

Sinteza autopilota propinjanja rakete sa izrazito nestacionarnim dinamičkim parametrima

Dr Danilo Čuk, dipl. inž.¹⁾
Mr Slobodan Mandić, dipl.inž.¹⁾

Istraživanje obuhvata postupak sinteze autopilota propinjanja za raketu sa izrazito promenljivim dinamičkim parametrima koji obuhvataju i mogućnost statičke nestabilnosti aerodinamičke konfiguracije. Razmatrane su dve varijante: sa i bez sintetičke povratne veze po ugaonoj brzini propinjanja rakete. Pored dinamičkih derivativa rakete kao funkcija vremena, ulazni podaci za sintezu su željene karakteristike autopilota: vremenska konstanta aperioidičkog kašnjenja, faktor relativnog prigušenja i presečna frekvencija pojačanja otvorenog kola. Verifikacija sintezom određenih faktora pojačanja izvršena je numeričkom simulacijom autopilota u različitim vremenskim trenucima za različite visine leta rakete.

Ključne reči: Autopilot rakete, upravljanje, sinteza autopilota, statička nestabilnost rakete.

Korišćene oznake i simboli

a_z	- normalno ubrzanje (specifična sila) rakete	T_γ, ζ_γ	- vremenska konstanta i faktor relativnog prigušenja u brojiocu funkcije prenosa $\Delta a_z / \Delta \eta$
a'_z	- normalno ubrzanje (specifična sila) koje meri akcelerometar	T'_γ, ζ'_γ	- vremenska konstanta i faktor relativnog prigušenja u brojiocu funkcije prenosa $\Delta a'_z / \Delta \eta$
a_{zd}	- zahtevano normalno ubrzanje	U_k	- aksijalna komponenta brzine rakete
H	- visina leta rakete	u_c	- komanda (signal vođenja)
K	- faktor pojačanja autopilota ($\Delta a_z / \Delta a_{zd}$)	z_x	- $\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial x}$ - derivativ ubrzanja rakete po veličini x (m – masa rakete, Z – normalna sila)
K_A	- faktor pojačanja autopilota ($\Delta a_z / u_c$)	W_f	- funkcija prenosa povratne veze autopilota
K_O	- faktor pojačanja otvorenog kola	W_0	- funkcija prenosa otvorenog kola autopilota
K_f	- faktor pojačanja povratne veze	w	- poprečna brzina rakete
K_{ac}	- modifikovani faktor pojačanja akcelerometra	$\Phi(s)$	- funkcija prenosa zatvorenog sistema
K_r	- modifikovani faktor pojačanja brzinskog žiroskopa	η	- odklon upravljačkih površina
K_i	- faktor pojačanja sintetičke povratne veze	ω_c	- presečna frekvencija pojačanja otvorenog kola autopilota
K_q	- faktor pojačanja rakete ($\Delta q / \Delta \eta$)	ω_n, ζ_n	- sopstvena frekvencija i faktor relativnog prigušenja rakete
k_a	- faktor pojačanja aktuatora	ω_a, ζ_a	- sopstvena frekvencija i faktor relativnog prigušenja aktuatora
k_{ac}	- faktor pojačanja akcelerometra	ω_r, ζ_r	- sopstvene frekvencije i faktor relativnog prigušenja brzinskog žiroskopa
k_r	- faktor pojačanja brzinskog žiroskopa	ω_{ac}, ζ_{ac}	- sopstvena frekvencija i faktor relativnog prigušenja akcelerometra
m_x	- $\frac{1}{J} \frac{\partial M_z}{\partial x}$ derivativ ugaonog ubrzanja po veličini x , (J – poprečni moment inercije, M_z – moment propinjanja)	ω_e, ζ_e	- sopstvena frekvencija i faktor relativnog prigušenja ekvivalentnog sistema
q	- ugaona brzina propinjanja	τ_e	- vremenska konstanta aperioidičkog elementa ekvivalentnog sistema
T_n	- vremenska konstanta sopstvenih oscilacija rakete	Δl	- udaljenost akcelerometra od centra mase
T_q	- vremenska konstanta kašnjenja promene pravca putanje	Δ	- promena odgovarajuće veličine
T_e	- vremenska konstanta ekvivalentnog sistema	NOM	- nominalna vrednost
T_0, ζ_0	- vremenska konstanta i faktor relativnog prigušenja otvorenog sistema		

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

Uvod

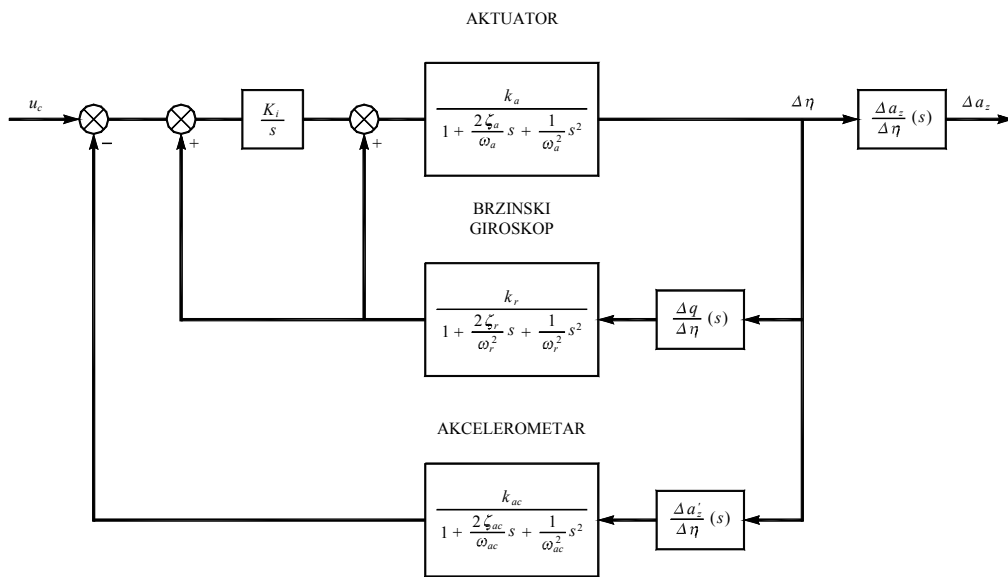
PROBLEM upravljanja statički nestabilnom raketom nije nov. Uslovljen je potrebom da se uskladi promena položaja centra mase i centra delovanja aerodinamičke sile tokom leta rakete sa zahtevima za navođenje i manevarskom sposobnošću rakete. Da bi raketa imala veliku manevarsku sposobnost i brzinu odgovora, aerodinamička konfiguracija rakete može da bude u određenoj fazi leta statički nestabilna, tj. da se centar mase nalazi iza centra delovanja aerodinamičke normalne sile zbog napadnog ugla. U [1] se razmatraju različiti zakoni upravljanja sa potrebnim mernim instrumentima koji se ugrađuju u raketu. Analiza se zasniva na maksimalnom uprošćenju aerodinamičkih i drugih funkcija prenosa i korišćenju frekventne analize. Veza između osnovnih aerodinamičkih karakteristika samonavođene letelice i postavljenih zahteva za projektovanje autopilota izučava se,

ugao propinjanja T_q . Nestacionarnost ovih dinamičkih parametara je rezultat, pre svega, promene brzine rakete, aerodinamičkih derivativa zavisno od Mahovog broja i gustine vazduha preko promene visine leta, čemu treba dodati uticaj promene mase, momenata inercije i položaja centra mase rakete.

Razmatran je autopilot propinjanja (skretanja) sa brzinskim žiroskopom i akcelometrom sa i bez sintetičke povratne veze po ugaonoj brzini propinjanja. Posle prikaza opšteg blok dijagrama autopilota i postupka za određivanje najvažnijih faktora pojačanja, analiziran je odgovor rakete u vremenskom domenu zavisno od izabrane tačke na putanji rakete i usvojene strukture autopilota.

Opšti blok-dijagram autopilota

Na sl.1 je prikazan opšti blok-dijagram autopilota sa



Slika 1. Autopilot propinjanja sa sintetičkom povratnom vezom

takođe, primenom frekventne metode u [2]. Razvijena je takva inženjerska metoda sinteze autopilota koja je veoma korisna u početnoj fazi projektovanja autopilota i sistema samonavođenja jer uspostavlja odnose između promašaja rakete, propusnog opsega, vremenske konstante kašnjenja i faktora relativnog prigušenja ekvivalentnog sistema samonavođenja, te aerodinamičkih derivativa rakete.

U sintezi autopilota, za raketu sa izrazito promenljivim dinamičkim parametrima, obično postoje dva pristupa: primena adaptivnog upravljanja [3] kojim se dobija veća tačnost, ali i složeniji sistem upravljanja, i primena klasičnih metoda savremene teorije upravljanja [4, 5] pri čemu se ne postižu maksimalne performanse (brzina odgovora, tačnost i dr.), ali je sistem jednostavne konstrukcije i maksimalne pouzdanosti.

Rad proučava opšti problem upravljanja statički nestabilnom raketom, sa izrazito promenljivim dinamičkim parametrima, od kojih su posebno značajni: faktor pojačanja ugaone brzine propinjanja po otklonu upravljačkih površina K_q , neprigušena prirodna frekvencija rakete ω_n , faktor relativnog prigušenja ζ_n i vremenska konstanta kašnjenja ugla brzine u odnosu na

sintetičkom povratnom vezom po ugaonoj brzini propinjanja rakete.

Komponente, koje se koriste u konstrukciji autopilota, imaju određeno dinamičko kašnjenje tako da će uticati na ukupne performanse sistema upravljanja. Propusni opsezi ovih komponenata zavise od primenjene tehnologije i cene. I pored toga što su propusni opsezi primenjenih instrumenata (brzinskog žiroskopa i akcelometra) i aktuatora znatno veći od propusnog opsega aerodinamičke konfiguracije, fazno kašnjenje ovih elemenata u oblasti presečne frekvencije pojačanja (frekvencije pri kojoj amplitudna karakteristika otvorenog kola autopilota seče 0 db) nije zanemarljivo. Dinamičko ponašanje aktuatora, brzinskog žiroskopa i akcelometra biće modelirano funkcijom prenosa za element drugog reda.

Aktuator je posebno značajan zbog tekućih tehnoloških ograničenja u postizanju velikog propusnog opsega. Za razmatrani primer prirodna neprigušena frekvencija aktuatora iznosi 35 Hz. Frekvencijom je određen najsporiji par korenova koji će najviše uticati na presečnu frekvenciju ω_c , a time će određivati i gornju granicu brzine otklona

upravljačkih površina $\dot{\eta}$ i njenu standardnu devijaciju zbog delovanja slučajnih poremećaja.

Analizom blok-dijagrama prikazanog na sl.1 može se pokazati da je autopilot predstavljen modelom sedmog reda.

Polazeći od najuticajnijih aerodinamičkih derivativa određene su aerodinamičke funkcije prenosa ugaone brzine propinjanja (Δq) i normalnog ubrzanja (Δa_z) u odnosu na otklon upravljačkih površina [5]:

$$\frac{\Delta q}{\Delta \eta}(s) = \frac{\omega_n^2 K_q (T_q s + 1)}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K_q (T_q s + 1)}{T_n^2 s^2 + 2\zeta_n T_n s + 1} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta a_z}{\Delta \eta}(s) = -U_k K_q \frac{\omega_n^2 (T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 1)}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \quad (2)$$

gde su: U_k – aksijalna komponenta brzine rakete

$$\omega_n^2 = -(m_w U_k - z_w m_q) \quad (3)$$

$$2\zeta_n \omega_n = -(m_q + z_w) \quad (4)$$

$$K_q = \frac{z_\eta m_w - z_w m_\eta}{m_q z_w - m_w U_k} = \frac{z_\eta m_w - z_w m_\eta}{\omega_n^2} \quad (5)$$

$$T_q = \frac{m_\eta}{z_q m_w - z_w m_\eta} \quad (6)$$

$$T_\gamma^2 = -\frac{z_\eta}{U_k (z_\eta m_w - z_w m_\eta)} \quad (7)$$

$$2\zeta_\gamma T_\gamma = \frac{m_q z_\eta}{U_k (z_\eta m_w - z_w m_\eta)} \quad (8)$$

$$T_n^2 = \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{-(m_w U_k - z_w m_q)} \quad (9)$$

$$2\zeta_n T = \frac{2\zeta_n \omega_n}{\omega_n^2} = \frac{-(m_q + z_w)}{-(m_w U_k - z_w m_q)} = \frac{m_q + z_w}{m_w U_k - z_w m_q} \quad (10)$$

Ako se akcelerometar nalazi ispred centra mase na rastojanju Δl , aerodinamička funkcija prenosa normalnog ubrzanja može se odrediti koristeći skicu na sl.2:

$$\Delta a'_z = \Delta a_z - \Delta \dot{q} \Delta l \quad (11)$$

$$\frac{\Delta a'_z}{\Delta \eta}(s) = \frac{\Delta a_z}{\Delta \eta}(s) - s \frac{\Delta q}{\Delta \eta} \Delta l \quad (12)$$

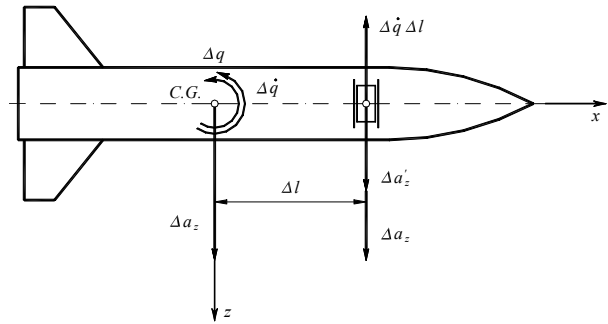
Smenom (1) i (2) u (12) dobija se:

$$\frac{\Delta a'_z}{\Delta \eta}(s) = -U_k K_q \frac{T_\gamma'^2 s^2 + 2\zeta_\gamma' T_\gamma' s + 1}{T_n^2 s^2 + 2\zeta_n T_n s + 1} \quad (13)$$

gde su:

$$T_\gamma'^2 = T_\gamma^2 + \frac{T_q \Delta l}{U_k} \quad (14)$$

$$2T_\gamma' \zeta_\gamma' = 2T_\gamma \zeta_\gamma + \frac{\Delta l}{U_k} \quad (15)$$



Slika 2. Položaj akcelerometra

Sinteza autopilota sa sintetičkom povratnom vezom

Blok-dijagram autopilota, koji je prikazan na sl.1, ima četiri pojačanja k_a, k_r, k_{ac}, K_i . Zanemarivanjem dinamike aktuatora i mernih instrumenata, lako se transformiše u sistem automatskog upravljanja (sl.3) sa tri pojačanja K_r, K_i, K_{ac} koje treba odrediti tako da odgovor autopilota ima odgovarajuće karakteristike.

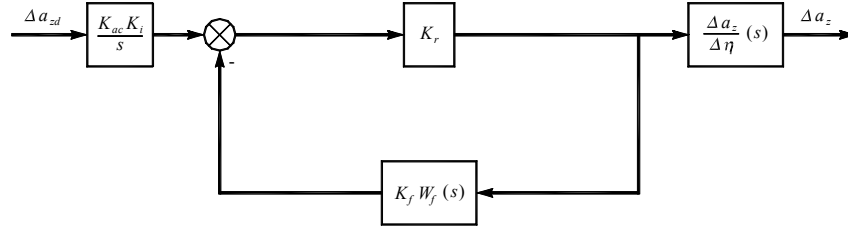
Novi faktori pojačanja na sl.3 su:

$$K_r = k_a k_r, \quad K_{ac} = \frac{k_{ac}}{k_r} \quad (16)$$

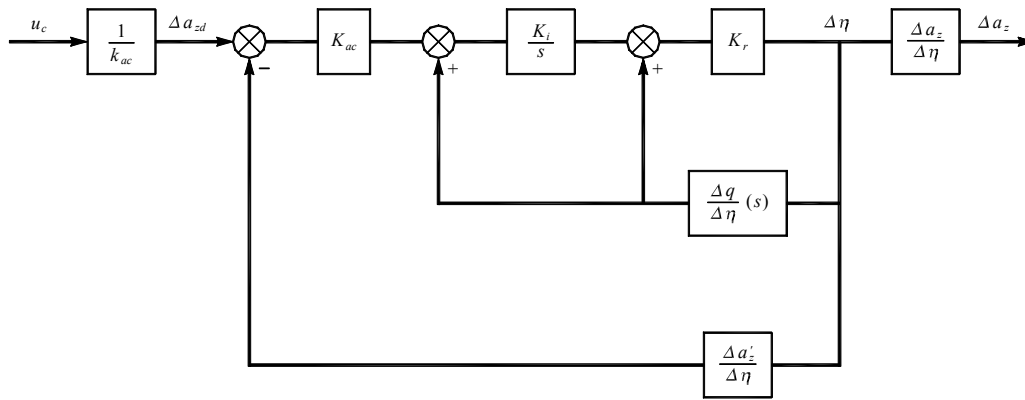
Uprošćeni autopilot propinjanja (sl.3) je trećeg reda. Primenom pravila algebre blok-dijagrama sistema automatskog upravljanja [4] dobija se šema prikazana na

$$K_0 = K_f K_r = -K_r K_i K_q K_{ac} U_k \left(1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}\right) \quad (21)$$

Pošto je funkcija prenosa otvorenog kola sistema automatskog upravljanja:



Slika 4. Transformisani blok-dijagram autopilota trećeg reda



Slika 3. Blok-dijagram autopilota trećeg reda

sl.4.

Faktor pojačanja i funkcija prenosa u povratnoj vezi su:

$$W_0(s) = W_f(s) \quad (22)$$

$$K_f = -K_i K_{ac} K_q U_k \left(1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}\right) \quad (17)$$

dobija se izraz za funkciju prenosa zatvorenog sistema automatskog upravljanja sa sl.4:

$$W_f(s) = \frac{T_0^2 s^2 + 2\zeta_0 T_0 s + 1}{s(T_n^2 s^2 + 2\zeta_n T_n s + 1)} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{K_0 W_0(s)}{1 + K_0 W_0(s)} = \\ &= \frac{T_0^2 s^2 + 2\zeta_0 T_0 s + 1}{\frac{T_n^2}{K_0} s^3 + \left(\frac{2\zeta_n T_n}{K_0} + T_0^2\right) s^2 + \left(\frac{1}{K_0} + 2\zeta_0 T_0\right) s + 1} \quad (23) \end{aligned}$$

gde su:

$$2\zeta_0 T_0 = \frac{2T_\gamma' \zeta_\gamma' + \frac{T_q + \frac{1}{K_i}}{K_{ac} U_k}}{1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}} \quad (19)$$

$$T_0^2 = \frac{T_\gamma'^2 + \frac{T_q}{K_{ac} U_k K_i}}{1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}} \quad (20)$$

Faktor pojačanja otvorenog kola je:

Analizom funkcije prenosa (23) pokazuje se $\Phi(0)=1$.

Koristeći (2,17,18 i 23) na osnovu blok-dijagrama na sl.4, definitivno se dobija funkcija prenosa normalnog ubrzanja rakete u odnosu na zahtevano normalno ubrzanje:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta a_z}{\Delta a_{zd}}(s) &= \frac{K_{ac} K_i}{s} \frac{1}{K_f} \frac{1}{W_f(s)} \Phi(s) \frac{\Delta a_z}{\Delta \eta}(s) = \\ &= K \frac{T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 1}{\frac{T_n^2}{K_0} s^3 + \left(\frac{2\zeta_n T_n}{K_0} + T_0^2\right) s^2 + \left(\frac{1}{K_0} + 2\zeta_0 T_0\right) s + 1} \quad (24) \end{aligned}$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{ac}U_k}} \quad (25)$$

Karakteristična jednačina autopilota je trećeg reda i ima oblik:

$$\frac{T_n^2}{K_0} s^3 + \left(\frac{2\zeta_n T_n}{K_0} + T_0^2 \right) s^2 + \left(\frac{1}{K_0} + 2\zeta_0 T_0 \right) s + 1 = 0 \quad (26)$$

Ako je raketa aerodinamički upravljana, funkcije prenosa autopilota obično se karakterišu jednim realnim polom koji je određen vremenskom konstantom τ_e i jednim parom kompleksno-konjugovanih polova koji su određeni faktorom relativnog prigušenja ζ_e i frekvencijom ω_e . Faktori pojačanja K_{ac} , K_r i K_i biraju se tako da autopilot ima željene vrednosti parametara $\tau_e, \zeta_e, \omega_e$. Ovo se postiže algebarskim izjednačavanjem koeficijenata u funkciji prenosa (24) sa koeficijentima sledeće funkcije prenosa koja je formirana od željenih parametara autopilota:

$$\frac{\Delta a_z}{\Delta a_{zd}}(s) = K \frac{T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 1}{(\tau_e s + 1) \left(\frac{s^2}{\omega_e^2} + \frac{2\zeta_e}{\omega_e} s + 1 \right)} \quad (27)$$

odnosno,

$$\frac{\Delta a_z}{\Delta a_{zd}}(s) = K \frac{T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 1}{\frac{\tau_e}{\omega_e^2} s^3 + \left(\frac{2\zeta_e \tau_e}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_e^2} \right) s^2 + \left(\frac{2\zeta_e}{\omega_e} + \tau_e \right) s + 1} \quad (28)$$

gde su τ_e, ω_e (ili $T_e = 1/\omega_e$) i ζ_e željene vrednosti parametara autopilota.

Obično se umesto frekvencije ω_e koristi presečna frekvencija pojačanja otvorenog sistema automatskog upravljanja ω_c .

Koristeći aproksimaciju za funkciju prenosa otvorenog kola autopilota:

$$K_0 W_0(s) = K_0 \frac{T_0^2 s^2 + 2\zeta_0 T_0 s + 1}{s(T_n^2 s^2 + 2\zeta_n T_n s + 1)} \approx K_0 \frac{T_0^2}{T_n^2 s} \quad (29)$$

i uslov za presečnu frekvenciju pojačanja:

$$|K_0 W_0(j\omega)| = 1 \quad (30)$$

dobija se:

$$K_0 = \frac{T_n^2}{T_0^2} \omega_c \quad (31)$$

Izjednačavanjem koeficijenata funkcije prenosa (24 i 28) dobija se:

$$\frac{T_n^2}{K_0} = \frac{\tau_e}{\omega_e^2} \quad (32)$$

$$\frac{2\zeta_n T_n}{K_0} + T_0^2 = \frac{2\zeta_e \tau_e}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_e^2} \quad (33)$$

$$2\zeta_0 T_0 + \frac{1}{K_0} = \frac{2\zeta_e}{\omega_e} + \tau_e \quad (34)$$

Koristeći (31 i 32) izvodi se:

$$T_0 = T_e \sqrt{\omega_c \tau_e} \quad (35)$$

gde je:

$$T_e = \frac{1}{\omega_e} \quad (36)$$

Imajući u vidu relacije (31 i 35), iz (34) sledi:

$$2\zeta_0 T_0 = 2\zeta_e T_e + \tau_e \left[1 - \left(\frac{T_e}{T_n} \right)^2 \right] \quad (37)$$

Jednačina (33) daje:

$$T_e = \frac{2\zeta_e \tau_e}{\left(\frac{2\zeta_n}{T_n \omega_c} + 1 \right) \omega_c \tau_e - 1} \quad (38)$$

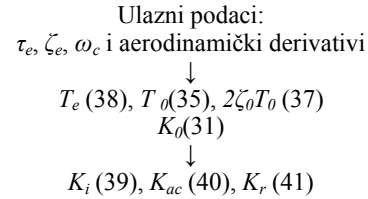
Kombinovanjem (19, 20 i 21) izvodi se:

$$K_i = \frac{T_0^2 - T_\gamma'^2 - T_q(2\zeta_0 T_0 - 2T_\gamma' \zeta_\gamma')}{(2\zeta_0 T_0 - T_q)(T_0^2 - T_\gamma'^2) - T_0^2(2\zeta_0 T_0 - 2T_\gamma' \zeta_\gamma')} \quad (39)$$

$$K_{ac} = \frac{1}{U_k} \frac{T_0^2 - \frac{T_q}{K_i}}{T_\gamma'^2 - T_0^2} \quad (40)$$

$$K_r = \frac{K_0}{-K_q K_i (1 + K_{ac} U_k)} \quad (41)$$

Određivanje faktora pojačanja autopilota vrši se po sledećem algoritmu



Ukoliko se autopilot predstavi sistemom trećeg reda, proračun faktora pojačanja po predloženom algoritmu daće odgovor rakete sa željenim parametrima. Prema tome, tri faktora pojačanja autopilota direktno određuju tri parametra odgovora rakete ω_c, ζ_e i τ_e .

Izbor presečne frekvencije pojačanje ω_c zavisi od potrebne brzine odgovora autopilota da bi se postiglo uspešno vođenje rakete. Pri većim vrednostima ω_c , postiže se brži autopilot. Međutim, kako frekvencija ω_c raste, postaje uticajna dinamika instrumenata koji unose fazno kašnjenje autopilota i tako pogoršavaju performanse odgovora rakete. Zbog toga, pojačanje autopilota treba izabrati tako da presečna frekvencija pojačanja autopilota u toku leta ne prelazi unapred zadatu frekvenciju.

Ako se razvije izraz (31) dobija se:

$$\omega_c = |K_r m_\eta| \quad (42)$$

odakle se može videti da pojačanje K_r treba birati pri najvećoj očekivanoj vrednosti dinamičkog derivativa m_η .

Sinteza autopilota se vrši kroz nekoliko koraka:

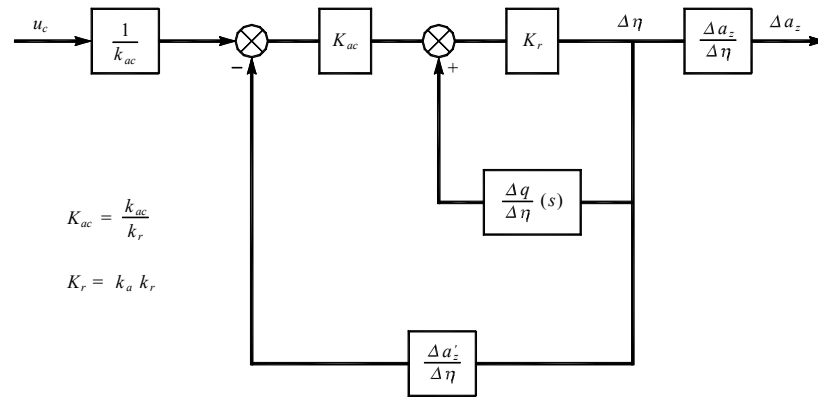
1. izbor parametara τ_e, ζ_e i ω_c zavisno od očekivanih

- karakteristika sistema vođenja rakete,
- određivanje faktora pojačanja K_r, K_{ac} , i K_i u funkciji od vremena za zadate vrednosti parametara τ_e, ζ_e i ω_c ,
 - usvajanje konstantnih vrednosti za pojačanja K_r, K_{ac} i K_i i određivanje uticaja promene dinamičkih koeficijenata na odgovor autopilota.
 - primena modela sedmog ili višeg reda i određivanje

jednačine (44), određuju se pojačanja brzinskog žiroskopa i aktuatora:

$$k_r = \frac{k_{ac}}{K_{ac}} \quad (47)$$

$$k_a = \frac{K_r}{k_r} \quad (48)$$



Slika 5. Autopilot bez sintetičke povratne veze

- uticaja dinamike senzora na odgovor autopilota i
- proračun faktora pojačanja k_a, k_r i k_{ac} .

Korišćenjem funkcije prenosa (24) i blok-dijagrama na sl. 3, izvodi se funkcija prenosa normalnog ubrzanja u odnosu na signal vođenja u_c :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta a_z}{u_c}(s) &= \frac{1}{k_{ac}} \frac{\Delta a_z}{\Delta a_{zd}}(s) = \\ &= \frac{1}{k_{ac}} K \frac{T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 1}{\frac{\tau_e}{\omega_e^2} s^3 + \left(2\frac{\zeta_e \tau_e}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_e^2}\right) s^2 + \left(\frac{2\zeta_e}{\omega_e} + \tau_e\right) s + 1} \end{aligned} \quad (43)$$

Bez smanjenja opštosti, faktor pojačanja akcelerometra može se izabrati da bude jednak faktoru pojačanja autopilota K za nominalnu brzinu ($U_k = U_{kNOM}$):

$$k_{ac} = K = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{ac} U_{kNOM}}} \quad (44)$$

Ovim izborom nominalni faktor pojačanja autopilota iznosi:

$$K_{ANOM} = 1V / 1m/s^2 \quad (45)$$

pa funkcije prenosa postaje:

$$\frac{\Delta a_z}{u_c}(s) = \frac{T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 1}{\frac{\tau_e}{\omega_e^2} s^3 + \left(2\frac{\zeta_e \tau_e}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_e^2}\right) s^2 + \left(\frac{2\zeta_e}{\omega_e} + \tau_e\right) s + 1} \quad (46)$$

Izbor faktora pojačanja pojedinih komponenata autopilota je stvar konvencije i zavisi od raspoloživog nivoa napona. Bitno je da faktori pojačanja otvorenih kola ostanu isti. Ako se usvoji npr. da je pojačanje akcelerometra jedna desetina vrednosti izraza (44), faktor pojačanja aktuatora treba povećati deset puta da bi se zadržala ista vrednost faktora pojačanja otvorenog kola.

Posle izbora faktora, pojačanja akcelerometra pomoću

Faktor pojačanja autopilota je promenljiv zbog promenljive brzine leta, pa se iz (25 i 44) dobija:

$$K_{ac} = \frac{1 + K_{ac} U_{kNOM}}{1 + K_{ac} U_k} \frac{U_k}{U_{kNOM}} \quad (49)$$

Sinteza autopilota bez sintetičke povratne veze

Ako se zanemari dinamika aktuatora, brzinskog žiroskopa i akcelerometra, autopilot se može bez sintetičke povratne veze predstaviti blok-dijagramom koji je prikazan na sl.5.

Sličnim postupkom kao u prethodnom odeljku određuje se funkcija prenosa normalnog ubrzanja u odnosu na signal vođenja u_c :

$$\frac{\Delta a_z}{u_c}(s) = \frac{1}{k_{ac}} K \frac{T_\gamma^2 s^2 + 2\zeta_\gamma T_\gamma s + 2}{T_e^2 s^2 + 2\zeta_e T_e s + 1} \quad (50)$$

gde su:

$$T_e^2 = \frac{T_n^2 + K_0 T_0^2}{1 + K_0} \quad (51)$$

$$2\zeta_e T_e = \frac{2\zeta_n T_n + 2\zeta_0 T_0 K_0}{1 + K_0} \quad (52)$$

$$K = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{K_0}\right)} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}\right)} \quad (53)$$

Parametri otvorenog kola autopilota $T_0, \zeta_0 T_0, K_0$ su određeni sledećim izrazima:

$$T_0^2 = \frac{T_\gamma^2}{1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}} \quad (54)$$

$$2\zeta_0 T_0 = \frac{2\zeta'_\gamma T'_\gamma + \frac{T_q}{K_{ac} U_k}}{1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}} \quad (55)$$

$$K_0 = K_r K_f = -K_q U_k K_{ac} K_r \left(1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}\right) \quad (56)$$

Postupak sinteze autopilota bez sintetičke povratne veze počinje usvajanjem vremenske konstante T_e , odnosno $\omega_e = 1/T_e$, i faktora relativnog prigušenja zavisno od zahtevanih parametara sistema vođenja. Polazeći od približnog izraza za vremensku konstantu T_e

$$T_e^2 \approx \frac{T_n^2}{1 + K_0} \quad (57)$$

nalazi se faktor pojačanja otvorenog kola:

$$K_0 = \left(\frac{T_n}{T_e}\right)^2 - 1 = \left(\frac{\omega_e}{\omega_n}\right)^2 - 1 \quad (58)$$

Parametar $\zeta_0 T_0$ određuje se iz (52):

$$\zeta_0 T_0 = \frac{(1 + K_0)\zeta_e T_e - \zeta_n T_n}{K_0} \quad (59)$$

posle čega sledi izraz za K_{ac} iz (55):

$$K_{ac} = \frac{1}{U_k} \frac{T_q / 2 - \zeta_0 T_0}{\zeta_0 T_0 - \zeta'_\gamma T'_\gamma} \quad (60)$$

Iz (56) dobija se:

$$K_r = \frac{K_0}{-K_q K_{ac} U_k \left(1 + \frac{1}{K_{ac} U_k}\right)} \quad (61)$$

Faktori pojačanja k_{ac} , k_r i k_a određuju se na isti način kao kod autopilota sa sintetičkom povratnom vezom.

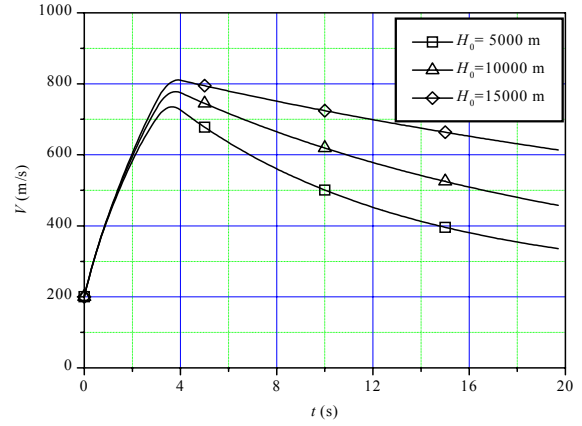
Sledeći korak u sintezi predstavlja simulacija autopilota u vremenskom domenu i određivanje uticaja dinamike aktuatora, akcelerometra i brzinskog žiroskopa.

Rezultati sinteze autopilota

Dinamički parametri rakete

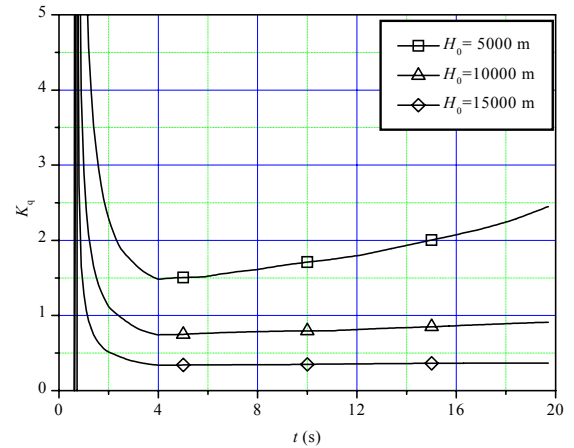
Razmatrana je raketa vazduh-vazduh. Parametri aerodinamičkih funkcija prenosa određeni su za tri različite visine leta rakete $H=5000$ m, 10000 m i 15000 m.

Na sl.6 je prikazana promena brzine rakete u funkciji od vremena za tri različite visine.

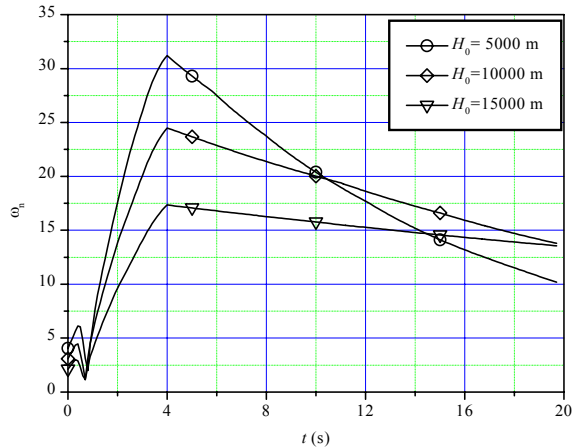


Slika 6. Uticaj visine na brzinu leta rakete

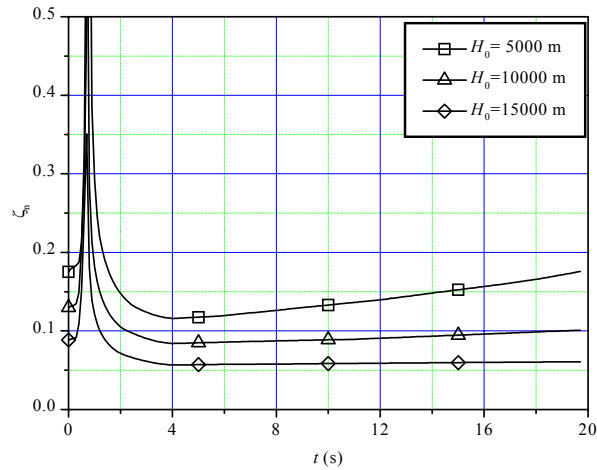
Zavisnost najvažnijih dinamičkih parametara rakete K_q , ω_n , ζ_n i T_q od vremena i visine leta prikazana je na slikama 7, 8, 9 i 10, respektivno.



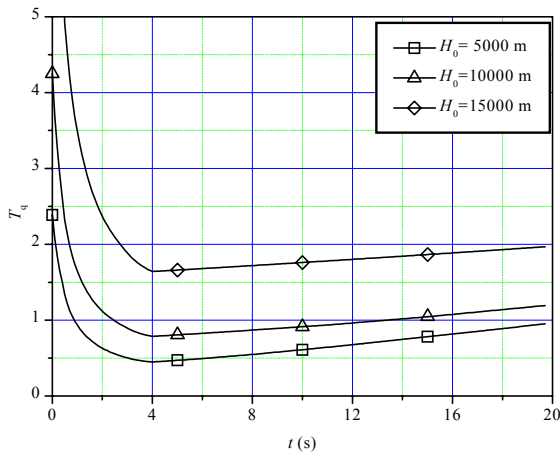
Slika 7 - Faktor pojačanja ugaone brzine propinjanja K_q



Slika 8 - .Prirodna neprigušena frekvencija rakete



Slika 9 - Faktor relativnog prigušenja



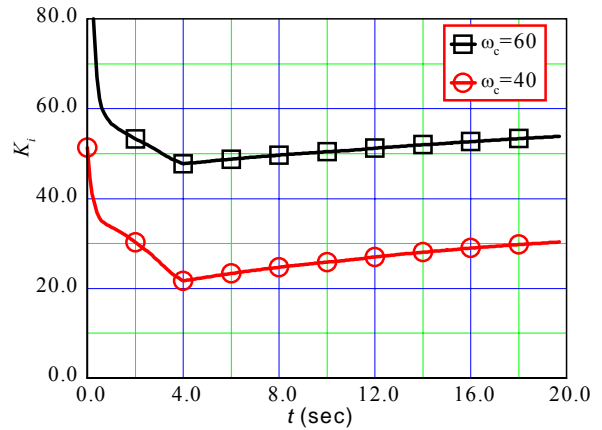
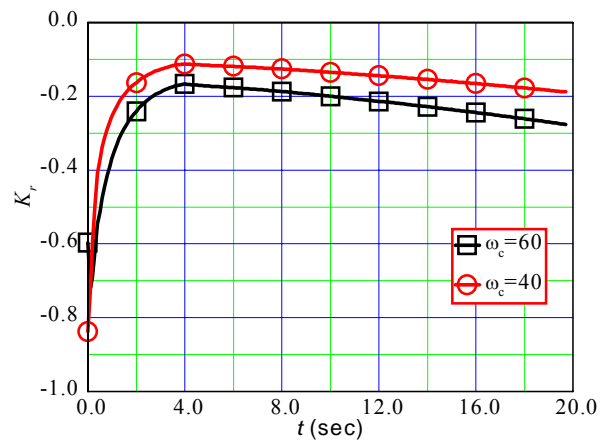
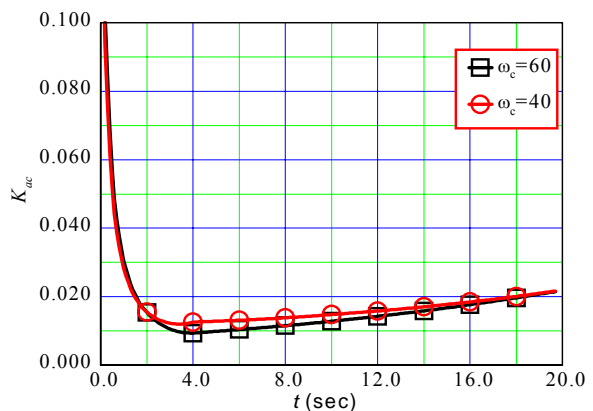
Slika 10 - Vremenska konstanta kašnjenja pravca brzine \$T_q\$

Nestacionarnost dinamičkih parametara rakete je posledica promene brzine rakete, gustine vazduha zavisno od visine leta, mase i položaja centra mase, kao i promene aerodinamičkih derivativa zavisno od Mahovog broja. U početnoj fazi leta (do 0.8 s) raketa je statički nestabilna. Potrebno je naći takva pojačanja komponenta autopilota koja će smanjiti uticaj nestacionarnosti dinamičkih parametara na odgovor rakete u različitim trenucima leta.

Autopilot sa sintetičkom povratnom vezom

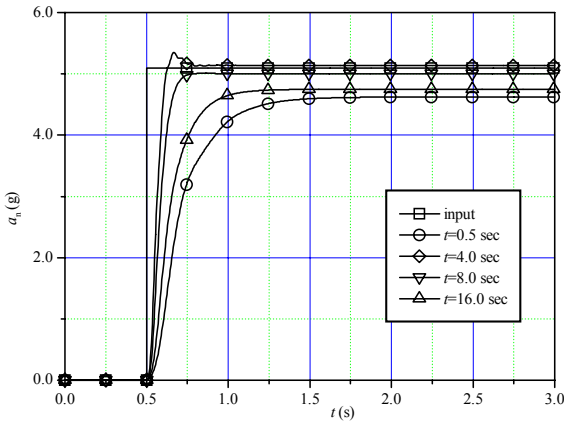
Polazeći od metode sinteze autopilota, izložene u radu, i softverskih paketa MATLAB i SIMULINK [6], razvijeni su programi za proračun faktora pojačanja, frekventnu analizu i analizu autopilota u vremenskom domenu. Dijagrami zavisnosti faktora pojačanja K_i , K_r i K_{ac} od vremena, koji daju željene parametre autopilota ($\tau_e = 0.1s$, $\zeta_e = 0.5$ i $\omega_c = 40$ i 60 1/s), prikazani su na slikama 11, 12 i 13 za visinu leta $H=10000m$.

Ovi dijagrami pokazuju da je faktor pojačanja sintetičke pokretne veze K_i najosetljiviji na promenu presečne frekvencije pojačanja ω_c , što praktično znači da se izborom ovog pojačanja određuje propusni opseg autopilota.

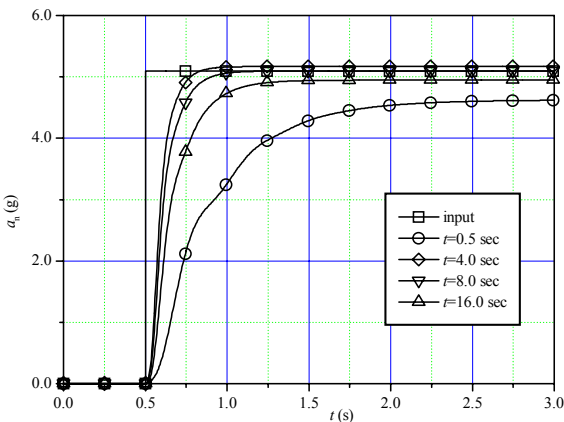
Slika 11. Faktor pojačanja sintetičke povratne veze K_i ($H=10000$ m, $\tau_e=0.1$ s, $\zeta_e=0.5$)Slika 12. Transformisani faktor pojačanja brzinskog žiroskopa K_r ($H=10000$ m, $\tau_e=0.1$ s, $\zeta_e=0.5$)Slika 13. Transformisani faktor pojačanja akcelerometra K_{ac} ($H=10000$ m, $\tau_e=0.1$ s, $\zeta_e=0.5$)

Ako bi dinamika aktuatora brzinskog žiroskopa i akcelerometra bila zanemarljiva, bilo bi potrebno programirati faktore pojačanja prema prikazanim dijagramima da bi autopilot imao u svakom trenutku isti odgovor na zadatu komandu. Umesto takvog pristupa, usvojićemo konstantne vrednosti pojačanja ($K_i = 25$, $K_r = -0.13$, $K_{ac} = 0.014$) koje odgovaraju vremenskom

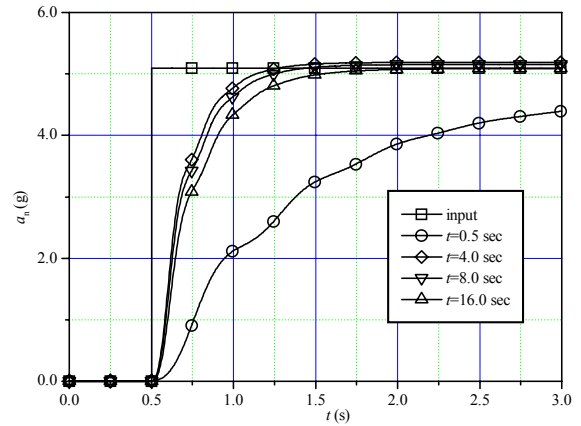
trenutku, $t = 8$ s i presečnoj frekvenciji $\omega_c = 40$ 1/s, a odgovor autopilota biće određen u različitim tačkama putanje na različitim visinama. Faktor pojačanja akcelerometra je dobijen iz (44) i iznosi $k_{ac} = 0.90$ V/m/s². Odgovor autopilota na konstantnu komandu ($u_c = 50$ V) prikazan je na slikama 14, 15 i 16 za tri različite visine i četiri različita trenutka leta. Simulacija je izvršena za sledeće dinamičke karakteristike komponenta: $\omega_r = 300$ 1/s, $\zeta_r = 0.65$ za brzinski žiroskop i $\omega_{ac} = 300$ 1/s, $\zeta_{ac} = 0.65$ za akcelerometar.



Slika 14. Odgovor autopilota sa sintetičkom povratnom vezom za visinu leta $H=5000$ m



Slika 15. Odgovor autopilota sa sintetičkom povratnom vezom za visinu leta $H=10000$ m



Slika 16. Odgovor autopilota sa sintetičkom povratnom vezom za visinu leta $H=15000$ m

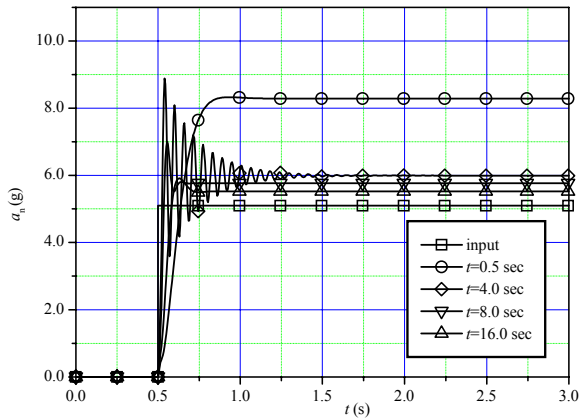
Rezultati simulacije autopilota pokazuju da su izborom sintetičke povratne veze postignute zadovoljavajuće performanse rakete u ukupnom režimu leta. Najveća statička greška iznosi $\approx 13\%$ i dobija se za visinu leta $H = 15000$ m i početnu fazu leta ($t = 0.5$ s), kada je raketa statički nestabilna. Brzina odgovora autopilota raste smanjivanjem visine leta. Što se uslovi leta više razlikuju od nominalnog režima ($H = 10000$ m, $t = 8$ s) za koji je autopilot projektovan, to će biti veća statička greška u odgovoru autopilota.

Autopilot bez sintetičke povratne veze

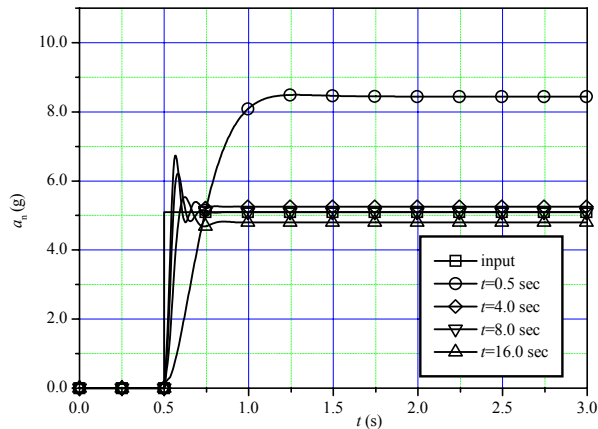
Zanemarujući inerciju aktuatora, brzinskog žiroskopa i akcelerometra, određena su pojačanja autopilota ($K_{ac}=0.04$, $K_r = -0.116$, $k_{ac} = 0.69$) za dinamičke parametre rakete koji odgovaraju visini leta $H = 10000$ m i vremenskom trenutku $t = 8$ s. Ulazni parametri za sintezu su željene dinamičke karakteristike autopilota $\omega_e = 30$ 1/s i $\zeta_e = 0.5$. Odgovor autopilota bez sintetičke povratne veze prikazan je na slikama 17, 18 i 19 za tri karakteristične visine. Pokazano je da se primenom samo akcelerometra i brzinskog žiroskopa ne mogu postići zadovoljavajuće karakteristike odgovora autopilota u ukupnom režimu leta.

U početnoj fazi leta ($t = 0.5$ s), kad je aerodinamička konfiguracija rakete nestabilna, statička greška autopilota dostiže izuzetno veliku vrednost: od 65% za visinu leta $H = 5000$ m, do 109% za visinu $H = 15000$ m. Pri kraju upravljivog leta ($t = 16$ s) na visini od $H = 15000$ m statička greška autopilota bez sintetičke povratne veze iznosi 25%, što je dva puta veće od odgovarajuće vrednosti za autopilot sa sintetičkom povratnom vezom (13%). Usvajanjem konstantnih vrednosti faktora pojačanja, koje su dobijene sintezom autopilota za visinu $H = 10000$ m i trenutak $t = 8$ s, u celom dijapazonu leta, javlja se smanjena dinamička stabilnost neposredno posle završetka rada raketnog motora što je posledica veće brzine V i većeg faktora pojačanja K_q u odnosu na nominalne vrednosti ovih veličina. Analizom korenova karakteristične jednačine autopilota se pokazuje da dominantni par korenova ima nizak faktor prigušenja ($\zeta = 0.042$) što izaziva oscilatorni

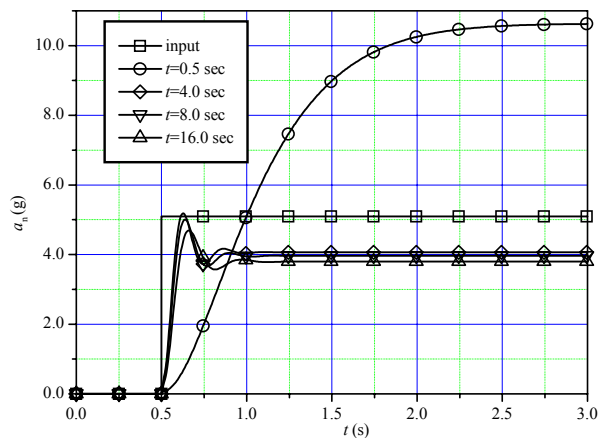
prelazni proces (dijagram ubrzanja za $t = 4$ s na sl. 17).



Slika 17. Odgovor autopilota bez sintetičke povratne veze za visinu leta $H=5000$ m



Slika 18. Odgovor autopilota bez sintetičke povratne veze za visinu leta $H=10000$ m



Slika 19. Odgovor autopilota bez sintetičke povratne veze za visinu leta $H=15000$ m

Zaključak

Dat je postupak sinteze autopilota sa brzinskim žiroskopom i akcelometrom za raketu sa izrazito nestacionarnim dinamičkim parametrima. Razmotrene su dve varijante: sa i bez sintetičke povratne veze. Polazeći od željenih karakteristika autopilota (realnog pola τ_e , faktora relativnog prigušenja ζ_e i presečne frekvencije pojačanja otvorenog kola ω_c), izvršen je proračun faktora pojačanja autopilota u funkciji od vremena. Problem statičke nestabilnosti rakete uspešno se rešava primenom sintetičke povratne veze. Izborom konstantnih vrednosti za faktore pojačanja autopilota, statička greška u odgovoru autopilota ostaje u granicama od 15%. Suprotno tome, kod autopilota sa brzinskim žiroskopom i akcelometrom bez sintetičke povratne veze dobija se znatno veća vrednost statičke greške (od 65% do 109% zavisno od visine leta). Prilikom projektovanja autopilota za statički nestabilnu raketu sa promenljivim dinamičkim parametrima, obavezno se primenjuje sintetička povratna veza.

Literatura

- [1] GAZZINA, A. *How to Control Missile Airframes: Methodology and Limitation*. AGARD-CP-451, Stability and Control of Tactical Missile Systems, 1989, pp.13.1-13.18
- [2] NESLINE, F.W., NESLINE, M.L. *How Autopilot Requirements Constrain the Aerodynamic Design of Homing Missiles*. AIAA Guidance and Control Conference, TA7, 1983, pp.716-730.
- [3] FRIEDLAND, B. *Advanced Control System Design*. Prentice Hall, New Yersey, 1996.
- [4] SHINNERS, S.M. *Modern Control System Theory and Application*. Second Edition, Addison-Wisley Publishing Company, 1978.
- [5] GARNELL, P. *Guided Weapon Control System*. Second Edition, Pergamon Press, New York, 1980.
- [6] CAVALLO, A., SETOLA, R., VASCA, F. *Using Matlab, Simulink and Control System Toolbox*. Prentice Hall Europe, 1996.

Rad primljen: 29.5.2000.god.