n(x) = J'_n(\beta r_0) = 0, \quad C_3 = 0 \quad \text{i} \quad bL = k\pi \quad (40)$$

Rešenje diferencijalnih jednačina (32, 33 i 34) glasi:

$$R(r) = C_5 J_n(\beta r) \quad (41)$$

gde je:

$$J_n(\beta r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\beta r}{2}\right)^{n+2k}}{k! \Gamma(n+k+1)}$$

$$\Theta(\theta) = C_1 \sin n\theta + C_2 \cos n\theta = D \sin(n\theta + \varepsilon_2) \quad \text{i} \quad (42)$$

$$Z(z) = C_4 \cos bz, \quad \text{odnosno} \quad Z(z) = C_4 \cos \frac{k\pi}{L} Z \quad (43)$$

Iz graničnog uslova:

$$J'_n(\beta r_0) = 0$$

sledi

$$J'_n(\beta r) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(2k+n)\beta \left(\frac{\beta r}{2}\right)^{2k+n-1}}{2k! \Gamma(n+k+1)}$$

odnosno,

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(2k+n)\beta \left(\frac{\beta r_0}{2}\right)^{2k+n-1}}{2k! \Gamma(n+k+1)} = 0 \quad (44)$$

ili

$$\begin{aligned} & \frac{n}{2\Gamma(n+1)} \beta \left(\frac{\beta r_0}{2}\right)^{n-1} - \frac{(2+n)\beta}{2\Gamma(n+2)} \left(\frac{\beta r_0}{2}\right)^{n+1} + \\ & + \frac{(4+n)\beta}{2 \cdot 2 \cdot \Gamma(n+3)} \left(\frac{\beta r_0}{2}\right)^{n+3} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

Jednačina (45) ima beskonačno mnogo rešenja po $\lambda = \beta r_0$, odnosno beskonačno mnogo vrednosti ω_i .

Neka je $\lambda_{sn}(s=1,2,\dots)$ s -ti koren jednačine (45) po $\lambda = \beta r_0$ i neka su B_{snk} , C_{snk} proizvoljne konstante, ω_{snk} - kružne frekvencije i β_{snk} i γ_{snk} - proizvoljne faze, tada na osnovu jednačine (21) rešenje parcijalne diferencijalne jednačine (9), koje zadovoljava početne i granične uslove (10 i 11) u cilindričnim koordinatama (r, θ, z) , glasi:

$$\delta p = \delta p(c, y, z, t) = \delta p(r, z, \theta, t) = R(r)\Theta(\theta)T(t)$$

odnosno,

$$\begin{aligned} \delta p(r, z, \theta, t) = & \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} J_n \left(\frac{\lambda_{sn}}{r_0} r \right) \cos \frac{k\pi}{L} Z \\ & \cdot [B_{snk} \cos(n\theta + \omega_{snk} t + \beta_{snk}) + \\ & + C_{snk} \cos(n\theta - \omega_{snk} t + \gamma_{snk})] \end{aligned} \quad (46)$$

Iz jednačine (46) se dobijaju:

- za $n=0$, $s=0$ i $k \neq 0$ - uzdužne oscilacije,
- za $n=0$, $s \neq 0$ i $k=0$ - tangencijalne oscilacije i
- za $n \neq 0$, $s=0$ i $k=0$ - radijalne oscilacije.

Iz:

$$\beta r_0 = \lambda_{sn} \quad \text{i} \quad \beta^2 = \frac{\omega^2}{a^2} - b^2 = \frac{\omega^2}{a^2} - \left(\frac{k\pi}{L}\right)^2$$

se dobijaju vrednosti za sopstvene kružne frekvencije oscilacija produkata sagorevanja u komori RM:

$$\omega_i = a \sqrt{\left(\frac{\lambda_{sn}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{k\pi}{L}\right)^2} \quad (47)$$

Vrednosti sopstvenih frekvencija iznose:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{a}{2r_0} \sqrt{\left(\frac{\lambda_{sn}}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{kr_0}{L}\right)^2} \quad (48)$$

Na osnovu (48) dobijaju se približne vrednosti za sopstvene frekvencije oscilacija gasa u zapremini V gasa u komori sagorevanja za određeni moment vremena u toku procesa rada RM, jer granični uslovi zavise od vremena (pokretni granični uslovi).

Kada se uporede rezultati dobijeni pomoću (48) sa eksperimentalnim rezultatima i sa rezultatima dobijenim detaljnijom teorijskom analizom (sa manje aproksimacija), zaključuje se da su ta odstupanja relativna [3,6]. Odstupanja nastaju zbog usvojenih pretpostavki i ograničenja, a najviše na to ima uticaj neuzimanje u obzir uticaja mlaznika. Dati model više daje kvalitativnu sliku oscilatornog procesa u komori sagorevanja RM, a u nekim slučajevima daje zadovoljavajuće kvantitativne rezultate, što zavisi uglavnom od koncepcije unutrašnjebalističkog rešenja RM.

Mogu se dobiti promene amplituda odstupanja od stacionarnog režima tih veličina i izvršiti analiza njihovog uticaja na temperature poremećaje na površini sagorevanja.

Jednačine za promenljive veličine (temperaturu, brzinu sagorevanja, toplotni fluks i pritisak) glase:

$$T(x) = T_0(x) + \theta(x) \exp(i + \eta) \omega t \quad (49)$$

$$r(x) = r_0(x) + \beta(x) \exp(i + \eta) \omega t \quad (50)$$

$$q(x) = q_0(x) + \phi(x) \exp(i + \eta) \omega t \quad \text{i} \quad (51)$$

$$p(x) = p_0(x) + \varphi(x) \exp(i + \eta) \omega t \quad (52)$$

gde su: θ, β, ϕ i φ - poremećaji promenljivih, a parametar η predstavlja porast, odnosno prigušenje poremećaja - pobude.

Jednačine (49 do 52) se mogu transformisati u oblike:

$$T(x) = T_0(x) [1 + \tilde{T} \exp(1 + \eta) \omega t] \quad (53)$$

$$r(x) = r_0(x)[1 + \tilde{r} \exp(1 + \eta)\omega t] \quad (54)$$

$$q(x) = q_0(x)[1 + \tilde{q} \exp(1 + \eta)\omega t] \quad (55)$$

$$p(x) = p_0(x)[1 + \tilde{p} \exp(1 + \eta)\omega t] \quad (56)$$

gde su:

$$\tilde{T} = \frac{\theta(x)}{T_0(x)} \ll 1, \quad \tilde{r} = \frac{\beta}{r_0} \ll 1, \quad \tilde{p} = \frac{\varphi}{p_0} \leq 1 \quad (57)$$

$$\tilde{q} = \frac{\phi(x)}{q_0} \ll 1$$

relativne vrednosti poremećajnih veličina.

Relativna vrednost poremećaja toplotnog fluksa na površini sagorevanja iznosi:

$$\tilde{q} = \frac{\phi(x)}{q_0} = \frac{\frac{d\theta_p}{dx}\Big|_{x=0}}{\frac{dT_0}{dx}\Big|_{x=0}} \quad (58)$$

Iz (47 i 48) je [15]:

$$\theta_p(x) = \left[\theta_s + \frac{\beta r_0 (T_{s0} - T_\infty)}{a_p (i + \eta) \omega} \right] \cdot \exp \left[\frac{r_0}{2a_p} \left(1 + \sqrt{1 + 4a_p \frac{\omega \eta}{r_0^2} + i4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right) x \right] - \frac{\beta r_0}{a_p (i + \eta) \omega} \exp \left(\frac{r_0}{a_p} x \right) \quad (59)$$

odnosno za $\eta = 0$

$$\theta_p(x) = \left[\theta_s + \frac{\beta r_0 (T_{s0} - T_\infty)}{i a_p \omega} \right] \cdot \exp \left[\frac{r_0}{2a_p} \left(1 + \sqrt{1 + 4i \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right) x \right] + \frac{i \beta r_0 (T_{s0} - T_\infty)}{a_p \omega} \exp \left(\frac{r_0}{a_p} x \right) \quad (60)$$

Posle sređivanja se dobijaju:

$$\frac{d\theta_p}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{1}{2} \frac{r_0}{a_p} \left[\theta_s + \frac{\beta r_0 (T_{s0} - T_\infty)}{a_p (i + \eta) \omega} \right] \cdot \left[1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\omega a_p}{r_0^2} \eta + i4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right] - \beta \left(\frac{r_0}{a_p} \right)^2 \frac{T_{s0} - T_\infty}{(i + \eta) \omega a_0} \quad (61)$$

odnosno za $\eta = 0$

$$\frac{d\theta_p}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{1}{2} \frac{r_0}{a_p} \left[\theta_s - i \frac{\beta r_0}{\omega a_p} (T_{s0} - T_\infty) \right] \cdot \left[1 + \sqrt{1 + i4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right] + i \beta \left(\frac{r_0}{a_p} \right)^2 \frac{T_{s0} - T_\infty}{\omega a_p} \quad (62)$$

Iz jednačine (22) se dobija [15]:

$$q_0 = \frac{dT_0}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{r_0}{a_p} (T_{s0} - T_\infty) \quad (63)$$

Zamenom vrednosti (61, 62, 63) u (58) dobija se:

$$\tilde{q} = \frac{\left[\theta_s + \frac{\beta r_0 (T_{s0} - T_\infty)}{a_p (i + \eta) \omega} \right] \left[1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\omega a_p}{r_0^2} \eta + i4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right] - \frac{\beta r_0}{2 a_p^2} \frac{1}{(i + \eta) \omega}}{2(T_{s0} - T_\infty)} \quad (64)$$

a za $\eta = 0$

$$\tilde{q} = \frac{\phi}{q_0} = \frac{\left[\theta_s + \frac{\beta r_0 (T_{s0} - T_\infty)}{i \omega a_p} \right] \left[1 + \sqrt{1 + i4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right] + i \frac{\beta}{2} \frac{r_0}{a_p^2 \omega}}{2(T_{s0} - T_\infty)} \quad (65)$$

Relativna vrednost poremećaja brzine sagorevanja iznosi:

$$\tilde{r} = \frac{\beta}{r_0}$$

gde su:

$$r_0 = k_v \exp \left(-\frac{E_s}{RT_{s0}} \right) i$$

$$\beta \cong \frac{dr_0}{dT_{s0}} \theta_s \text{ odnosno}$$

$$\beta \cong \frac{E_s r_0}{RT_{s0}^2} \theta_s \text{ pa je}$$

$$\tilde{r} = \frac{E_s \theta_s}{RT_{s0}^2} \text{ odnosno}$$

$$\tilde{r} = \frac{E_s}{RT_{s0}} \tilde{T}_s, \text{ jer je } \tilde{T}_s = \frac{\theta_s}{T_{s0}} \quad (66)$$

Poremećajna vrednost toplotnog fluksa može da se odredi polazeći od zavisnosti:

$$q_0 = q_0(r_0, p_0)$$

odakle se dobija:

$$dq_0 = \phi = \frac{\partial q_0}{\partial r_0} dr_0 + \frac{\partial q_0}{\partial p_0} dp_0$$

ili

$$\phi = \frac{\partial q_0}{\partial r_0} \beta + \frac{\partial q_0}{\partial p_0} \varphi \quad (67)$$

Iz (50, 52) se dobijaju:

$$\varphi = (p - p_0) \exp[-(i + \eta)\omega t]$$

i

$$\beta = (r - r_0) \exp[-(i + \eta)\omega t] \quad (68)$$

Na osnovu (67) sledi:

$$\phi = \left[r_0 \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \frac{\partial q_0}{\partial r_0} + p_0 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) \frac{\partial q_0}{\partial p_0} \right] \cdot \exp[-(i + \eta)\omega t] \quad (69)$$

Koristeći jednačine (54, 56) se dobija:

$$\phi = r_0 \frac{\partial q_0}{\partial r_0} \tilde{r} + p_0 \frac{\partial q_0}{\partial p_0} \tilde{p} \quad (70)$$

Relativna poremećajna vrednost toplotnog fluksa može da se izrazi u drugom obliku:

$$\tilde{q} = \frac{1}{q_0} \left(r_0 \tilde{r} \frac{\partial q_0}{\partial r_0} + p_0 \tilde{p} \frac{\partial q_0}{\partial p_0} \right) \quad (71)$$

gde je:

$$q_0 = \lambda_p \frac{dT_0}{dx} \Big|_{x=0} = \lambda_p \frac{r_0}{a_p} (T_{s_0} - T_\infty) = \rho_p C_p r_0 (T_{s_0} - T_\infty) \quad (72)$$

S druge strane je:

$$r_0 = r_{0R}(p_0) H(T_\infty - T_R) \quad (73)$$

gde je $r_{0R}(p_0)$ - zakon brzine sagorevanja na referentnoj temperaturi.

Iz (73) se dobija:

$$T_\infty = T_R + \eta \left(\frac{r_0}{r_{0R}} \right) \quad (74)$$

i

$$q_0 = \rho_p C_p r_0 \left[T_{s_0} - T_R - \eta \left(\frac{r_0}{r_{0R}} \right) \right] \quad (75)$$

Za nestacionaran proces na osnovu:

$$T_s = \frac{E_s}{R} \frac{1}{\log \frac{k_v}{r}}$$

je:

$$q = \rho_p C_p r \left[\frac{E_s}{R \log \frac{k_v}{r}} - T_R - \eta \left(\frac{r}{r_{0R}} \right) \right] \quad (76)$$

gde su $p = p(t)$ i $r = r(t)$.

Na osnovu (75) se dobijaju vrednosti:

$$\frac{r_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial r_0} = 1 + \frac{RT_{s_0}^2 - E_s \eta \left(\frac{r_0}{r_{0R}} \right) \frac{r_0}{r_{0R}}}{\left[T_{s_0} - T_R - \eta \left(\frac{r_0}{r_{0R}} \right) \right] E_s} \quad (77)$$

i

$$\frac{p_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial p_0} = \frac{\eta' \left(\frac{r_0}{r_{0R}} \right) r_0}{r_{0R} \left[T_{s_0} - \eta \left(\frac{r_0}{r_{0R}} \right) - T_R \right]} \frac{p_0 r_{0R}'}{r_{0R}^2} \quad (78)$$

Koristeći relaciju:

$$\theta_s = \frac{RT_{s_0}^2}{E_s r_0} \beta \quad (79)$$

i upoređujući desne strane (64, 65) sa (71) dobija se zavisnost između relativnih veličina poremećaja brzine i pritiska kao posledica poremećaja toplotnog fluksa u pripremljenoj zoni, pa je:

$$\frac{\tilde{r}}{\tilde{p}} = \frac{\frac{p_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial p_0}}{\frac{r_0}{2(T_{s_0} - T_\infty)} \left[\frac{RT_{s_0}^2}{E_s r_0} + \frac{r_0 (T_{s_0} - T_\infty)}{a_p (i + \eta) \omega} \right]} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\omega a_p}{r_0^2} \eta + i 4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right] - \frac{r_0^2}{2a_p^2 (i + \eta) \omega} - \frac{r_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial r_0} \quad (80)$$

odnosno, za $\eta = 0$:

$$\frac{\tilde{r}}{\tilde{p}} = \frac{\frac{p_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial p_0}}{\frac{r_0}{2(T_{s_0} - T_\infty)} \left[\frac{RT_{s_0}^2}{E_s r_0} - i \frac{r_0 (T_{s_0} - T_\infty)}{a_p \omega} \right]} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + i 4 \frac{\omega a_p}{r_0^2}} \right) + i \frac{r_0^2}{2a_p^2 \omega} - \frac{r_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial r_0} \quad (81)$$

Vrednosti za $\frac{r_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial p_0}$ i $\frac{p_0}{q_0} \frac{\partial q_0}{\partial p_0}$ su određeni jednačinama (77 i 78).

Analogno se mogu dobiti i druge zavisnosti poremećaja posmatranih veličina u nestacionarnom procesu. Prema [16, 17] za odstupanja vrednosti pritiska manjih od 35%, mogu da se koriste jednačine koje važe za stacionaran režim sagorevanja.

Uticaj različitih faktora na visokofrekventnu nestabilnost

Na nestabilan radni proces u RM utiču fizičko-hemijski procesi i drugi faktori koji pojačavaju, ili smanjuju, amplitude oscilacija pritiska.

Radni proces u RM zavisi, u prvom redu, od sastava i fizičko-hemijskih karakteristika KPM od koje su izrađena pogonska punjenja.

Razni aditivi u KPM, koji se pojavljuju kao čvrste čestice u produktima sagorevanja, prigušuju u znatnoj meri oscilacije pritiska. Takođe, dodatak sitne granulacije praha aluminijuma u KPM je efikasno sredstvo za održavanje stabilnog procesa sagorevanja. Razni dodaci u sastav KPM, koji u procesu sagorevanja obrazuju čestice, mogu da utiču na pobudu, prigušenje i oblik zvučnih talasa. Ti dodaci menjaju osetljivost brzine sagorevanja KPM.

Početna temperatura pogonskog punjenja (temperatura

temperiranja) ako je manja od -50°C i veća od $+60^{\circ}\text{C}$ povećava akustičnu nestabilnost procesa sagorevanja RM.

Veće brzine sagorevanja pogonske materije smanjuju amplitude oscilacija pritiska.

Sastavom KPM u velikoj meri može da se reguliše stabilan proces sagorevanja.

Fizičko-mehanička svojstva KPM utiču na karakter disipacije akustične energije – utičući na strukturu oscilatornih modova.

Kod pogonskih punjenja od KPM sa visokim vrednostima modula elastičnosti, u opštem slučaju mogu da se očekuju nestabilne oscilacije pritiska sagorevanja.

Akustična erozija, tj. zavisnost brzine sagorevanja od veličine, nezavisno od pravca, promenljive komponente brzine gasa koja je paralelna površini sagorevanja, bitno utiče ne samo na poprečne oscilatorne modove, nego i na linearnu nestabilnost uzdužnih oscilatornih modova. Erozija može da povećava, smanjuje ili održava nepromenljivom nestabilnost, zavisno od kombinacije parametara u toku rada RM.

Pri erozivnom sagorevanju povećanje srednje brzine sagorevanja nastaje ne samo na račun oscilacija pritiska u komori sagorevanja, nego i na račun povećanja uzdužnog gradijenta brzine.

Toplotni gubici zbog prenosa toplote i trenja o zidove komore RM povećavaju stabilnost radnog procesa u RM.

Geometrija ulaznog dela mlaznika (konfuzora) bitno može da utiče na prigušenje oscilacija pritiska. U početnoj fazi procesa rada RM, akustična zapremina obično ne sadrži mlaznik. Kasnije, mlaznik sve više dolazi do izražaja što se tiče disipacije energije. Talasi pritiska u komori RM, nastali u nestabilnom procesu, ulaze u mlaznik, delimično se reflektuju od njegovih zidova, a delimično prolaze kroz kritični presek. Na intenzivnost uzdužnih oscilacija veliki uticaj ima oblik dozvučnog dela mlaznika. Smanjenje ugla konusnog dela konfuzora smanjuju efekat odbijanja uzdužnih oscilacija. Na taj način visokofrekventna nestabilnost izazvana uzdužnim oscilatornim modovima, može se u potpunosti ili delimično smanjiti. Ispitivanja su pokazala da utopljeni mlaznik može da izazove nestabilan radni proces RM.

Takođe, ispitivanja su pokazala da za svaki prečnik komore RM postoji minimalna i maksimalna dužina komore. Izvan tih dužina uzdužne oscilacije date frekvencije ne mogu da se stabilišu. Ako zidovi komore reflektuju talase pritiska, onda poprečne i uzdužne oscilacije mogu da postanu udarne oscilacije i izvrše veliki uticaj na proces hemijskih reakcija koje, u prvom redu, pojačavaju oscilatorni proces, koji u nekim slučajevima inicira detonaciju. Povećanje pritiska u komori sagorevanja povećava brzinu sagorevanja, tj. smanjuje period transformacije što povoljno utiče na održavanje stabilnosti procesa. Isto tako, povećanje pritiska menja svojstva gasne sredine, a zbog toga i vrednosti frekvencija sopstvenih akustičnih oscilacija. U slučaju nestabilnog procesa rada RM, sve se te oscilacije slažu po fazi [7].

Zaključak

Data kvalitativna slika pojave akustične nestabilnosti procesa sagorevanja u komorama RM vrlo često ne može da objasni uzrok pojave oscilatornog procesa. To govori o tome da su, u realnosti, priroda i mehanizam nestabilnih radnih procesa u komori sagorevanja vrlo složeni problemi i da zahtevaju detaljna rešenja radi eliminisanja, odnosno smanjenja uticaja akustične nestabilnosti.

Dobijeno rešenje parcijalne diferencijalne jednačine

(48), koje zadovoljava date početne i granične uslove, više daje kvalitativnu sliku oscilatornog radnog procesa, mada se u izvesnim slučajevima mogu dobiti zadovoljavajuće vrednosti frekvencija sopstvenih oscilacija. Takođe, dobijeno rešenje ne daje veće mogućnosti da se izvrši analiza uticaja pojedinih parametara strukture KPM i strukture gasne faze, jer je u radu predložen relativno uprošćen model za analizu akustičnih karakteristika RM. Za površinu sagorevanja, koja je generator akustične energije, data je samo kvalitativna slika, a za analizu problema su neophodne karakteristike koje se definišu neposrednim merenjem svakog sastava KPM. Takođe, realne vrednosti fizičkih karakteristika KPM, koje su potrebne za rešenje i analizu tog problema, nisu poznate, već ih je potrebno odrediti eksperimentalnim putem. Fizičko-hemijske karakteristike gasne zone vezane za disipaciju akustične energije nisu poznate, ali mogu da se odrede korišćenjem postojećih podataka i merenjem.

Otkrivene naprsline i razaranja pogonskih punjenja u toku radnog procesa govore o snažnom efektu rezonantnog sagorevanja, tj. akustične nestabilnosti u procesu sagorevanja u komori RM, kao i o velikom uticaju karaktera graničnih uslova na površinu pogonskog punjenja.

Teško je objasniti zašto mala izmena graničnih uslova između gasne zone i površine pogonskog punjenja menja oblast nestabilnosti, ako akustični talas u gasu prouzrokuje transformaciju hemijske energije u akustičnu.

Struktura KPM može prouzrokovati oscilacije u vrlo širokom dijapazonu frekvencija koje zavise od geometrijskih karakteristika RM. Realni raketni motori imaju mnogo složeniju geometrijsku strukturu od predloženog modela. Zbog toga nastaju mnogo složenije kombinacije oscilatornih modova, vrlo često komplikovane za analizu. Rešenje i analiza problema akustične nestabilnosti, koji je vrlo kompleksan problem, iziskuje poznavanje: mehanizama fizičkih i hemijskih procesa koji se odvijaju na površini sagorevanja, fizičkih karakteristika strukture KPM i fizičko-hemijskih karakteristika gasne sredine u komori sagorevanja RM. Kako se na osnovu iznetog vidi, rešavanje tog problema zahteva sveobuhvatnu teorijsku analizu i složena eksperimentalna istraživanja.

Opisana je promena pojedinih parametara procesa sagorevanja zbog oscilatorne promene pritiska i njihov uticaj na strujni proces na površini sagorevanja i blisko njoj.

Na osnovu izložene problematike može da se zaključi da visokofrekventna nestabilnost procesa sagorevanja može da izazove oštećenja sistema RM i rakete u celini, velike oscilacije vrednosti pritiska i temperature u komori sagorevanja, zbog čega nastaju povećanja mehaničkih i toplotnih opterećenja na zidove motora, njihova progorevanja i razaranja, oscilacije celog sistema, koje mogu da razore veze elemenata i sklopova sistema i da izazovu druga razaranja. Radi toga radni proces u RM na KPM mora biti doveden do takvog savršenstva da u svim mogućim stacionarnim i prelaznim režimima radnog procesa RM ne bi došlo do nestabilnog procesa. To je jedan od najvažnijih zadataka u praksi realizacije RM.

Literatura

- [1] RADONJIĆ.Ž.D. Analiza uticaja malih poremećaja parametara sagorevanja na nestabilan proces u raketnim motorima na čvrste kompozitne pogonske materije, *Naučnotehnički pregled*, 1998, vol.XLVIII, no.4, p.5-13.
- [2] SAMMERFILD.M. i dr. *Mehanizam gorenja topliva na perchlorate-ammonija*. sb, *Isledovanie raketnih dvigatelej na tverdom toplive*,

- Moskva, iil 1963.
- [3] PRISNJAKOV,V.F. *Dinamika raketnih dvigatelej tverdogo topliva*. Moskva, Mašinstroenie 1984.
- [4] ALEMASOV,V.E. i dr. *Teorija raketnih dvigatelej*, Moskva, Mašinstroenie. 1980.
- [5] VOLKOV,E.B. i dr. *Statika i dinamika raketnih dvigatelnyh ustanovok V. 2-H častjah*, Moskva Mašinstroenie 1978.
- [6] AVUGOV,D.I., BOBULEV,V.M. *Teorija i rasčet raketnih dvigatelej tverdogo topliva*. Moskva, Mašinstroenie 1987.
- [7] MEL'KUMOV,T.M. i dr. *Rakettne dvigateli*. Moskva Mašinstroenie, 1976.
- [8] TIMNAT.I. *Rakettne dvigateli na himičeskom toplive*. Moskva, Mir, 1990.
- [9] LANDAU,E.M. i dr. *Mécanique des fluides*. Editions »MIR« Moscou 1971.
- [10] SIVUHIN,D.V. *Obcij kurs fiziki*. tom III, Moskva, Nauka 1983.
- [11] VUČIĆ,M.V., IVANOVIĆ,M.D. *Fizika I*. Beograd, Naučna knjiga, 1988.
- [12] SORKIN,R.E. *Teorija vnutrikamernih procesov v raketnih sistemah na tverdom toplive*. Moskva, Nauka 1983.
- [13] SOBOLEV,S.L. *Uravnjenja matematičeskoj fiziki*. Moskva, Nauka 1966.
- [14] KOŠLJAKOV,N.S. i dr. *Uravnjenij v častnuh proizvodnuh matematičeskoj fiziki*. Moskva, "Vusšaja škola" 1970.
- [15] RADONJIĆ,Ž.D. *Prilog istraživanju efekta ugrađenih toplotnih metalnih provodnika u kompozitne pogonske materije na brzinu i karakter stogorevanja*. doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 1991.
- [16] KRIR,N. i dr. *Javlenija neustanovivšegosja gorenija tverduh topliv*. RTK 1968. T.6, no.2.
- [17] KUENTZMANN,P. Modéles de combustion in stationnaire de des propergols solides composites. *La recherche aerospatiale*, 1978. no.2.
- [18] ZEL'DOVIČ,Ja.B. i dr. *Teorija nestacionarnogo gorenija poroha*. Moskva, Nauka, 1975.

Rad primljen: 8.9.2000.god.