

Analiza uticajnih faktora na efekte prigušenja vibracija kod rešetkastih mostovskih konstrukcija sa zazorima u vezama

Mr Veselinka Mašić, dipl.inž.¹⁾

Poznavanje prigušenja za mostovske konstrukcije je jedna od veličina, prema kojoj se daje ocena stanja konstrukcije. Istraživanja ne pokrivaju odgovarajuće potrebe za poznavanjem uticaja pojedinih parametara na efekte prigušenja pa je izvršena analiza mogućih merodavnih parametara i njihov uticaj na prirodu prigušenja kod tzv. montažno-demontažne konstrukcije za koje je karakteristično da postoje tolerancije – zazori između rupe i veznog sredstva (zavrtanj, čep) u vezama između nosećih elemenata. Na osnovu teorijskog razmatranja, izvršena je analiza dijagrama izmerenih – registrovanih slobodnih vibracija jednog tipa takvog mosta.

Ključne reči: Most, montažno-demontažni most, prigušenje.

Uvod

OSETLJIVOST mostovskih konstrukcija na dinamičko opterećenje je veoma različita jer zavisi od relativno velikog broja parametara, vezanih za dinamičke karakteristike mosta i za uslove njegove eksploatacije. Kada su u pitanju mostovi koji se mogu više puta montirati i demontirati, tzv. montažno-demontažne konstrukcije, poznavanja njihove osetljivosti postaje složenije. Te konstrukcije imaju niz specifičnosti u tehničkom rešenju u odnosu na stalne mostove, pa su im i dinamičke karakteristike u funkciji dodatih parametara.

Na bazi dosadašnjih istraživanja, korišćenja odgovarajuće literature i izvršenih terenskih ispitivanja montažno-demontažne mostovske konstrukcije MD88 [6], izvršena je analiza uticaja konstrukcijskog rešenja veza noseće rešetke, koje nije karakteristično za stalne mostove, na prigušenje, kao jednom od osnovnih dinamičkih karakteristika mosta.

Istraživanja u ovoj oblasti su veoma skromna, međutim slična istraživanja u drugim oblastima, pre svega u oblasti vibracija, u mašinstvu su obimnija i korišćena su kako u definisanju sistema, tako i u tumačenju pojedinih uticajnih parametara. Iskustva autora u rešavanju problema ove vrste mostova, poznavanje određenih specifičnosti koje ih karakterišu, bilo je moguće primeniti za određena istraživanja na tumačenju dinamičkog odziva mostovske konstrukcije.

Teorijski osvrt

Iz teorije vibracija konstrukcija zna se da se pri poznatom rasporedu masa i poznatim svojstvima krutosti nekog sistema – konstrukcije, mogu odrediti (izračunati) prirodni oblici i odgovarajuće učestanosti. Na osnovu ovih veličina vibracije sistema odvijaju se bez smanjivanja amplituda, što zbog prisustva prigušenja ne odgovara stvarnosti. Stvarno kretanje sistema odvija se sa postepenim

opadanjem amplitude i konačno dolazi do zaustavljanja kretanja. Ovo je posledica prisustva prigušujućih sila koje izazivaju apsorbovanje energije. U trenutku kada se apsorbuje sva energija doći će do smirivanja konstrukcije, tj. zaustavljanja kretanja.

Dok se učestanost – frekvencija, dinamički faktor i svojstveni oblici mogu egzaktno odrediti na bazi fizičkih karakteristika i statičkog sistema konstrukcije, prigušenje nije moguće odrediti na takav način. Sile prigušenja mogu da zavise od sistema koji vibrira i od elemenata van njega, tj. sredine u kojoj vibrira, zbog čega formiranje izraza za sile prigušenja postaje poseban problem. Taj problem se odnosi, u principu, na sve građevinske konstrukcije, pa i na konstrukcije mostova. Ovo je posebno izraženo za viseće mostove, međutim od značaja je i za druge tipove mostova, specijalno za mostove za vanredne uslove. Kod njih je u principu odnos mase konstrukcije i opterećenja nepovoljniji od onosova za stalne mostove. Oni su takođe manje krutosti. Zbog ovih osobenosti kao i vrste saobraćajnog opterećenja i režima prelaska preko mosta, stepen iskorišćenja nosivosti mosta je veći nego kod stalnih mostova, pa prigušenje ima značaja i ne može se zanemariti u ukupnoj analizi dinamičkog ponašanja mosta.

Prema podacima iz literature ozbiljnija istraživanja prigušenja su skromna, što se može tumačiti kompleksnošću prirode problema, a izvršena su u oblasti visećih mostova, zato što je prigušenje veoma važan faktor za smanjenje uticaja vetra na viseće mostove. Za razliku od građevinskih konstrukcija – mostova, istraživanja u oblasti vibracije mašina su nešto veća pa će biti korišćena u ovom radu, s obzirom na prirodu konstrukcijskih rešenja veza u štapovima – nosačima rešetkastih mostovskih konstrukcija.

Priroda prigušenja

Za stalne mostovske konstrukcije kod kojih se

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

međusobne veze nosećih elemenata ostvaruju primenom zavrtnjeva ili zakivaka, prigušenje je veće nego kod veza ostvarenih zavarivanjem. Konstrukcije kod kojih ima zazora u vezama sa primenom zavrtnjeva ili čepova, što je karakteristično za mostove za vanredne uslove, realno je očekivati da je prigušenje veće nego kod stalnih mostova. S obzirom na opštu koncepciju tehničkih rešenja elemenata kod ove vrste mostova, realno je pretpostaviti da je prigušenje posledica trenja između spojnog sredstva i zida rupe, trenja između površina nosećih elemenata i otpora u vazduhu. Prigušenje nastalo usled trenja između spojnog sredstva i zida rupe odgovara tzv. konstrukcijskom prigušenju. Trenje između površina nosećih elemenata odgovara suvom trenju (Culonovo trenje), a otpor vazduha izaziva tzv. viskozno prigušenje. Koliki je kvantitativan uticaj pojedinih sila otpora, nastalih usled odgovarajućeg prigušenja u ukupnoj sili otpora, ne može se egzaktno odrediti bez sprovođenja odgovarajućih ispitivanja konstrukcija. Teorijska analiza vršiče se u cilju sagledavanja uticaja pojedinih sila otpora i njihovog značaja na kretanje sistema konstrukcije i ocene realnosti pretpostavke o prirodi prigušenja.

Iz dijagrama odziva, sl.5, vidi se da sile otpora nisu rezultat samo viskoznog prigušenja i da tehnička rešenja veza elemenata omogućuju prisustvo dodatnih sila otpora. Poznato je da mala prigušenja mogu u uslovima bliskim rezonantnim efektima da proizvedu značajne uticaje na amplitudu i fazu odgovora, pa je neophodno izvršiti odgovarajuću analizu tih dodatnih sila.

Prema literaturi, konstrukcijsko prigušenje nastaje usled unutrašnjeg trenja u materijalu, ili na spojevima među elementima sistema konstrukcije. Rezultujuće prigušujuće sile su funkcije deformacije, ili ugiba u konstrukciji. Za elastični sistem (sistem koji vibrira tako da su izazvana naprezanja u elastičnom opsegu što je za ovaj most karakteristično, tj. nije dozvoljeno naprezanje veće od granice elastičnosti) konstrukcijske sile prigušenja proporcionalne su veličini unutrašnjih elastičnih sila i suprotnog su smera u odnosu na vektor brzine kretanja. Ova zavisnost za j -tu silu izražava se sa:

$$F_{Dj} = igF_{Ej} \quad (1)$$

gde su: F_{Dj} - sila prigušenja; i - imaginarni broj; g - konstanta; F_{Ej} - elastična sila za j -tu svojstvenu vrednost.

Viskozno prigušenje nastaje kada sistem vibrira u nekom fluidu – vazduhu. Prigušujuća sila proporcionala je brzini kretanja, a izraz za j -tu silu glasi:

$$F_{Dj} = c_j \cdot \dot{y}_j \quad (2)$$

gde su: \dot{y}_j - brzina kretanja sistema za j -tu svojstvenu vrednost, c_j - koeficijent prigušenja za j -tu svojstvenu vrednost.

Suvo trenje je rezultat kretanja po suvoj površini. S obzirom na međusoban položaj elemenata u vezama pri pomeranju konstrukcije, jedan deo energije pri smirivanju konstrukcije otpada na energiju koja nastaje usled trenja odgovarajućih limova pojedinih elemenata. Rezultirajuća sila prigušenja je približno konstantna i zavisi od normalnog pritiska po površini po kojoj se telo – dva tela (lima) kreću, i koeficijenta kinetičkog trenja. Ova zavisnost data je izrazom:

$$F_D = \mu \cdot N \quad (3)$$

gde su: μ - koeficijent kinetičkog trenja i N - sila normalnog pritiska.

Sile prigušenja ne moraju biti linearne funkcije brzine ili pomeranja. One mogu da budu, npr. za slučaj otpora vazduha pri većim brzinama kretanja konstrukcije, proporcionalne kvadratu brzine. Kada su u pitanju normalne brzine, kakve su brzine kretanja mostovskih konstrukcija pod saobraćajnim opterećenjem, može da se smatra da su proporcionalne brzini.

Za viskozno ili konstrukcijsko prigušenje, odnosno suvo trenje, izvođenje diferencijalnih jednačina kretanja sistema predstavlja znatno jednostavniji problem u odnosu na slučaj kada je sila otpora u funkciji kombinacije – prisustva različitih prigušenja. Bez obzira na ovu činjenicu, kao i na polazište da je kod montažno–demontažnih mostova sila otpora rezultat više faktora, sa stanovišta ovog istraživanja izvođenje diferencijalnih jednačina kretanja i njihovo rešavanje nije od posebnog značaja.

Zavisno od toga koje je prigušenje prisutno u konstrukciji, teorijski problem može da se svrsta u dve kategorije: linearno i nelinearno prigušenje. Pod linearnim prigušenjem smatra se slučaj sila otpora kao posledica jedne veličine, a pod nelinearnim ako su posledica više veličina.

Viskozno prigušenje kretanja konstrukcije bez prisustva spoljnog opterećenja je definisano linearnom jednačinom, koja glasi:

$$[m]\{\ddot{y}\} + [c]\{\dot{y}\} + [k]\{y\} = 0 \quad (4)$$

gde su: $[m]$ - matrica masa sistema; $[c]$ - matrica prigušenja sistema; $[k]$ - matrica krutosti sistema; $\{y\}$ - vektor pomeranja (brzine; ubrzanja).

Matrica prigušenja je proporcionala matrici $[m]$, tj. $[k]$ ili nekoj kombinaciji ove dve matrice.

Prema [1] rešenje ove jednačine za n -tu nezavisnu jednačinu kretanja izraženu pomoću normalnih koordinata η_n , za slučaj da kretanje počinje početnim pomeranjem $\mu_{n(0)}$, u vremenu $t = 0$ glasi:

$$\eta_{n(t)=\eta_{n(0)}} \frac{e^{-\xi_n \omega_n t}}{\sqrt{1-\xi_n^2}} \cos\left(\sqrt{1-\xi_n^2} \omega_n t - \varphi_n\right) \quad (5)$$

gde su:

- $\sqrt{1-\xi_n^2} \omega_n$ – frekvencija slobodnih prigušenih vibracija,
- φ_n – fazni ugao,
- ω_n – kružna frekvencija,
- ξ_n – koeficijent prigušenja,

uz napomenu, da ovo rešenje odgovara slučaju ako je prigušenje manje od kritičnog. Prema ovom, ako slobodne prigušene vibracije započinju u jednom od prirodnih oblika neprigušenog sistema, nastaviće se sa nepromenjenom konfiguracijom oblika, ali sa eksponencijalnim slabljenjem amplitude u svim tačkama sistema. Zbog toga su ove vibracije po izgledu vrlo slične vibracijama neprigušenog sistema, osim što se kretanje smanjuje po amplitudi dok se sistem ne zaustavi. Brzina i ubrzanje se dobija diferenciranjem po vremenu.

Prema prethodnom delu rada za slučaj da pri kretanju mosta postoji samo sila otpora koja je posledica tolerancije u vezama, u diferencijalnoj jednačini kretanja ne figuriše

samo brzina kretanja – prvi izvod pomeranja, iz razloga što krutost sistema, odnosno elastične sile, zavise od tolerancija u vezama pa se može usvojiti da su sile otpora proporcionalne elastičnim silama i da su definisane izrazom (1). Zbog sistema konstrukcije, odnosno rasporeda čvorova – veza, za dalju analizu se usvaja da konstanta g ima istu vrednost za sve tačke. Diferencijalna jednačina kretanja, za slučaj da su slobodne vibracije, glasi:

$$[m]\{\ddot{y}\} + (1+ig)[k]\{y\} = 0 \quad (6)$$

Pretpostavka, da je pri kretanju mostovskih konstrukcija prisutna sila otpora koja odgovara Kulonovom – suvom trenju, zasniva se na konstrukcijskom rešenju elemenata, odnosno mogućnosti da pri kretanju tih elemenata može doći do trenja između površina nosećih elemenata koji se nalaze u jednoj vezi – čvoru, pa jednačina kretanja pri slobodnim vibracijama glasi:

$$[m]\{\ddot{y}\} + f(\dot{y}) + [k]\{y\} = 0 \quad (7)$$

gde je: $f(\dot{y})$ sila otpora koja je jednaka Kulonovoj sili suvog trenja ($f(\dot{y}) + \pm F$).

Stvarno kretanje mosta odvija se pri silama otpora različitog porekla, tako da usled neharmonijskog člana prigušenja, tj. sile otpora $f(\dot{y})$, kretanje nije harmonijsko.

Za slučaj da je pored sile otpora nastale usled viskozno prigušenja, prisutna i sila koja je posledica konstrukcijskog prigušenja, nelinearna sila otpora je:

$$f(\dot{y}) = c \cdot \dot{y} + i \cdot g \cdot k \cdot y \quad (8)$$

odnosno, za slučaj suvog trenja i viskozno prigušenja nelinearna sila glasi:

$$f(\dot{y}) = c \cdot \dot{y} \pm F \quad (9)$$

i konačno, ako su prisutne sve tri sile otpora tada je nelinearna sila:

$$f(\dot{y}) = c \cdot \dot{y} + i \cdot g \cdot k \cdot y \pm F \quad (10)$$

Davanje ocene kvantitativnog učešća pojedinačne sile otpora u ukupnoj sili zahteva šira istraživanja i prevazilazi mogućnosti koje pružaju podaci kojima se raspolaže pa neće biti predmet ovog istraživanja. Kako se raspolaže snimljenim dijagramom slobodnih vibracija, moguće je sagledati realnost učinjenih pretpostavki o poreklu sila otpora i efekta uticaja ukupne sile otpora na opadanje amplitude. Da bi se to sagledalo, daće se još neka teorijska razmatranja.

Analiza uticajnih parametara na efekte prigušenja

Za slučaj da je nelinearnost uključena u prigušenje sistema frekvencije, ostaje približno $\sqrt{k/m}$ jer amplituda vibracija ne utiče na sopstvene frekvencije. Interesantno je pitanje brzine opadanja amplitude. Za kvantitativnu ocenu efekta uticaja pojedinačnih sila otpora koristiće se mogućnost aproksimacije koja je dovoljno tačna za praktične svrhe. Ova aproksimacija bazira se na izjednačavanju energije koja je za vreme jednog ciklusa izgubljena trenjem sa gubitkom kinetičke energije. Da bi se izračunali ovi energetske gubici, potrebno je poznavati oblik kretanja. Kada ne postoji prigušenje, kretanje ima sinusni oblik, međutim, zbog prisustva prigušenja kretanje odstupa od tog oblika. Što je manje prigušenje to je kretanje bliže sinusnom obliku, jer su kod harmonijskog kretanja izražene inercijalne i elastične sile, a one su harmonijske, pa je prigušenje jedini uzrok odstupanja od harmonijskog kreta-

odstupanja od harmonijskog kretanja:

$$v = v_0 \sin \omega t \quad (11)$$

gde su: y_0 - amplituda u vremenu $t = 0$ i ω - kružna frekvencija.

Gubitak kinetičke energije za jednu periodu – npr. prvu, iznosi:

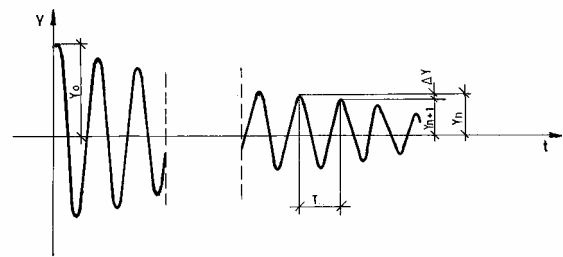
$$\Delta T = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot y_0^2 m \omega^2 (y_0 - \Delta y)^2 \quad (12)$$

$$\Delta T \approx m \omega^2 \cdot y_0 \cdot \Delta y \quad (13)$$

gde su: T - kinetička energija i y_0 - amplituda za prvi ton.

Za n -ti ciklus (sl.1), gubitak kinetičke energije iznosi:

$$\Delta T \approx m \omega^2 \cdot y_n \cdot \Delta y_n \quad (14)$$



Slika 1. Pad amplitude slobodnih prigušenih vibracija

Ovom gubitku kinetičke energije odgovara rad sile otpora za odgovarajući ciklus koji je posledica prigušenja, a on iznosi:

$$U = \int_0^T f(\dot{y}) dy \quad (15)$$

$$U = \int_0^T f(\dot{y}) \dot{y} dt \quad (16)$$

$$U = y \int_0^{2\pi} f(\dot{y}) \cos \omega t d(\omega t) \quad (17)$$

gde su: U - rad sile otpora i $f(\dot{y})$ - sila otpora.

Izjednačavanjem gubitka kinetičke energije sa radom sile od prigušenja, dobija se opadanje amplitude po jednom ciklusu Δy , iznosi:

$$\Delta y = \frac{1}{m \omega^2} \int_0^{2\pi} f(\dot{y}) \cos \omega t d(\omega t) \quad (18)$$

Brzina opadanja amplitude je funkcija sile otpora, a samim tim i oblik obvojnice krive kretanja zavisice od prirode prigušenja, tj. funkcije $f(\dot{y})$.

Konstrukcijsko prigušenje

S obzirom na oblik izraza za silu otpora kod konstrukcijskog prigušenja u izrazu za opadanje amplitude koristiće se jednačina kretanja data u eksponencijalnom obliku $y = y_0 e^{i\omega t}$, odnosno:

$y = y_0 e^{i\omega t}$, odnosno:

$$\Delta y_n = a y_n \quad (32)$$

$$y = y_0 e^{i\omega\sqrt{1+g}t} \quad (19)$$

Rad sile otpora je:

$$U_k = \int f(\dot{y}) dy \quad (20)$$

$$U_k = \int_0^t f(\dot{y}) \dot{y} dt \quad (21)$$

odnosno za jednu periodu:

$$U_k = \int_0^T y_n i g k e^{i\omega\sqrt{1+g}t} i \omega \sqrt{1+ig} y_n e^{i\omega\sqrt{1+g}t} dt \quad (22)$$

$$U_k = y_n^2 \int_0^T (-1) g k \omega \sqrt{1+ig} e^{2i\omega\sqrt{1+g}t} dt \quad (23)$$

$$U_k = y_n^2 (-1) g k \omega \sqrt{1+ig} \int_0^T e^{2i\omega\sqrt{1+g}t} dt \quad (24)$$

$$U_k = y_n^2 \frac{(-1) g k \omega \sqrt{1+ig}}{2i\omega\sqrt{1+ig}} e^{2i\omega\sqrt{1+g}t} \Big|_0^T \quad (25)$$

$$U_k = y_n^2 \frac{-gk}{2i} \left[\cos 2\omega\sqrt{1+ig}t + i \sin 2\omega\sqrt{1+ig}t \right] \Big|_0^T \quad (26)$$

Za dalji proračun koristiće se sinusni deo, pa nastaje izraz:

$$U_k = y_n^2 \frac{gk}{2} \sin 2\omega\sqrt{1+ig}t \Big|_0^T \quad (27)$$

Prema [2] vrednost kompleksnog broja $\sqrt{1+ig}$ iznosi $\cos g/2$, tako da izraz za rad glasi:

$$U_k = \frac{gk}{2} y_n^2 \sin \left(4\pi \cos \frac{g}{2} \right) \quad (28)$$

Za $g=0$ vrednost rada sile otpora je $U_k=0$, a za $g=2.889$ rad ima maksimalnu vrednost.

Opadanje amplituda za jednu periodu prema izrazu (18) ima sledeću vrednost:

$$\Delta y_n = \frac{1}{m\omega^2 y_n} \frac{gk}{2} \sin \left(4\pi \cos \frac{g}{2} \right) y_n^2 \quad (29)$$

$$\Delta y_n = \frac{g}{2} y_n \sin \left(4\pi \cos \frac{g}{2} \right) \quad (30)$$

Kako je g konstantna vrednost, to je i vrednost:

$$\frac{g}{2} \sin \left(4\pi \cos \frac{g}{2} \right) = \text{const} = a \quad (31)$$

Izraz za Δy glasi:

S obzirom da je $\Delta y_n / y_n < 1$, to je i $g \sin \left(4\pi \cos \frac{g}{2} \right) < 2$,

odnosno g mora da bude manje od 2,889, vrednost za koju U_k ima maksimalnu vrednost.

Pad amplitude je linearna funkcija odgovarajuće amplitude. Za poznatu vrednost g pad amplitude nije isti za sve periode, međutim odnos pada amplitude i amplitude je konstantan.

Pad amplitude za n -tu amplitudu u odnosu na $n-1$ može se izraziti preko početne y_0 i to preko izraza:

$$\Delta y_n = y_0 a (1-a)^{n-1} \quad (33)$$

Viskozno prigušenje

Da bi se mogla izvršiti odgovarajuća poređenja uticaja različitih prigušenja, potrebno je promenu amplitude izraziti i za viskozno prigušenje, preko Δy . Prema [4] pad amplitude za n -tu periodu iznosi:

$$\Delta y_n = -y_0 e^{-\xi\omega(t_n+T)} + y_0 e^{-\xi\omega t_n} \quad (34)$$

$$\Delta y_n = y_0 e^{-\xi\omega t_n} (1 - e^{-\xi\omega T}) \quad (35)$$

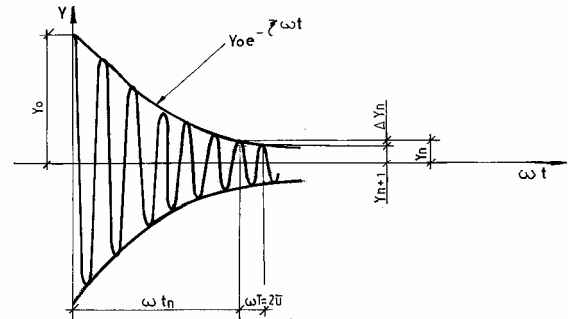
Kako je $1 - e^{-\xi\omega T}$ const., to izraz za y_n može da se definiše na sledeći način:

$$y_n = b \cdot y_0 e^{-\xi\omega t_n} \quad (36)$$

gde je:

$$b = (1 - e^{-\xi\omega T})$$

Na sl.2 je prikazan dijagram slobodnih vibracija sa viskoznim prigušenjem i padom amplitude.



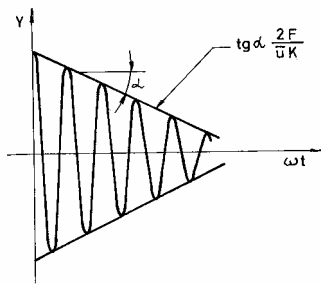
Slika 2. Dijagram slobodnih vibracija sa viskoznim prigušenjem

Slično kao kod konstrukcijskog prigušenja, pad amplitude je funkcija amplituda i reda periode za koju se sračunava pad. Što je perioda veća, pad amplitude za nju je manji.

Kulonovo prigušenje

Za slučaj da je prigušenje posledica suvog trenja, sila prigušenja ima vrednost $f(\dot{y}) = \pm F$, gde je F sila otpora.

Na sl.3 je dat prikaz promene brzine kretanja i odgovarajuće vrednosti sile otpora.



Slika 3. Prikaz sile otpora usled suvog trenja

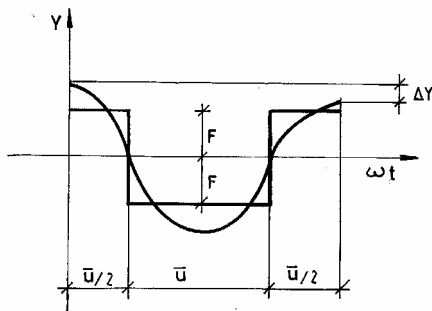
Pad amplitude po jednoj periodi iznosi:

$$\Delta y = \frac{1}{m\omega^2 y_0} \int_0^{2\pi} y_0 F \cos \omega t d(\omega t) \quad (37)$$

$$\Delta y = \frac{4F}{m\omega^2} \quad (38)$$

$$\Delta y = 4 \frac{F}{K} \quad (39)$$

Prema ovom izrazu pad amplitude ima istu vrednost za sve periode, odnosno amplituda opada u jednakim iznosima. Opadanje amplitude je u aritmetičkoj progresiji i ono je prikazano na sl.4.



Slika 4. Prikaz promene pada amplitude pri suvom trenju

Prema izrazima (31, 35 i 39) za različite prirode prigušenja, izrazi za pad amplituda za dve uzastopne amplitude slobodnih vibracija se razlikuju, što je rezultat merodavnih parametara. S obzirom da nisu poznati ti parametri (c ; g ; F) nije ni moguće apsolutno poređenje pada amplituda, a tumačenje snimljenog (snimljenih) dijagrama izvršiće se sa određenim pretpostavljenim vrednostima kako bi se sagledale učinjene pretpostavke o prirodi prigušenja.

Analiza izmerenih vrednosti vertikalnog pomeranja i brzine za most MD88

Za sistem proste grede, raspona 72.0 m, izvršeno je snimanje slobodnih vibracija za prvi ton. Konstrukcija je izvedena iz ravnotežnog položaja, u prvi svojstveni oblik. Registrovano je vertikalno pomeranje u sredini oba glavna nosača, brzina na mestu merenja pomeranja na jednom nosaču, i dilatacije u sredini oba glavna nosača.

Za analizu su interesantna pomeranja i brzina, pa će se i analizirati odgovarajući dijagrami. Izvršena su dva merenja pod istim uslovima. Odzivi konstrukcije su identični što je bitno za korišćenje registrovanih vrednosti.

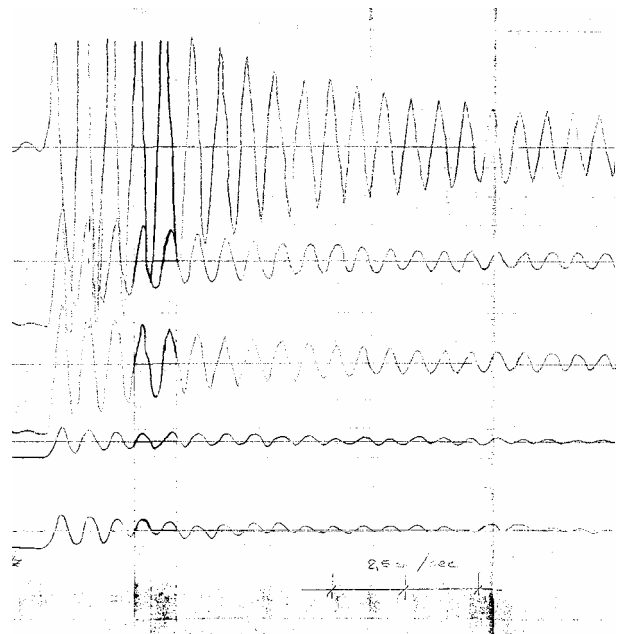
Analiza merenih veličina sa stanovišta teorijskog sagledavanja datog u prethodnoj tački je moguća, jer je za

davanja datog u prethodnoj tački je moguća, jer je za ovu konstrukciju izražen prvi ton što su pokazala još neka ispitivanja, između ostalog i snimanja vibracija na mostu koji je postavljen na pruzi Beograd – Niš kod Čuprije.

Na sl.5 dati su odgovarajući dijagrami.

Prema dijagramima odziva konstrukcije može da se zaključiti sledeće:

- Frekvencija je približno konstantne vrednosti iako u početnim periodima ima izvesnih odstupanja što se može protumačiti efektom proklizavanja u vezama koje dozvoljavaju zazor u vezama. Za vrednost frekvencije usvaja se $f = 2.63$ Hz.
 - Fazni ugao između pomeranja i brzine je konstantan, a njegova vrednost je $\pi/2$.
 - Promena amplituda vertikalnog pomeranja i brzina u funkciji vremena je izražena.
- Prema promeni amplituda, registrovanih veličina, može se zaključiti da se ne radi o prigušenju koje je posledica jednog parametra (c ; g ; F), odnosno da prigušenje nije linearno.



Slika 5. Dinamički odziv konstrukcije MD88 raspona 72.0 metara: a) vertikalno pomeranje; b) brzina; c) dilatacija

Analiza dijagrama vršiće se kroz analizu uticaja pojedinih parametara – veličina, na promenu amplituda u funkciji vremena.

Na sl.6 je dat prikaz dela dijagrama pomeranja (za jedno merenje) prema kom se može zaključiti sledeće:

- logaritamski dekrament nema konstantnu vrednost,
- razlika između vrednosti min i max logaritamskog dekramenta je izražena $\delta_{\min} = 0.018$; $\delta_{\max} = 0.127$ uz pojavu $\delta = 0.325$ za 6-tu periodu,
- izraženo je viskozno prigušenje, srednji koeficijent prigušenja – približna obvojnica je sa eksponentom $e^{-0.013\omega t}$,
- nepravilne promene pada amplituda rezultat su prisustva prigušenja koja nisu samo posledica otpora vazduha, već su posledica razmatranih sila.

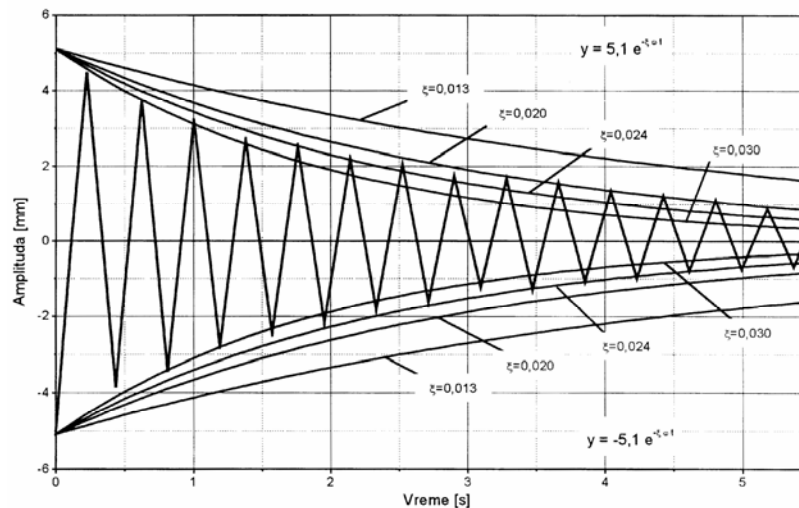
Takođe na sl.6 su prikazane obvojnice za različite vrednosti logaritamskog dekramenta za slučaj da je

nosti logaritamskog dekrumenta za slučaj da je prigušenje viskozno. Nijedna od dobijenih krivih u potpunosti i u celom amplitudnom području ne prati stvarnu obvojniciu vibracija. Odstupanja su primetna i naročito su izražena u zoni većih amplituda, i u gornjem početnom delu vibracija. Ovo se može tumačiti pre svega činjenicom da je pri većim amplitudama – pomeranjima, izraženo trenje u vezama i trenje između površina elemenata u čvorovima. Pored toga u konstrukciji usled tolerancija u vezama može doći do proklizavanja ako zavrtnji nisu pritegnuti, pri čemu nastaje

$$a = \frac{0.057}{5.0} = 0.0114$$

tako da g ima vrednost $g = 0.25$. Pod istim uslovima vrednost $\frac{F}{k} = \frac{\Delta y}{4}$, odnosno $\frac{F}{k} \approx 0.014$.

S obzirom da je viskozno prigušenje izraženo, stvarne vrednosti za g i F/k su manje od sračunatih. Prema [2] vrednost za g se za konstrukcije procenjuje da iznosi 0.05, međutim imajući u vidu na specifičnosti MD88 ta vrednost ne bi mogla da se prihvati kao realna. Prema tome može se



Slika 6. Promena amplitude vertikalnog pomeranja pri slobodnim prigušenim vibracijama MD88 u vremenu $t = 0$ do $t = 5.5$ s, sa aproksimativnim obvojnica

znatan gubitak potencijalne energije.

Kvantitativnu analizu učešća pojedinih vrsta sila otpora nije moguće izvršiti bez dodatnih istraživanja koja bi bila obuhvaćena i odgovarajuća merenja pojedinih karakterističnih veličina, tj. uticajnih parametara, što je veoma kompleksan problem.

Bez obzira na ovu činjenicu, korišćenjem izraza za Δy , tj. izraza (31, 35 i 39) uz određene pretpostavke određiće se veličine uticajnih parametara za konstrukcijsko prigušenje, i suvog trenja kako bi se dobili izvesni pokazatelji za ocenu reda veličine konstanti g i $F/(F/k)$.

Kada je $\Delta y = y_0 - y_1$ isto za sve vrste prigušenja, odgovarajući uticajni parametri g i F/k imaju sledeće vrednosti: koeficijent prigušenja $\xi = 0.00184$, Δy_1 iznosi:

$$\Delta y_1 = y_0 (1 - e^{-\xi \omega t})$$

$$\Delta y_1 = 5.0 (1 - e^{-0.00184 \cdot 16,516 \cdot 0,38})$$

$$\Delta y_1 = 0.57 \text{ mm}$$

Usvaja se da Δy_1 za konstrukcijsko prigušenje ima istu vrednost, odnosno prema izrazu (31) vrednost konstante, iznosi:

$$a = \frac{\Delta y}{y}$$

pretpostaviti da je realna vrednost između ove dve vrednosti. Sličan podatak za vrednost F/k ne postoji u dostupnoj literaturi, tako da se poređenje ne može izvršiti.

Rezultate istraživanja treba posmatrati kao orijentacione, sa stanovišta daljih istraživanja.

Zaključak

Problem poznavanja prigušenja kod konstrukcija kao što su montažno-demontažne je kompleksan iz razloga što se sile otpora kretanja ne mogu odrediti iz podataka o fizičkim veličinama koje definišu konstrukciju, i određenih specifičnosti u vezama nosećih elemenata. Neophodno je izvršiti odgovarajuća ispitivanja konstrukcije, i to različitih dispozicija, kako bi mogle da se snime vrednosti uticajnih veličina. Izvršena je teorijska analiza efekata uticajnih parametara uz korišćenje odgovarajuće literature. Za tumačenje učinjene analize korišćene su merene vrednosti o promeni kretanja – vibracija za most MD88 jedne dispozicije. Ispitivanje nije imalo za cilj da se rezultati iskoriste za određivanje efekata prigušenja. Zbog toga nije bilo moguće izvršiti kompleksniju proveru teorijske analize.

Izvršena analiza se može smatrati kao važan doprinos u istraživanjima efekta otpornih sila pri slobodnim vibracijama, i za dalja istraživanja u oblasti prinudnih vibracija. Pretpostavka da su pored otporne sile koja je posledica viskoznog prigušenja, prisutne i druge otporne sile je realna. S obzirom na konstruktivna rešenja mosta, radi se o otpornim silama koje su posledica konstrukcijskog prigušenja i suvog trenja.

Literatura

- [1] BRČIĆ,V. *Dinamika konstrukcija*. Građevinska knjiga, Beograd, 1976.
- [2] STIPANIĆ,E. *Viša matematika*, I deo. Građevinska knjiga, Beograd 1976.
- [3] TIMOŠENKO,S. *Vibration problems in engineering*. D. van Nostrand Companz, Inc. 1975.
- [4] J.P.DEN.HARTONG.: *Mechanical vibrations*. M Graw – Hill Book Company, 1956.
- [5] VALTZER C. HARTI, MOŠE E. RUBINŠTAJN: *Dinamika konstrukcija* (prevod sa engleskog). Beogradski grafičko-izdavački zavod, Beograd, 1973.
- [6] MAŠIĆ V., RADOVANOVIĆ R., LUKOVIĆ M.: Statička i dinamička analiza čelične motnažno-demontažne mostovske konstrukcije za železnički saobraćaj. *Naučnotehnički pregled*, 1988, vol.XLVIII, no.5, p.114-119.

Rad primljen: 31.5.2000.god.