

UDK: 533.6.07(047)=861  
 COSATI: 20-04, 20-12, 14-02

## Postupak za određivanje inercijalnih i geometrijskih parametara sonde napadnog ugla aviona za zahtevano prigušenje

Dr Mirko Kozić, dipl.inž.<sup>1)</sup>

Istraživanje obuhvata postupak za određivanje prigušenja sonde za merenje napadnog ugla aviona malih brzina, analizu uticaja inercijalnih i geometrijskih parametara na prigušenje, čime je znatno olakšano konstruisanje sonde koja će imati zahtevano prigušenje. Na ovaj način se broj aerotunelskih ispitivanja svodi na minimum, jer je potrebno samo verifikovati izabranu sondu

*Ključne reči:* Sonda napadnog ugla, kvazistacionarno strujanje, aeroelastičnost, slobodne prigušene oscilacije, prigušenje.

### Uvod

**R**EZULTATI aerotunelskih ispitivanja sonde za merenje napadnog ugla aviona malih brzina pokazali su da se izvedena sonda ne može da koristi kao merni uređaj na avionu, jer je prigušenje bilo nedovoljno, a frekvencija slobodnih prigušenih oscilacija sonde bila je bliska frekvenciji prvog elastičnog moda krila. U slučaju ugradnje ovakve sonde, postojala bi mogućnost pojave rezonance oscilovanja sonde i aviona.

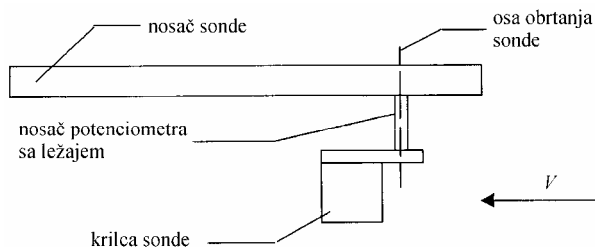
Ovo je zahtevalo modifikaciju sonde na osnovu analize uticaja inercijalnih i geometrijskih parametara na prigušenje. Izložen je numerički postupak u kome se polazi od modela dvodimenzijskog kvazistacionarnog strujanja oko aeroprofila koji osciluje sa dva stepena slobode kretanja. Kako je sonda izvedena kao uzgonska površina male vitkosti, to je uticaj krajeva krilca sonde, koji unose efekte trodimenzijskog strujanja, uzet u obzir modifikovanjem gradijenata uzgona i momenta oko napadne ivice. Kako je sonda obrtna oko ose upravne na ravan simetrije aviona, pokazano je da su ispunjeni uslovi pod kojima se njeno kretanje u prelaznom procesu može analizirati kao kvaziperiodično oscilovanje sa jednim stepenom slobode kretanja pri malom prigušenju srazmernom brzini. U dobijenom izrazu za prigušenje analiziran je uticaj promene pojedinih geometrijskih parametara pri fiksiranju tetivi krilca sonde, a efekat promene vitkosti, gradijenata uzgona i momenta oko napadne ivice, implicitno je obuhvaćen sa promenom razmaha.

### Postupak merenja

Sonda za merenje napadnog ugla aviona malih brzina, prikazana na sl.1, funkcioniše na sledeći način.

Krilce sonde (obrotno oko ose upravne na ravan simetrije aviona), u odnosu na pravac neporemećene struje, zauzima položaj pri kome je rezultujući moment težine i aerodinamičkih sila jednak nuli za osu obrtanja. Kako je

aeroprofil krilca simetričan, a težište obrtnog dela sonde se nalazi na osi obrtanja, pravac tetive krilca će se poklapati sa pravcem neporemećene struje. Na ovaj način sonda pokazuje ugao između pravca neporemećene struje i referentnog pravca, odnosno napadni ugao aviona.



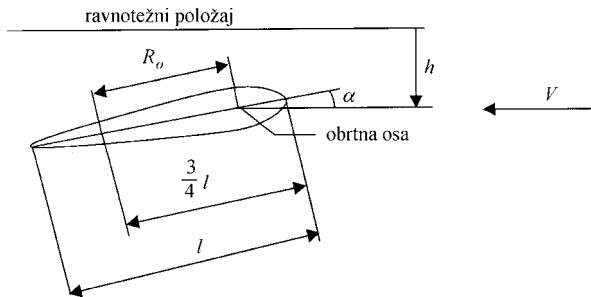
Slika 1. Šematski prikaz horizontalne projekcije sonde napadnog ugla aviona malih brzina

U analizi za određivanje prigušenja u prelaznom procesu pri obrtanju sonde, polazi se od modela kvazistacionarnog dvodimenzijskog strujanja nestišljivog fluida. Pri oscilatornoj promeni napadnog ugla aeroprofila, postoji veće ili manje fazno pomeranje između trenutnih vrednosti napadnog ugla i koeficijenta uzgona. Fazno pomeranje se povećava porastom redukovane frekvencije date kao  $k = \omega l / 2V$ , gde su:  $\omega$  - kružna frekvencija,  $l$  - tetiva aeroprofila a  $V$  - intenzitet brzine neporemećene struje. Sonda osciluje frekvencijom  $\nu \approx 20$  Hz, tako da je redukovana frekvencija mala, reda veličine  $k \approx 0.07$ . U tom slučaju fazno pomeranje je malo i problem se može razmatrati kao kvazistacionaran, što znači da trenutne vrednosti napadnog ugla i ugaone brzine određuju trenutne vrednosti aerodinamičkih koeficijenata.

Krilce sonde je izvedeno kao pravougaono krilo male vitkosti, tako da je uticaj strujanja oko krajeva krila, koje unosi efekte trodimenzijskog strujanja, obuhvaćen korekcijama gradijenata koeficijenta uzgona i koeficijenta momenta oko napadne ivice.

<sup>1)</sup> Vojnotehnički institut VJ, 11000Beograd, Katanićeva 15

Razmatranje je započeto time što se na krilcu sonde izdvaja strip jedinične širine sa dva stepena slobode kretanja; translacijom usled savijanja merenoj na obrtnoj osi i označenoj sa  $h$  (pozitivno nadole) i obrtanjem oko obrtne ose označenim sa  $\alpha$  (pozitivno u propinjanju), slika 2. Strujanje oko stripa se razmatra kao dvodimenzijnsko.



Slika 2. Model kvazistacionarnog dvodimenzijnskog strujanja oko aeroprofila sa dva stepena slobode kretanja

Jednačine kretanja izdvojenog stripa dobijaju se razmatranjem ravnoteže inercijalnih, aerodinamičkih i elastičnih sila i momenata. Pri zakretanju krila vezanog za trup mora se uzeti u obzir i torziona krutost krila, dok se u razmatranom problemu krilca sonde koje se obrće oko neke ose, javlja otpor obrtanju usled trenja na vezi osovine krilca i njenog nosača. Taj otpor može da se zanemari jer je veza osovine i nosača ostvarena preko kotrljajućeg ležaja, a pod dejstvom trenja amplituda oscilacija opada po zakonu aritmetičke progresije, dok je u slučaju otpora proporcionalnog brzini, koji se javlja u razmatranom problemu, prigušenje znatno veće i amplituda oscilacija opada po zakonu geometrijske progresije.

Izjednačanjem inercijalne i momente sile sa zbirom elastičnih i aerodinamičkih sila i momenata, dobija se sistem jednačina kretanja stripa u obliku:

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S\ddot{\alpha} + hK_h &= -R_z \\ S\ddot{h} + J\ddot{\alpha} &= M_o \end{aligned} \quad (1)$$

gde su:  $m$ - masa stripa,  $S$ - statički moment mase za obrtnu osu,  $J$ - moment inercije mase za osu obrtanja,  $K_h$ - ekvivalentna krutost opruge koja predstavlja savojnu krutost stripa,  $R_z$ - sila uzgona na stripu i  $M_o$ - aerodinamički moment stripa oko ose obrtanja. Kako se razmatra dvodimenzijnsko strujanje, to su  $h$  i  $\alpha$  funkcije samo od vremena.

Raspored masa na obrtnom delu sonde podešen je tako da osa obrtanja prolazi kroz težište, pa je statički moment mase  $S$  jednak nuli. Zamenjujući iz [1] izraze za silu uzgona i moment oko ose obrtanja, sistem jednačina (1) postaje:

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + K_h h + \frac{\rho V^2}{2} l \frac{dC_z}{d\alpha} \left( \alpha + \frac{1}{V} \dot{h} + \frac{1}{V} R_o \dot{\alpha} \right) &= 0 \\ J\ddot{\alpha} + \frac{\rho V^2}{2} l^2 \left[ \frac{l\pi}{8V} \dot{\alpha} - \left( R_o - \frac{l}{2} \right) \frac{dC_z}{d\alpha} \left( \alpha + \frac{1}{V} \dot{h} + \frac{1}{V} R_o \dot{\alpha} \right) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

gde su:  $\rho$ - gustina vazduha,  $l$ - tetiva krilca a  $R_o$ - rastojanje ose obrtanja od tačke na 3/4 tetive krilca sonde.

Drugi i treći član u izrazu unutar male zagrade u prvoj jednačini sistema (2) predstavljaju ugao povijanja struje na 3/4 tetive krilca, indukovan translacijom i rotacijom stripa. U modelu kvazistacionarnog kretanja uzeti su u obzir sila i moment koji nastaju usled cirkulacije, a zanemaruju se oni

koji zavise od "pridruženih masa", odnosno čije nastajanje nije uzrokovano cirkulacijom. Ovo je opravdano za male vrednosti redukovane frekvencije koje se javljaju u razmatranom problemu.

Za proširenje analize na trodimenzijnsko strujanje oko krilca malog razmaha, potrebno je da se modifikuje sistem jednačina (2). Prvo, pomeranje pri translaciji je funkcija vremena i koordinate duž razmaha, tj.  $h = h(y, t)$ , dok ugao obrtanja  $\alpha$  ostaje samo funkcija vremena jer se krilce sonde slobodno obrće oko ose obrtanja. Drugo, gradijent koeficijenta uzgona je uzet na osnovu krive date u [2] za pravougaono uzgonsku površinu. Kako krilce sonde predstavlja uzgonsku površinu čija je vitkost između 1 i 3, gradijent koeficijenta uzgona aproksimiran je u radu izrazom:

$$\frac{dC_z}{d\alpha} = -\lambda \quad (3)$$

gde je  $\lambda$ - vitkost, koja se za pravougaono krilce može izraziti kao količnik razmaha  $b$  i tetive  $l$ , tj.  $\lambda = b/l$ . Znak minus stoji jer je smer ose  $z$  nadole pozitivan. Takođe, modifikovana je i vrednost gradijenta koeficijenta momenta oko napadne ivice na osnovu njegove veze sa gradijentom koeficijenta uzgona. Ova aproksimacija omogućuje da se dobije jednostavan izraz za prigušenje u kome se jasno vidi uticaj pojedinih parametara.

Uvođenjem navedenih modifikacija, sistem (2) postaje:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + h \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( EI \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho V^2}{2} b^2 \left( \alpha + \frac{1}{V} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{V} R_o \dot{\alpha} \right) &= 0 \\ J\ddot{\alpha} + \frac{\rho V^2}{2} b^2 \left[ \frac{1}{16\lambda^2 V} \dot{\alpha} + \left( R_o - \frac{l}{2} \right) \left( \alpha + \frac{1}{V} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{V} R_o \dot{\alpha} \right) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Sistem (4) je aerodinamički spregnut. Članovi  $R_o \dot{\alpha}$  i  $\partial h(y, t) / \partial t$  obuhvataju prigušenje pri rotaciji i translaciji. Translatorno pomeranje na kraju krilca sonde usled savijanja je zanemarljivo malo, dok je rotacija oko ose obrtanja slobodna, pa se prigušenje pri translaciji može zanemariti u odnosu na prigušenje pri rotaciji. Uzimajući ovo u obzir, sistem jednačina (4) dobija sledeći oblik:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + h \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( EI \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho V^2}{2} b^2 \left( \alpha + \frac{1}{V} R_o \dot{\alpha} \right) &= 0 \\ J\ddot{\alpha} + \frac{\rho V^2}{2} b^2 \left[ \frac{1}{16\lambda^2 V} \dot{\alpha} + \left( R_o - \frac{l}{2} \right) \left( \alpha + \frac{1}{V} R_o \dot{\alpha} \right) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Zanemarivanjem prigušenja pri translaciji, u drugoj jednačini sistema jednačine (5) figuriše samo ugao obrtanja  $\alpha(t)$ , posle čijeg određivanja može da se odredi pomeranje  $h(y, t)$  iz prve jednačine.

Pošto se traži prigušenje pri obrtanju krilca sonde, razmatra se samo druga jednačina, koja može da se napiše u obliku:

$$J\ddot{\alpha} + r\dot{\alpha} + c\alpha = 0 \quad (6)$$

gde su  $r$  i  $c$  dati kao:

$$r = \frac{\rho}{2} V b^2 \left[ R_o \left( R_o - \frac{l}{2} \right) + \frac{1}{16\lambda^2} \right] \quad (7)$$

$$c = \frac{\rho}{2} V^2 b^2 \left( R_o - \frac{l}{2} \right) \quad (8)$$

Ako se uvedu smene  $c/J = k^2$  i  $r/J = 2n$ , jednačina (6) postaje:

$$\ddot{\alpha} + 2n\dot{\alpha} + k^2\alpha = 0 \quad (9)$$

Ovo je homogena diferencijalna jednačina slobodnih prigušenih oscilacija pod dejstvom prigušenja proporcionalnog brzini. Kako se radi o malom prigušenju, to će koreni karakteristične jednačine biti konjugovano kompleksni, pa krilce sonde vrši prividno periodično kretanje. Brzina kojom se oscilacije prigušuju, odnosno prigušenje, dato je u [3], izrazom:

$$\zeta = \frac{n\pi}{\sqrt{k^2 - n^2}} = \frac{\pi}{\sqrt{4c \frac{J}{r^2} - 1}} \quad (10)$$

Zamenjujući izraze za  $r$  i  $c$  iz jednačina (7 i 8), prigušenje dobija oblik:

$$\zeta = \frac{\pi}{2 \sqrt{J \frac{\rho}{2} b^2 \left[ R_O \left( R_O - \frac{l}{2} \right) + \frac{1}{16\lambda^2} \right]}} \quad (11)$$

### Rezultati istraživanja

U analizi uticaja inercijalnih i geometrijskih parametara sonde na prigušenje polazi se od jednačine (11). Da bi se uočio uticaj pojedinih parametara, fiksirana je vrednost tetive krilca sonde, a varirani su razmah i rastojanje krilca od ose obrtanja. Promenama vrednosti ova dva parametra, implicitno su obuhvaćene i promene vitkosti, aerodinamičkih karakteristika krilca i momenta inercije mase sonde za osu obrtanja.

Promenom razmaha krilca sonde  $b$  (pri fiksiranoj tetivi  $l$ ) menja se vitkost, a menjaju se i aerodinamičke karakteristike krilca, jer gradijenti uzgona i momenta oko napadne ivice zavise od vitkosti. Takođe i moment inercije mase je linearna funkcija razmaha (za konstantan poprečni presek krilca duž razmaha), tako da je prigušenje  $\zeta \sim \sqrt{b}$ . Ovo se jasno vidi iz table 1, gde se za dvostruko povećanje razmaha (pri konstantnom  $R_O = 0.0275$ ), prigušenje povećava za približno  $\sqrt{2}$ .

**Tabela 1.** Zavisnost prigušenja sonde od razmaha pri konstantnom rastojanju krilca sonde od ose obrtanja

$b$ (m)	0.0350	0.0420	0.0480	0.0525	0.0560	0.0630	0.0700
$\zeta$	0.1249	0.1368	0.1463	0.1530	0.1581	0.1677	0.1768

Promenom rastojanja  $R_O$ , menja se, moment inercije mase za osu obrtanja, i koeficijent prigušenja  $r$  u prigušnom članu jednačine (6). Promena prigušenja sa promenom  $R_O$  (za konstantan razmah  $b = 0.048$  m) data je u tabeli 2, iz koje se vidi da prigušenje ima minimum za vrednost rastojanja označenu sa  $R_{OK}$ .

**Tabela 2.** Zavisnost prigušenja sonde od rastojanja krilca sonde od ose obrtanja, pri konstantnom razmahu

$R_O$ (m)	0.0185	0.0200	0.0210	0.0224	0.0275	0.0300	0.0400
$\zeta$	0.1903	0.1487	0.1418	0.1391	0.1463	0.1520	0.1752

Kada se  $R_O$  povećava u odnosu na  $R_{OK}$ , iz table 2 vidi se da je  $\zeta \sim \sqrt{R_O/R_{OK}}$ , jer brže raste uticaj koeficijenta prigušenja od uticaja povećanja momenta inercije mase za osu obrtanja. Pri smanjivanju  $R_O$  u odnosu na  $R_{OK}$ , prigušenje raste, jer se pored konstantne vrednosti prigušnog sprega na napadnoj ivici, smanjuje moment inercije mase za osu obrtanja.

Izloženim postupkom definisani su inercijalni i geometrijski parametri sonde koja je konstruisana, a zatim testirana u aerotunelu. Za brzinu vazduha u aerotunelu  $V = 50$  m/s, eksperimentalno su dobijene vrednosti prigušenja  $\zeta = 0.1536$  i frekvencije  $\nu = 15.66$  Hz. Izloženim postupkom dobijene su vrednosti prigušenja  $\zeta = 0.1463$  i učestanosti  $\nu = 16.84$  Hz. Poređenjem sa rezultatima eksperimenta, vidi se da je kod prigušenja razlika 4.7%, a kod frekvencije 7.0%. Ova razlika se javlja ne samo zbog aproksimacija uvedenih u matematički model koji opisuje ponašanje stvarne sonde u prelaznom procesu, već i što je moment inercije mase sonde za osu obrtanja određen aproksimativno.

### Zaključak

Izložen je postupak za analizu uticaja inercijalnih i geometrijskih parametara na prigušenje sonde napadnog ugla za avione malih brzina. Ovaj postupak znatno je olakšao i ubrzao izbor parametara kojima se postiže dovoljno prigušenje. Time se, znatno olakšava konstruisanje sonde sa željenim prigušenjem, a aerotunelska ispitivanja potrebna su samo radi provere i verifikacije izabrane sonde.

Na osnovu rezultata izloženog postupka izabrani su parametri i konstruisana je sonda koja je dala zadovoljavajuće prigušenje. Poređenje sa rezultatima aerotunelskih ispitivanja pokazalo je dobro slaganje.

### Literatura

- [1] FUNG, Y.C. *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. John Wiley & Sons, 1955.
- [2] SCHLIHTING, H., TRUCKENBROD, E. *Aerodynamics of the Airplane*. McGraw-Hill International Book Company, 1976.
- [3] RAŠKOVIĆ, D. *Teorija oscilacija*. Naučna knjiga, Beograd, 1957.

Rad primljen: 24.3.2000.god.