

Raspodela laserskog zračenja reflektovanog od periodično hrapave površine objekta

Dr Žarko Barbarić, dipl.inž.¹⁾

Izvršena je analiza ugaone raspodele reflektovanog laserskog zračenja od periodično hrapave površine objekta. Analizirani su uticaji prostorne frekvencije i amplitude sinusnog oblika hrapavosti i ugla incidencije laserskog zračenja na ugaonu raspodelu modula koeficijenta refleksije. Pretpostavljene su idealno provodne refleksne površine čije su hrapavosti opisane s jednom i dve sinusoidne različite amplitude i prostornih frekvencija, u pravcu jedne ose, i različitih prostornih frekvencija u pravcu obe ose Dekartovog koordinatnog sistema. Izvedene su relacije za koeficijent refleksije za provodne površine hrapavosti sinusnog oblika, na osnovu opšte Kirchofove teorije refleksije elektromagnetnog talasa. Izvršeno je izračunavanje modula koeficijenta refleksije u funkciji uglova refleksije. Rezultati proračuna su prikazani grafički.

Cljučne reči: Refleksija, difuzna refleksija, refleksija od hrapave površine, refleksija od periodično hrapave površine.

Uvod

PRIMENA lasera zasniva se na usmerenosti i modulaciji laserskog snopa, i na prijemu i obradi reflektovanog laserskog zračenja od površine objekta. U primenama zasnovanim na prijemu i obradi reflektovanog laserskog zračenja, informacije o objektu su sadržane u raspodeli amplitude, faze i frekvencije reflektovanog signala. Raspodela amplitude reflektovanog laserskog zračenja se koristi pri merenju daljine do objekta, merenju visine, mapiranju terena, ozračavanju objekta i dr. Raspodela amplituda reflektovanog laserskog zračenja u funkciji uglova refleksije, zavisi od hrapavosti–glatkosti površine i vrste materijala objekta, polarizacije, talasne dužine i ugla incidencije elektromagnetnog talasa. Iz navedenih razloga, refleksija incidentnog laserskog zračenja od hrapave površine objekta je kompleksan problem i, u opštem slučaju, do danas nije rešena. Postoje različiti modeli za izračunavanje i analizu refleksije elektromagnetnih talasa od površine objekta za specificiranu vrstu materijala i definisanu hrapavost odnosno glatkost površine objekta [1]. Razvijeni su matematički modeli za izračunavanje refleksije laserskog zračenja, pod pretpostavkom idealno provodne sredine sa: periodičnom hrapavom strukturom [2], slučajno raspodeljenom hrapavosti Gausovog tipa i komponovanom statističkom hrapavosti [3] površine objekta. Razvijeni su postupci merenja refleksije za konkretne primene. Na primer, za merenje glatkosti optičkih komponenata koristi se metod merenja apsolutne refleksivnosti za normalnu incidenciju [4], a za procenu glatkosti metalnih površina koristi se postupak merenja sketer (difuzne) komponente refleksije [5]. Značaj istraživanja metoda za simulaciju i merenje refleksije laserskog zračenja od površine objekta pokazuje i veliki broj radova u elektronskim bazama kao npr. u [6].

U ovom radu se analizira ugaona i prostorna raspodela

amplitude reflektovanog laserskog zračenja od periodične neravne (hrapave) površine objekta na bazi skalarnе elektromagnetne teorije preuzete iz literature [1]. Pretpostavljena je hrapavost sinusnog oblika, a analizirana je ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije u zavisnosti od periode, visine hrapavosti i incidentnog ugla laserskog zračenja na površinu objekta.

Opšta Kirchofova teorija refleksije od neravne površine

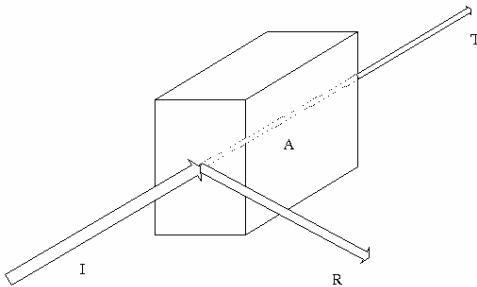
Laserski izvor generiše zračenje, čiji poprečni presek ima Gausovu raspodelu intenziteta zračenja, koji se održava pri prostiranju kroz sistem sočiva i slobodan prostor. Na površini objekta iradijansa ima, takođe, Gausovu raspodelu. Reflektovano lasersko zračenje od idealno ravne površine objekta ima Gausovu raspodelu, a ugao refleksije odgovara incidentnom uglu i simetričan je u odnosu na normalu površine objekta. Pod incidentnim uglom snopa podrazumeva se ugao između ose snopa i normale na površinu. Kako Gausov snop ima malu divergenciju reda milradijana, može da se pretpostavi da incidentno zračenje zaklapa jedinstven incidentni ugao sa normalom površine objekta.

Cilj je da se odrede ugaone raspodele reflektovanog laserskog zračenja od površine objekta. Potrebno je utvrditi koji se deo incidentnog zračenja reflektuje. Poznato je da se incidentno zračenje jednim delom reflektuje od površine objekta, apsorbuje u zapremini objekta i transmituje kroz objekat, kao što je šematski prikazano na sl.1.

Na sl.1 se vidi da se spektralna iradijansa (I) deli na tri komponente: apsorbovanu (A), reflektovanu (R) i transmitovanu (T). Ukupna spektralna incidentna iradijansa E_{λ}^I , prema sl.1, je:

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

$$E_{\lambda}^I = E_{\lambda}^R + E_{\lambda}^A + E_{\lambda}^T \quad (1)$$



Slika 1. Šematski prikaz komponenta spektralne iradijance na objektu

Ako se jednačina (1) podeli sa ukupnom incidentnom spektralnom iradijansom, dobija se:

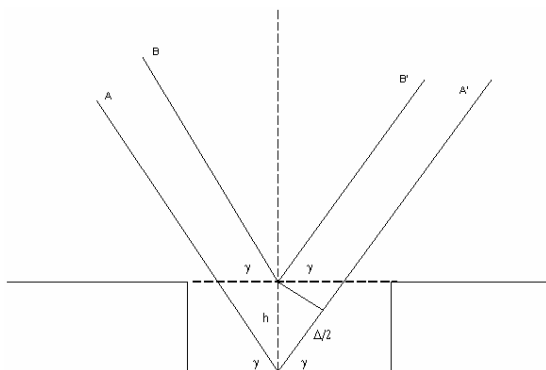
$$1 = E_{\lambda}^R / E_{\lambda}^I + E_{\lambda}^A / E_{\lambda}^I + E_{\lambda}^T / E_{\lambda}^I = r_{\lambda} + \alpha_{\lambda} + \tau_{\lambda} \quad (2)$$

Iz (2) se vidi da reflektovani deo iradijance laserskog zračenja zavisi od apsorbovane i transmitovane komponente na zadatoj talasnoj dužini, odnosno, vrednost refleksivnosti (r) zavisi od apsorptivnosti (α) i transmitivnosti (τ) na istoj talasnoj dužini. Refleksivnost posredno zavisi od vrste materijala (provodnosti, dielektrične konstante i permeabilnosti), direktno od obrade površine objekta i talasne dužine incidentnog zračenja. Za monohromatske izvore, kao što je laser, relacija (2) može da se napiše u obliku:

$$1 = r + \alpha + \tau \quad (3)$$

Za neprozračne materijale, (npr. metal, beton, drvo, zemljište), na talasnoj dužini lasera, transmitivnost se zanemaruje, pa je incidentno zračenje raspodeljeno na apsorbovano i reflektovano. U slučaju da je dominantna reflektovana komponenta u odnosu na apsorbovanu i transmitovanu, radi se o reflektoru laserskog zračenja, a idealan reflektor se definiše na osnovu relacije (3) za $r=1$ i $\alpha=\tau=0$.

Za određivanje hrapavosti, odnosno glatkosti, koristi se Rejljev kriterijum hrapavosti refleksne površine [1]. Ovaj kriterijum se određuje iz uslova razlike puteva dva paralelna zraka, koji imaju isti incidentni ugao, kao što je prikazano na sl.2.



Slika 2. Šematski prikaz refleksije dva paralelna zraka od dve ravne paralelne površine na visini h

Na sl.2 su prikazani incidentni zraci A i B, kao i njihovi

reflektovani parovi A' i B' od dve ravne površine na vertikalnom rastojanju h . Razlika puteva dva paralelna zraka AA' i BB', sa sl.2, data je relacijom:

$$\Delta l = 2h \sin \gamma = 2h \cos \theta$$

gde su: h - visina neravnine, γ - ugao između incidentnog zračenja i ravni površine objekta, a θ - ugao između incidentnog zračenja i normale na površinu ($\gamma + \theta = \pi/2$).

Fazna razlika $\Delta\varphi$ reflektovanog talasa od dve tačke na površini objekta je:

$$\Delta\varphi = k_0 \Delta l = \frac{4\pi h}{\lambda_0} \sin \gamma \quad (4)$$

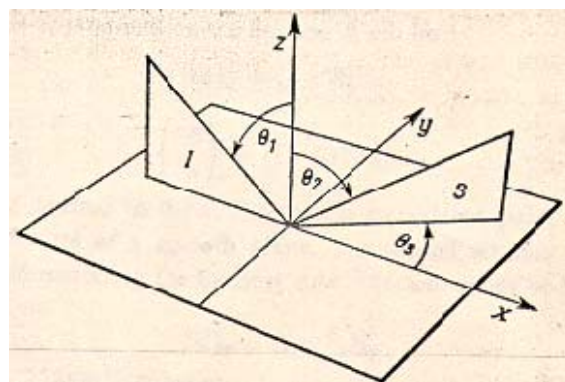
gde su: k_0 -konstanta prostiranja u slobodnom prostoru ($k_0=2\pi/\lambda_0$), λ_0 -talasna dužina incidentnog zračenja.

Iz (4) se vidi da je fazna razlika jednaka nuli, ako je visina neravnine jednaka nuli, ili ako je ugao γ jednak nuli. Prema ovom kriterijumu, površina se smatra hrapavom ako je fazna razlika reflektovanih talasa od dve tačke na površini (sl.2) veća ili jednaka $\pi/2$. Visina hrapave površine h , iz (4), data je poznatom relacijom:

$$h \geq \frac{\lambda_0}{8 \sin \gamma} \quad (5)$$

Iz (5) se vidi da visina na kojoj površina postaje hrapava zavisi od talasne dužine i ugla između incidentnog zračenja i ravni površine objekta.

Hrapavost površine, u pravougaonom koordinatnom sistemu xOy , može se predstaviti funkcijom $\zeta(x,y)$. Na sl.3 prikazana je skica ravni incidencije i ravni refleksije, sa



Slika 3. Skica ravni incidencije (I) i ravni refleksije (sketera S) [1]

incidentnim uglom θ_1 i uglovima refleksije θ_2 i θ_3 u vertikalnoj i horizontalnoj ravni, respektivno.

Koeficijent refleksije, definisan kao odnos reflektovanog električnog polja K_2 u proizvoljnom pravcu i električnog polja u spekularnom pravcu ($\theta_2=\theta_1$) K_{20} , prema [1], dat je relacijom:

$$\rho = \frac{K_2}{K_{20}} \quad (6)$$

Iz definicije koeficijenta refleksije sledi da je za idealno glatke površine reflektovano zračenje skoncentrisano oko ugla ($\theta_2=\theta_1$) i da je u opštem slučaju $1 \geq |\rho|$.

Koeficijent refleksije neravne površine, prema [1], dat je relacijom:

$$\rho^{\pm} = \pm \frac{F_3}{A} \int_{-X-Y}^X \int_{-X-Y}^Y \exp(jvr) dx dy + \frac{e(X,Y)}{A} \quad (7)$$

gde su: ρ^{\pm} - koeficijent refleksije za vertikalnu (+) i horizontalnu polarizaciju (-), \mathbf{v} i \mathbf{r} - vektori, j - imaginarna jedinica, X, Y - granice integracije projektovane površine S u x_0y ravan, a F_3 - faktor konfiguracije incidentnog ugla i uglova refleksije, $e(X,Y)/A$ - faktor korekcije koji uključuje ivični efekat, $A=4XY$ - površina od ravni S projektovana na xy ravan. Ivični efekat se može zanemariti ako je $A \gg \lambda_0$.

Radius vektor \mathbf{r} je definisan kao:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{x}_0 + y\mathbf{y}_0 + z\mathbf{z}_0 = x\mathbf{x}_0 + y\mathbf{y}_0 + f(x,y)\mathbf{z}_0 \quad (8)$$

gde su \mathbf{x}_0 , \mathbf{y}_0 i \mathbf{z}_0 jedinični vektori u x , y i z smeru, respektivno.

Vektor prostiranja \mathbf{v} se definiše kao razlika vektora prostiranja u incidentnoj ravni pod uglom θ_1 i u ravni refleksije pod uglovima θ_2 i θ_3 . Prema sl.3, komponente vektora prostiranja, su:

$$\mathbf{v} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = k_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3)\mathbf{x}_0 - k_0(\sin \theta_2 \sin \theta_3)\mathbf{y}_0 - k_0(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)\mathbf{z}_0$$

Faktor F_3 , iz (7) prema [1], dat je relacijom:

$$F_3 = \frac{1 + \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3}{\cos \theta_1 (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)} \quad (9)$$

Iz relacije (9) se vidi da je za normalno incidentno zračenje ($\theta_1=0$) $F_3=1$, a u slučaju da je $\theta_3=0$, dobija se F_2 kao funkcija incidentnog ugla θ_1 i ugla refleksije θ_2 :

$$F_2 = \frac{1 + \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\cos \theta_1 + \cos \theta_2} \sec \theta_1 \quad (10)$$

Za idealno ravne (glatke) površine incidentni ugao je jednak uglu refleksije pa je, iz (10), $F_2=1$.

Ugaona raspodela refleksije od hrapave površine sinusnog oblika

Usvojena je pretpostavka da je hrapavost ravni objekta periodična funkcija u pravcu x -ose i da se može opisati relacijom:

$$\zeta(x,y) = \zeta(x) = \zeta(x + X_0) = h \sin \frac{2\pi}{X_0} x \quad (11)$$

gde su: h - visina neravnine a X_0 - prostorna perioda neravnine u pravcu x -ose, a $1/X_0$ prostorna frekvencija.

Koeficijent refleksije iz (7), za jednodimenzionalnu hrapavost sinusnog oblika, za vertikalnu polarizaciju i $\theta_3=0$, postaje:

$$\rho(\theta_1, \theta_2) = F_2 \frac{1}{X_0} \int_0^{X_0} \exp[j(v_x x + v_y y + v_z \zeta(x))] dx \quad (12)$$

gde su komponente vektora \mathbf{v} : $v_x = k_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$, $v_y = 0$, $v_z = -k_0(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$, a ivični efekat je zanemaren.

Pošto je neravnina periodična sa periodom X_0 i proizvod $v_x X_0$ je periodična funkcija, pa je:

$$v_x X_0 = k_0 X_0 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = 2\pi m \quad (13)$$

gde je $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Iz (13) dobija se da je ugao refleksije jednak incidentnom uglu za $m=0$. Taj ugao se naziva ugao spekularne refleksije ($\theta_1=\theta_2$). U opštem slučaju, postoji više vrednosti uglova refleksije i iz (13) se dobija:

$$\theta_{2m} = \arcsin \left(\sin \theta_1 - \frac{\lambda_0}{X_0} m \right) \quad (14)$$

gde se m određuje iz relacija (13) iz uslova $|\sin \theta_{2m}| \leq 1$.

Ako se odredi v_x , iz (13), i zameni u integral (12), dobija se:

$$\rho(\theta_1, \theta_{2m}) = F_2 \frac{1}{X_0} \int_0^{X_0} \exp[j(\frac{2\pi}{X_0} mx + v_z h \sin \frac{2\pi}{X_0} x)] dx \quad (15)$$

Posle uvođenja smene $2\pi x/X_0 = t$ i sređivanja, integral (15) postaje:

$$\rho(\theta_1, \theta_{2m}) = F_2(\theta_1, \theta_{2m}) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[j(mt + v_z h \sin t)] dt \quad (16)$$

Integral iz (16) se može rešiti u zatvorenom obliku i konačno se dobija koeficijent refleksije za vertikalnu polarizaciju, od jednodimenzionalne sinusnog oblika hrapave površine, kao:

$$\rho(\theta_1, \theta_{2m}) = F_2(\theta_1, \theta_{2m}) (-1)^m J_m(hv_z) \quad (17)$$

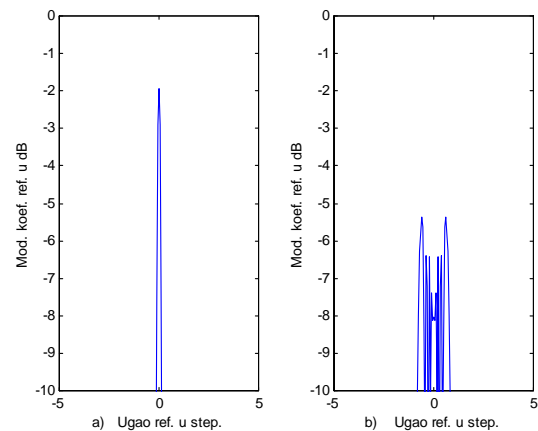
gde je $J_m(hv_z)$ Beselova funkcija prve vrste m -og reda od argumenta hv_z .

Faktor F_2 u relaciji (17) je za uglove refleksije promenljiv i iz (10) postaje:

$$F_2(\theta_1, \theta_{2m}) = \frac{1 + \cos(\theta_1 + \theta_{2m})}{\cos \theta_1 + \cos \theta_{2m}} \sec \theta_1$$

Za analizu koeficijenta refleksije od neravne površine, opisane sinusnom funkcijom duž x -ose, iskorišćena je relacija (17). Izračunat je modul koeficijenta refleksije u dB ($10 \log |\rho|$) u funkciji ugla refleksije. Rezultati su prikazani grafički za parametre: incidentni ugao (θ_1), odnos talasne dužine i periode (λ_0/X_0) i odnos visine i talasne dužine (h/λ_0).

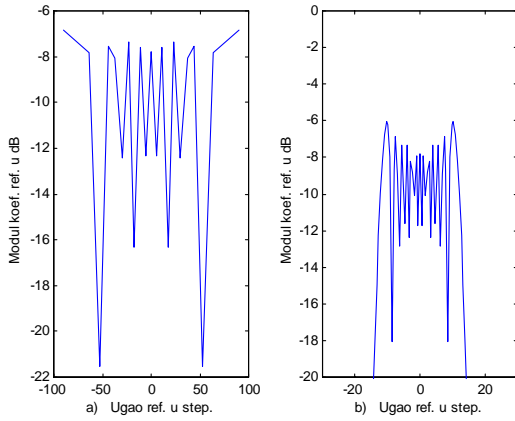
Na sl.4 prikazan je modul koeficijenta refleksije u dB u funkciji ugla refleksije za: $\theta_1=0^\circ$, $\lambda_0/X_0=0,001$ i za dve vrednosti odnosa visine i talasne dužine $h/\lambda_0=0,1$ i $h/\lambda_0=1$.



Slika 4. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije za kvazihrapave površine za: $\theta_1=0^0$ i $\lambda_0/X_0=0,001$: a) $h/\lambda_0=0,1$ i b) $h/\lambda_0=1$

Sa sl.4a se vidi da je za glatku površinu ($h/\lambda_0=0,1$) ugao refleksije jednak incidentnom uglu, što je poznato iz teorije idealnih reflektora. Uslov glatкости, za $\theta_1=0^0$, iz (5), je $h/\lambda_0 < 0,125$. Za relativno glatku površinu ($h/\lambda_0=1$) koeficijent refleksije je funkcija ugla refleksije, koji ima malo proširenje oko incidentnog ugla, što se vidi sa sl.4b. Promena ugla incidencije na glatku površinu, dovodi do promene ugla refleksije ($\theta_1=\theta_2$). Raspodela modula koeficijenta refleksije u dB oko ugla refleksije zavisi od nivoa glatкости površine, što ukazuje na mogućnost finog merenja glatкости površine objekata, na osnovu izmerene raspodele koeficijenta refleksije [7].

Da bi se izvršila analiza uticaja periode hrapavosti (neravnine) na ugaonu raspodelu koeficijenta refleksije, na sl.5 su prikazani grafici modula koeficijenta refleksije u funkciji ugla refleksije za $\theta_1=0^0$ i $h/\lambda_0=1,59$, a za dve vrednosti odnosa talasne dužine i periode neravnine $\lambda_0/X_0=0,1$ i $\lambda_0/X_0=0,01$.



Slika 5. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije hrapave površine za: $\theta_1=0^0$ i $h/\lambda_0=1,59$: a) $\lambda_0/X_0=0,1$ i b) $\lambda_0/X_0=0,01$

Iz dijagrama modula koeficijenta refleksije sa sl.5 vidi se da odnos talasne dužine i periode hrapavosti utiče na promenu ugla refleksije, i to sa povećanjem odnosa λ_0/X_0 raste širina ugaone raspodele. Poređenjem dijagrama sa sl.5 se vidi da je oko dva puta šira oblast ugla refleksije na a) nego na b) dijagramu, a odnos λ_0/X_0 je deset puta veći u slučaju a). Dakle, za konstantan odnos visine hrapavosti i talasne dužine, oblast ugla refleksije raste ako odnos talasne dužine i periode neravnine raste.

Na sl.6 prikazane su promene modula koeficijenta refleksije od periodične hrapave površine u funkciji ugla refleksije za $\theta_1=0^0$ i $\lambda_0/X_0=0,001$, a parametar je odnos visine i talasne dužine.

Poređenjem dijagrama sa slike 6a i 6b se vidi da oblast ugla refleksije zavisi od visine hrapavosti, i to sa povećanjem visine (amplitude) hrapavosti raste oblast ugla refleksije.

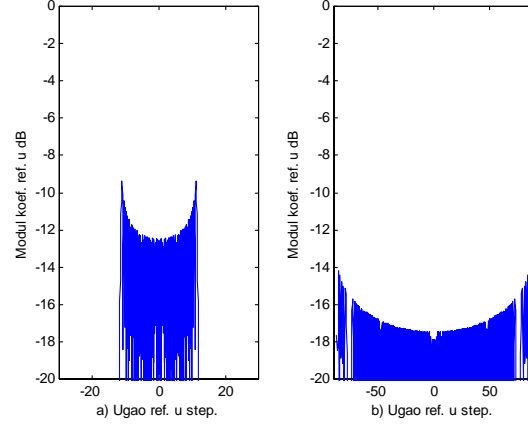
Na sl.7 su prikazani grafici ugaone raspodele modula koeficijenta refleksije za dva incidentna ugla, a za konstantne vrednosti odnosa: $\lambda_0/X_0=0,001$, $h/\lambda_0=79,5$.

Sa sl.7 se vidi, da promenom incidentnog ugla dolazi do translacije oblasti ugla refleksije. Ova translacija je direktno zavisna od incidentnog ugla na površinu objekta, što se vidi

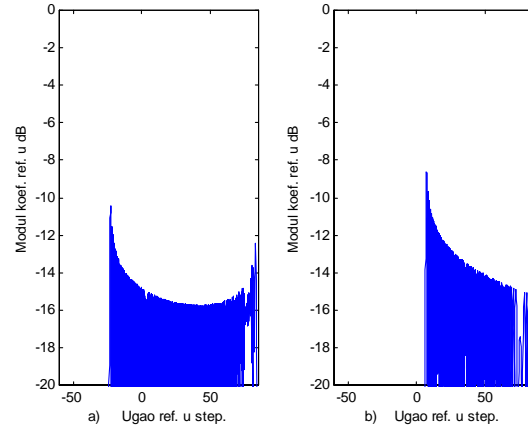
iz levih granica dijagrama na sl.7.

Hrapavost površine komponovana od sume dve sinusoide različitih prostornih frekvencija

Interesantno je razmotriti i slučaj kada je hrapavost opisana sa dve sinusoide različitih prostornih frekvencija. U ovom slučaju, neravnina je data relacijom:



Slika 6. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije od hrapave površine za: $\theta_1=0^0$, $\lambda_0/X_0=0,001$: a) $h/\lambda_0=15$ i b) $h/\lambda_0=159$



Slika 7. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije hrapave površine za: $\lambda_0/X_0=0,001$, $h/\lambda_0=79,5$: a) $\theta_1=30^0$ i b) $\theta_1=60^0$

$$\zeta(x, y) = \zeta(x) = h_1 \sin \frac{2\pi}{X_{01}} x + h_2 \sin \frac{2\pi}{X_{02}} x \quad (18)$$

U slučaju da je perioda $X_{01}=MX_{02}$, tada je prostorna kružna frekvencija druge komponente M puta veća ($\Omega_2 = M\Omega_1$) pa se relacija (18) može napisati u obliku:

$$\zeta(x) = h_1 \sin \Omega_1 x + h_2 \sin M \Omega_1 x \quad (19)$$

gde je $M=0,1,2,3,\dots$

Koeficijent refleksije iz (15) sada postaje:

$$\rho(\theta_1, \theta_{2m}) = F_2 \frac{1}{X_{01}} \cdot \int_0^{X_{01}} \exp[j(\Omega_1 m x + v_z h_1 \sin \Omega_1 x + v_z h_2 \sin M \Omega_1 x)] dx \quad (20)$$

Ako se iskoristi razvoj eksponencijalne funkcije u red, može da se napiše:

$$\exp(jv_z h_2 \sin M \Omega_1 x) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_{\nu}(v_z h_2) \exp(j\nu M \Omega_1 x) \quad (21)$$

gde je $\nu=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Uvrštavanjem (21) u (20) i posle sređivanja, dobija se koeficijent refleksije u obliku:

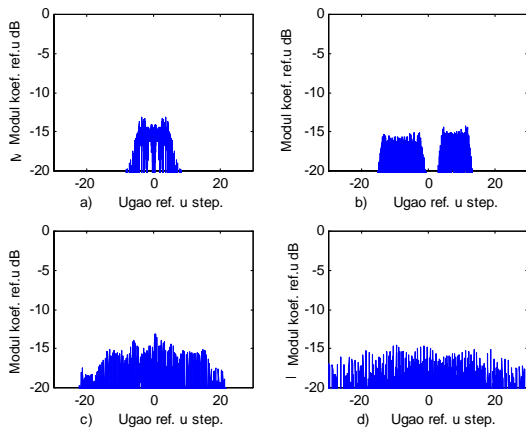
$$\rho(\theta_1, \theta_{2m}) = F_2 \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_{\nu}(v_z h_2) \frac{1}{X_{01}} \cdot \int_0^{X_{01}} \exp[j\Omega_1 x(m + \nu M)] \exp(jv_z h_1 \sin \Omega_1 x) dx \quad (22)$$

Posle uvođenja smene $\Omega_1 x = u$, integral iz (22) ima isti oblik kao i integral u (16) pa se može rešiti u zatvorenom obliku. Konačno, za koeficijent refleksije od jednodimenzionalne superponirane sinusoidalne hrapavosti je:

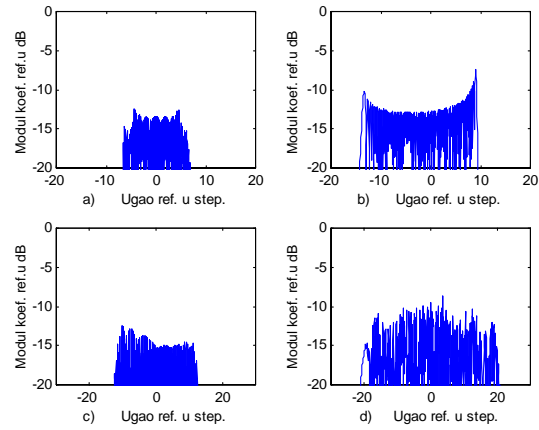
$$\rho(\theta_1, \theta_{2m}) = F_2 \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} (-1)^{m+\nu M} J_{\nu}(v_z h_2) J_{m+\nu M}(v_z h_1) \quad (23)$$

Relacija (23) pokazuje, da je koeficijent refleksije jednak sumi proizvoda Beselovih funkcija prve vrste ν -tog i $(m + \nu M)$ -tog reda od proizvoda komponente vektora prostiranja v_z i visina hrapavosti h_1 i h_2 , respektivno.

U cilju analize uticaja odnos harmonika prostorne frekvencije neravnine ($M = \Omega_2 / \Omega_1$) na opseg uglova refleksije, na sl.8. je prikazan modul koeficijenta refleksije u dB za $M=1, 2, 4, 8$. Visina hrapavosti osnovne neravnine jednaka je visini hrapavosti harmonika ($h_1 = h_2$), incidentni ugao je nula, a odnos talasne dužine i osnovne periode ($\lambda_0 / X_{01} = 0,001$).



Slika 8. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije od hrapave površine za: $\theta_1=0^0$, $\lambda_0/X_{01}=0,001$, $h_1/\lambda_0=h_2/\lambda_0=15,9$: a) $M=1$, b) $M=2$, c) $M=4$ i d) $M=8$



Slika 9. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije od hrapave površine za: $\theta_1=0^0$, $\lambda_0/X_{01}=0,001$; a) $M=2$, $h_1/\lambda_0=15,9$ i $h_2/\lambda_0=1,59$; b) $M=2$, $h_1/\lambda_0=1,59$ i $h_2/\lambda_0=15,9$, c) $M=4$, $h_1/\lambda_0=15,9$ i $h_2/\lambda_0=1,59$, d) $M=8$, $h_1/\lambda_0=1,59$ i $h_2/\lambda_0=15,9$

Sa sl.8 se vidi da se povećava širina oblasti ugla refleksije sa povećanjem prostorne frekvencije harmonika u odnosu na osnovnu prostornu frekvenciju neravnine ($\Omega_2 = M \Omega_1$). Treba primetiti da su, u ovom primeru, visine hrapavosti jednake ($h_1 = h_2$).

Na sl.9 su prikazani dijagrami modula koeficijenta refleksije u funkciji ugla refleksije za: $h_1=10h_2$ i $h_1=0,1h_2$ za $M=2$ i 8.

Sa sl.9 se vidi da do proširenja oblasti ugla refleksije dolazi za $h_2=10h_1$ za obe vrednosti odnosa prostornih frekvencija osnovnog i viših harmonika ($M=2$ i $M=8$). Poređenjem dijagrama sa sl.9, vidi se da dijagram a) za: $M=2$, $h_1/\lambda_0=15,9$ i $h_2/\lambda_0=1,59$ ima manji opseg ugla nego kriva sa dijagrama b) za: $M=2$, $h_1/\lambda_0=1,59$ i $h_2/\lambda_0=15,9$. Ovo proširenje opsega ugla refleksije za $h_2 > h_1$ vidi se poređenjem dijagrama c) i d), koje su dobijeni za $M=8$.

Hrapavost duž obe ose sinusnog oblika različitih prostornih frekvencija

Pretpostavimo da je hrapavost površine objekta data u obliku:

$$\zeta(x, y) = h \sin\left(\frac{2\pi}{X_0} x + \frac{2\pi}{Y_0} y\right) = h \sin(\Omega_x x + \Omega_y y) \quad (24)$$

gde su: h - visina neravnine a Ω_x i Ω_y kružne prostorne frekvencije neravnine u x i y pravcu, respektivno.

Opšti izraz za refleksivnost iz (7), ako se ivični efekti zanemare za vertikalnu polarizaciju, postaje:

$$\rho(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{F_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{X_0 Y_0} \int_0^{X_0} \int_0^{Y_0} \exp(j\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}) dx dy \quad (25)$$

Komponente vektora \mathbf{v} pomnožene prostornim periodama postaju $X_0 v_x = 2\pi m$ i $Y_0 v_y = 2\pi n$, gde su m i n celi brojevi ($m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ i $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$). Iz izraza za komponente vektora \mathbf{v} , može da se napiše:

$$\begin{aligned} v_x X_0 &= 2\pi m = k_0 X_0 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ v_x Y_0 &= 2\pi n = -k_0 Y_0 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \end{aligned} \quad (26)$$

Iz jednačina (26) dobijaju se vrednosti m i n za koje su realne vrednosti uglova refleksije:

$$\theta_3(m, n) = \arctg \frac{np_y}{\sin \theta_1 - mp_x} \quad (27)$$

$$\theta_2(m, n) = \arcsin \frac{np_y}{\sin \theta_3(m, n)}$$

gde su: $p_x = \lambda_0/X_0$ i $p_y = \lambda_0/Y_0$.

Posle zamena $v_x = m\Omega_x$ i $v_y = n\Omega_y$, iz (26), i uvođenja smena $u = \Omega_x x$ i $v = \Omega_y y$ integral iz (25) postaje:

$$\rho(\theta_1, \theta_{2m,n}, \theta_{3m,n}) = F_3(\theta_1, \theta_{2m,n}, \theta_{3m,n}) \frac{1}{4\pi^2} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[(jmu + jnv) + jv_z h \sin(u+v)] dudv \quad (28)$$

gde je $v_z = -k_0(\cos \theta_1 + \cos \theta_{2m,n})$.

Relacija (28) predstavlja opšti izraz za koeficijent refleksije u integralnoj formi. Ako se iskoristi aproksimativni izraz za razvoj u red podintegralne eksponencijale funkcije:

$$\exp(jv_z h \sin(u+v)) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} J_v(v_z h) \exp(j(u+v)),$$

gde je v celi broj, dvostruki integral iz (28) se svodi na dva jednostruka. Posle uvođenja navedene aproksimacije, rešavanja jednostrukih integrala po u i v i sređivanja, dobija se:

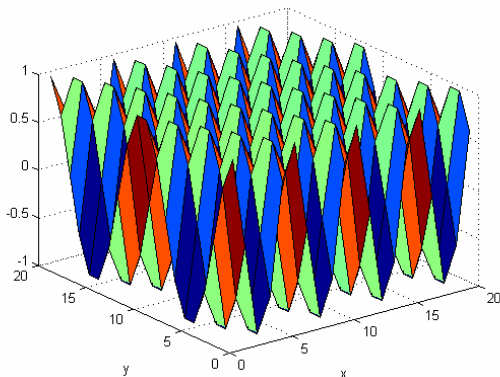
$$\rho(\theta_1, \theta_{2m,n}, \theta_{3m,n}) = F_3(\theta_1, \theta_{2m,n}, \theta_{3m,n}) \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} J_v(hv_z) \frac{\sin(2\pi(m+v))}{2\pi(m+v)} \frac{\sin(2\pi(n+v))}{2\pi(n+v)} \quad (29)$$

Relacija (29) pokazuje da je rešenje trivijalno ($\rho=0$) za $m+v \neq 0$ i $n+v \neq 0$, odnosno da je $\rho \neq 0$ za $m=n=-v$, pa se dobija konačan izraz za koeficijent refleksije:

$$\rho(\theta_1, \theta_{2m=n}, \theta_{3m=n}) = F_3(\theta_1, \theta_{2m=n}, \theta_{3m=n}) J_{m=n}(hv_z) \quad (30)$$

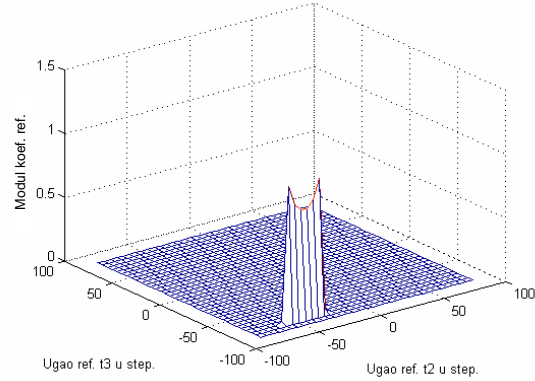
gde se granice za m i n određuju iz relacije (26) i koriste se vrednosti $m=n$.

Relacija (30) je iskorišćena za analizu ugaone raspodele modula koeficijenta refleksije od dvodimenzionalne sinusne hrapavosti površine objekta. Ilustracije radi, na sl.10 je prikazana hrapava površina objekta data relacijom (24) za normalizovane vrednosti: amplitude $h=1$ i prostornih frekvencija $1/X_0=0,1$ i $1/Y_0=0,2$ u x i y pravcu, respektivno.

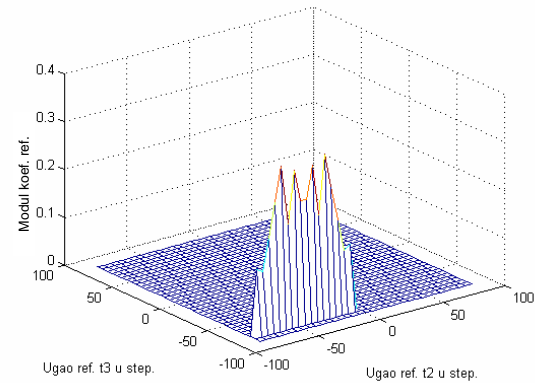


Slika 10. Prikaz hrapavosti sinusnog oblika za normalizovane parametre: $h=1$ $X_0=10$, $Y_0=5$

Na sl.11 je prikazan modul koeficijent refleksije, iz relacije (30), za incidentni ugao $\theta_1=0^\circ$, odnos talasne dužine i periode duž obe ose $\lambda_0/X_0=0,01$ i $\lambda_0/Y_0=0,02$, a odnos visine neravnine i talasne dužine je parametar.



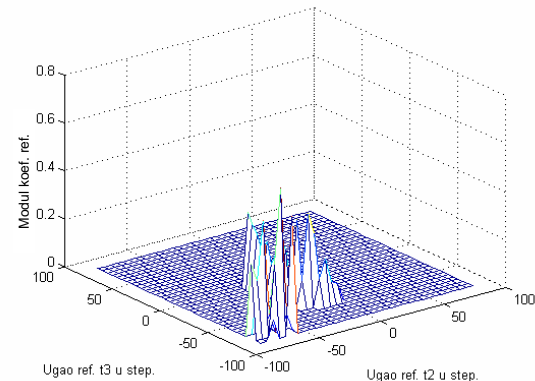
a)



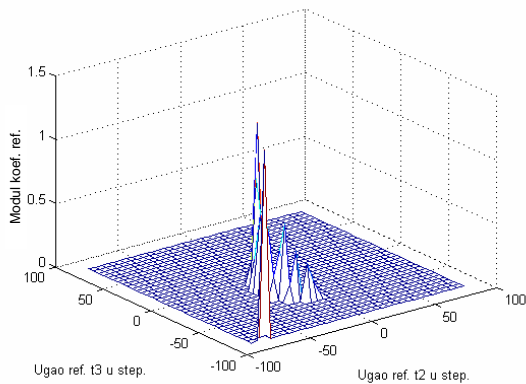
b)

Slika 11. Modul koeficijenta refleksije za: $\theta_1=0^\circ$, $\lambda_0/X_0=0,01$, $\lambda_0/Y_0=0,02$; a) $h/\lambda_0=1,59$ i b) $h/\lambda_0=15,9$

Podređenjem dijagrama a) i b) sa sl.11 se vidi, da se sa povećanjem visine dvodimenzionalne sinusne hrapavosti proširuje opseg prostorne raspodele modula koeficijenta refleksije.



a)



b)

Slika 12. Modul koeficijenta refleksije za: $\lambda_0/X_0=\lambda_0/Y_0=0,01$, $h/\lambda_0=15,9$, a) $\theta_i=30^\circ$ i b) $\theta_i=60^\circ$

Na slici 12 prikazana je prostorna raspodela modula koeficijenta refleksije za incidentne uglove 30° i 60° , a za odnos visine i talasne dužine $h/\lambda_0=15,9$, i jednake odnose talasne dužine i periode hrapavosti ($\lambda_0/X_0=\lambda_0/Y_0=0,01$) duž obe ose pravougaonog koordinatnog sistema.

Poređenjem dijagrama a) i b) sa slike 12 vidi se da promena incidentnog ugla menja prostornu raspodelu modula koeficijenta refleksije.

Zaključak

Analiza ugaone raspodele modula koeficijenta refleksije laserskog zračenja od sinusnog oblika hrapave površine pokazuje da je dominantna difuzna (scatter) u odnosu na spekularnu komponentu refleksije. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije zavisi od periode i visine hrapavosti sinusnog oblika, kao i od incidentnog ugla laserskog zračenja. Odnos talasne dužine incidentnog zračenja i periode hrapavosti utiče na oblast uglova refleksije, i to sa povećanjem ovog odnosa (smanjenjem periode hrapavosti) povećava se oblast ugla refleksije. Takođe, sa povećavanjem odnosa visine hrapavosti i talasne dužine incidentnog zračenja povećava se oblast ugla refleksije. Ugaona raspodela modula koeficijenta refleksije se menja i sa promenom incidentnog ugla laserskog zračenja na hrapavu površinu. Za normalnu incidenciju laserskog zračenja ugaona raspodela modula koeficijenta

refleksije je simetrična u odnosu na incidentni ugao. Međutim, granice ugaone raspodele modula koeficijenta refleksije se menjaju sa promenom incidentnog ugla.

Ugaone raspodele modula koeficijenta refleksije od hrapave površine, čija je hrapavost komponovana od dve sinusoide različitih prostornih frekvencija pokazuju, da aperiodična hrapavost površine proširuje oblast ugla refleksije u odnosu na periodičnu hrapavost.

Izvršena je kratka, nepotpuna analiza modula koeficijenta refleksije od dvodimenzionalne periodične hrapave površine. Analiza pokazuje, da se oblasti uglova modula koeficijenta refleksije značajno menjaju sa promenom odnosa visine hrapavosti i talasne dužine incidentnog zračenja. Prostorne periode dvodimenzionalne hrapavosti površine određuju tačke na površini sa kojih je moguća refleksija, odnosno za koje je modul koeficijenta refleksije veći od nule.

U narednim radovima autora će biti analizirana refleksivnost laserskog zračenja od periodične i aperiodične determinističke i statističke 2-D hrapavosti površine objekta, na osnovu matematičkih modela i rezultata merenja koeficijenta refleksivnosti od realnih modela objekta.

Literatura

- [1] BACKMANN,P., SPIZZICHINO,A. *The scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surface*. Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1963.
- [2] WALSH,J., SRIVASTAVA,S.K. *Rough surface propagation and scatter 1. General formulation and solution for periodic surface*. Copyright 1987. by the American Geophysical Union, p.193-205.
- [3] FUNG,A.K.,CHEN,M.F. Numerical simulation of scattering from simple and composite random surface. *Optical Society of America* 1985, vol.2, no.12, p.2274-2284.
- [4] RAM,R.S., PRAKASH,O., SINGH,J., VARMA,S.P. Absolute reflectance measurement at normal incidence. *Optical Laser Technology*, 1990, vol.22, no.1, p.51-55.
- [5] VORBURGER,T.V., MARX,E., LETTIERI,T.R. Regimes of surface roughness measurable with light scattering. *Applied Optics*, 1993, vol.32, no.19, p.3401-3407.
- [6] Alta Vista-Web Results, Optical scattering from rough surface, 2000, p.20.
- [7] NIKOLIĆ,M. *Modeliranje i merenje refleksivnosti optičkog zračenja hrapave površine*. magistarski rad, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2000.

Rad primljen: 27.9.2000.god.