UDK: 519.2(047)=861
COSATI: 12-01

M-test jednorodnosti

Dr Dragoljub M. Brkić, dipl.inž.[1)]

Prikazan je statistički test za proveru hipoteze da dva uzorka jednake veličine $n_1 = n_2 = n$ pripadaju istoj populaciji. Za proveru pokazane hipoteze koriste se granice poverenja p_1 i p_2 za očekivanu verovatnoću $p = 0{,}5$, koje zavise samo od veličine uzorka n i usvojenog donjeg i gornjeg rizika α_1 i α_2, respektivno. Pošto očekivana verovatnoća $p = 0{,}5$ predstavlja sredinu opsega mogućih vrednosti za verovatnoću $p \in [0,1]$, test je dobio naziv M-test (Medijalni test) jednorodnosti. Dati su praktični primeri primene ovog testa.

Ključne reči: **Matematička statistika, pouzdanost, hipoteza, statistički medijalni test, uzorak, jednorodnost.**

U v o d

M-TEST jednorodnosti pripada grupi neparametarskih testova, kao što je Wilcoxonov test i dr. Cilj ovog testa je da se proveri pretpostavka da dva uzorka iste večine pripadaju istoj populaciji, ako je nepoznat istorijat njihovog izdvajanja iz populacije. Ako su uzorci izdvojeni iz dve srodne populacije (na primer, dve proizvodne partije), onda se pomoću ovog testa može proveriti pretpostavka da se posmatrana karakteristika elemenata populacija značajno ne razlikuje u ove dve populacije, tj. da nije došlo do značajnog pomeranja vrednosti posmatrane karakteristike elemenata u jednoj i drugoj populaciji. Ako su uzorci izdvojeni iz iste populacije, onda se ovim testom može proveriti pretpostavka da su vrednosti posmatrane karakteristike elemenata ravnomerno zastupljene u intervalu njihovih mogućih vrednosti; ako se radi o proizvodu, onda se ovim testom proverava pretpostavka o prihvatljivoj približnosti kvaliteta proizvodnih jedinica, tj. o njihovoj „jednorodnosti".

Teorijska osnova

Neka su vrednosti posmatrane karakteristike elemenata prvog uzorka: $x_1, x_2, \ldots, x_{n1}$, a drugog uzorka $y_1, y_2, \ldots, y_{n2}$ i neka je $n_1 = n_2 = n$ veličina ovih uzoraka. Označimo ove vrednosti sledećim skupovima:

$$S_x = \{x_1, x_2, \ldots, x_{n1}\} \tag{1}$$

$$S_y = \{y_1, y_2, \ldots, y_{n2}\} \tag{2}$$

Spajanjem ova dva uzorka dobija se unirani uzorak, koji se može prikazati sledećim skupom:

$$S_{xy} = \{x_1, x_2, \ldots, x_{n1}, y_1, y_2, \ldots, y_{n2}\} \tag{3}$$

Kada se vrednosti karakteristike elemenata uniranog uzorka poređaju u rastućem poretku, dobija se niz vrednosti kao što je, na primer, sledeći niz:

$$x_2, y_1, x_1, x_{n1}, y_2, x_3, \ldots, y_{n2}, y_3 \tag{4}$$

Kod uređivanja podataka uniranog skupa u rastućem poretku, ako se desi da u prvoj grupi ima veći broj podataka jednakih podacima u drugoj grupi, onda treba postupiti na sledeći način. U rangiranju na prvo mesto od tih jednakih podataka staviti podatak iz prve grupe, a zatim podatak sa istom vrednošću iz druge grupe i tako smenjivati jedan po jedan podatak naizmenično, dok se ne iscrpi podgrupa podataka sa istim vrednostima u prvoj i u drugoj grupi. Ovakvih podgrupa može da ima više, a postupak se sprovodi na isti način za sve podgrupe. Ako su neki podaci u jednoj grupi jednaki, a takvih vrednosti nema u drugoj grupi, onda se oni navode jedan za drugim.

Ukoliko se izostave indeksi ili brojčane vrednosti, a zadrže samo oznake x i y, gde x označava pripadnost prvom, a y pripadnost drugom uzorku, onda se dobija, na primer, sledeći niz:

$$xyxxyx, \ldots, yy \tag{5}$$

Kada je opravdana pretpostavka o jednorodnosti ova dva uzorka, onda je pomešanost x i y veoma ravnomerno zastupljena. Ovo znači da se oznake x i y u nizu tih oznaka često smenjuju, odnosno da je uzastopna pojava većeg broja oznaka x ili y malo verovatna. Ukupan broj oznaka u nizu (5) je $n_1 + n_2 = 2n$. Formiranjem uzastopnih susednih parova xy ili yx, u nizu (5), dobija se:

$$\begin{matrix} x\ y\ x\ x\ y\ x, \ldots, y\ y \\ \vee\vee\vee\vee\vee \qquad \vee \end{matrix} \tag{6}$$

U nizu oznaka (6) ima ukupno 2n-1 susednih parova xx, xy, yx ili yy. U slučaju idealne pomešanosti, polovina od ovih parova, tj. n-1/2 biće pomešani parovi xy, odnosno yx.

Broj uzastopnih susednih parova u nizu oznaka (6), u kojima su oznake različite, tj. xy ili yx, podeljen sa ukupnim brojem parova 2n-1 predstavlja relativnu učestanost pojave mešovitog para:

[1)] Tehnički opitni centar, 11000 Beograd, Vojvode Stepe 445

$$f = \frac{N_{xy \vee yx}}{2n-1} \tag{7}$$

Ovom relativnom učestanošću aproksimira se verovatnoća pojave mešovitog para *xy*, odnosno *yx* u nizu oznaka (6). Kao što je prethodno naglašeno, u slučaju idealne pomešanosti ova očekivana verovatnoća je p = 0,5 za koju je moguće odrediti granice poverenja p_1 i p_2, [1], polazeći od sledećih izraza:

$$p_1 = 1 - x_{N-M;M+1;\alpha_1} \tag{8}$$

$$p_2 = x_{M+1;N-M;\alpha_2} \tag{9}$$

gde su $x_{N-M;M+1;\alpha_1}$ i $x_{M+1;N-M;\alpha_2}$ gornji kvantili beta raspodele, u kojima je *N*- ukupan broj proba, *M*- ukupan broj uspešnih ishoda (pojava posmatranog događaja *A*) i α_1 i α_2 -donji i gornji rizik, respektivno.

Ako se u izrazima (8 i 9) uzme da je *N*=2*n*-1 i *M*=*n*-1/2, dobija se:

$$p_1 = 1 - x_{n-\frac{1}{2};n+\frac{1}{2};\alpha_1} \tag{10}$$

$$p_2 = x_{n+\frac{1}{2};n-\frac{1}{2};\alpha_2} \tag{11}$$

Za *n*=1,2,...,100 i usvojene rizike α_1, α_2 = 0,005, 0,025, 0,050 i 0,100, izračunate su vrednosti za granice poverenja p_1 i p_2 koje su date u tabeli 1.

Kada relativna učestanost *f* pojave mešovitog para *xy* ili *yx*, određena pomoću (7), padne između granica p_1 i p_2, određenih izrazima (10 i 11), tada se sa poverenjem $\mathcal{P} = 1-(\alpha_1+\alpha_2)$ može tvrditi da su posmatrani uzorci „jednorodni”. Dakle, ako je ispunjen sledeći uslov:

$$f \in [p_1, p_2] \tag{12}$$

prihvata se polazna hipoteza o jednorodnosti uzoraka sa poverenjem:

$$\mathcal{P} = 1-(\alpha_1+\alpha_2) \tag{13}$$

U protivnom, ta hipoteza se odbacuje.

Tabela 1. Numeričke vrednosti granica poverenja p_1 i p_2

α1 = α2	0.0050		0.0250		0.0500		0.1000	
n	p1	p2	p1	p2	p1	p2	p1	p2
1	0.051237	0.999985	0.146746	0.999614	0.228520	0.998457	0.351357	0.993819
2	0.091593	0.986954	0.176736	0.961252	0.235534	0.937587	0.315290	0.898463
3	0.128181	0.952109	0.209417	0.905610	0.260634	0.872224	0.326847	0.825024
4	0.157358	0.916292	0.234501	0.861136	0.280818	0.825393	0.339147	0.777934
5	0.180828	0.885287	0.254094	0.827032	0.296768	0.791316	0.349634	0.745455
6	0.200109	0.859234	0.269864	0.800336	0.309663	0.765451	0.358416	0.721581
7	0.216272	0.837296	0.282892	0.778877	0.320339	0.745081	0.365837	0.703179
8	0.230060	0.818633	0.293886	0.761213	0.329359	0.728559	0.372191	0.688483
9	0.241995	0.802571	0.303326	0.746380	0.337110	0.714837	0.377705	0.676422
10	0.252457	0.788590	0.311546	0.733715	0.343864	0.703220	0.382544	0.666307
11	0.261725	0.776296	0.318791	0.722747	0.349819	0.693231	0.386835	0.657676
12	0.270009	0.765388	0.325239	0.713136	0.355121	0.684529	0.390674	0.650204
13	0.277472	0.755630	0.331027	0.704630	0.359883	0.676863	0.394134	0.643658
14	0.284241	0.746839	0.336262	0.697034	0.364191	0.670046	0.397276	0.637864
15	0.290419	0.738868	0.341027	0.690199	0.368113	0.663935	0.400144	0.632691
16	0.296086	0.731601	0.345390	0.684009	0.371705	0.658417	0.402777	0.628036
17	0.301309	0.724940	0.349403	0.678369	0.375010	0.653403	0.405205	0.623821
18	0.306144	0.718808	0.353112	0.673203	0.378065	0.648822	0.407454	0.619980
19	0.310638	0.713139	0.356553	0.668450	0.380901	0.644616	0.409545	0.616463
20	0.314827	0.707879	0.359758	0.664057	0.383542	0.640738	0.411496	0.613227
21	0.318746	0.702980	0.362753	0.659982	0.386011	0.637146	0.413322	0.610237
22	0.322422	0.698405	0.365559	0.656189	0.388324	0.633809	0.415035	0.607463
23	0.325880	0.694119	0.368196	0.652647	0.390499	0.630697	0.416648	0.604882
24	0.329140	0.690093	0.370681	0.649330	0.392548	0.627786	0.418170	0.602472
25	0.332221	0.686303	0.373027	0.646215	0.394484	0.625057	0.419608	0.600216
26	0.335139	0.682727	0.375247	0.643283	0.396316	0.622490	0.420971	0.598097
27	0.337907	0.679345	0.377352	0.640516	0.398053	0.620072	0.422265	0.596103
28	0.340538	0.676140	0.379353	0.637900	0.399704	0.617787	0.423495	0.594222
29	0.343044	0.673098	0.381256	0.635422	0.401275	0.615625	0.424667	0.592444
30	0.345433	0.670206	0.383070	0.633070	0.402773	0.613575	0.425786	0.590759
31	0.347714	0.667452	0.384802	0.630834	0.404203	0.611628	0.426854	0.589161
32	0.349897	0.664824	0.386458	0.628704	0.405570	0.609775	0.427876	0.587642
33	0.351986	0.662315	0.388043	0.626674	0.406880	0.608009	0.428856	0.586195
34	0.353990	0.659915	0.389562	0.624734	0.408135	0.606324	0.429795	0.584816
35	0.355913	0.657616	0.391020	0.622879	0.409339	0.604713	0.430697	0.583499
36	0.357761	0.655413	0.392420	0.621103	0.410496	0.603172	0.431565	0.582240
37	0.359539	0.653297	0.393767	0.619400	0.411609	0.601695	0.432399	0.581035
38	0.361250	0.651265	0.395064	0.617766	0.412681	0.600279	0.433203	0.579879
39	0.362900	0.649310	0.396313	0.616196	0.413714	0.598919	0.433978	0.578771
40	0.364492	0.647428	0.397518	0.614686	0.414710	0.597611	0.434726	0.577706
41	0.366029	0.645614	0.398681	0.613232	0.415672	0.596353	0.435449	0.576681
42	0.367514	0.643865	0.399805	0.611831	0.416601	0.595142	0.436148	0.575696
43	0.368950	0.642176	0.400892	0.610480	0.417500	0.593974	0.436823	0.574746
44	0.370339	0.640544	0.401943	0.609176	0.418369	0.592847	0.437477	0.573830
45	0.371685	0.638967	0.402961	0.607916	0.419211	0.591759	0.438111	0.572946
46	0.372990	0.637441	0.403948	0.606698	0.420027	0.590707	0.438726	0.572093
47	0.374254	0.635963	0.404904	0.605520	0.420819	0.589690	0.439322	0.571268
48	0.375482	0.634531	0.405832	0.604379	0.421587	0.588706	0.439900	0.570470
49	0.376673	0.633143	0.406733	0.603274	0.422332	0.587753	0.440462	0.569697
50	0.377831	0.631797	0.407608	0.602202	0.423056	0.586830	0.441008	0.568949

Tabela 1 – nastavak

α1 = α2	0.0050		0.0250		0.0500		0.1000	
n	p1	p2	p1	p2	p1	p2	p1	p2
51	0.378956	0.630490	0.408459	0.601163	0.423760	0.585934	0.441539	0.568223
52	0.380051	0.629221	0.409286	0.600154	0.424445	0.585065	0.442055	0.567520
53	0.381115	0.627987	0.410091	0.599175	0.425111	0.584221	0.442558	0.566837
54	0.382152	0.626788	0.410874	0.598223	0.425760	0.583402	0.443048	0.566174
55	0.383162	0.625621	0.411637	0.597298	0.426391	0.582605	0.443525	0.565530
56	0.384146	0.624486	0.412380	0.596397	0.427007	0.581831	0.443990	0.564904
57	0.385105	0.623380	0.413105	0.595521	0.427607	0.581077	0.444443	0.564296
58	0.386040	0.622304	0.413811	0.594668	0.428192	0.580344	0.444885	0.563703
59	0.386953	0.621254	0.414501	0.593838	0.428763	0.579630	0.445317	0.563127
60	0.387844	0.620231	0.415174	0.593028	0.429320	0.578934	0.445738	0.562565
61	0.388714	0.619233	0.415831	0.592239	0.429865	0.578256	0.446150	0.562018
62	0.389563	0.618259	0.416473	0.591469	0.430396	0.577594	0.446552	0.561484
63	0.390394	0.617308	0.417100	0.590717	0.430916	0.576949	0.446945	0.560964
64	0.391206	0.616379	0.417713	0.589984	0.431424	0.576319	0.447329	0.560457
65	0.391999	0.615472	0.418312	0.589268	0.431920	0.575705	0.447705	0.559961
66	0.392776	0.614586	0.418899	0.588569	0.432406	0.575104	0.448073	0.559478
67	0.393535	0.613720	0.419472	0.587885	0.432881	0.574518	0.448433	0.559006
68	0.394279	0.612872	0.420034	0.587217	0.433347	0.573945	0.448786	0.558544
69	0.395007	0.612043	0.420583	0.586563	0.433802	0.573384	0.449131	0.558093
70	0.395720	0.611232	0.421122	0.585924	0.434249	0.572836	0.449469	0.557652
71	0.396419	0.610438	0.421649	0.585299	0.434686	0.572300	0.449800	0.557221
72	0.397104	0.609661	0.422166	0.584687	0.435114	0.571775	0.450125	0.556799
73	0.397775	0.608899	0.422673	0.584088	0.435534	0.571262	0.450444	0.556386
74	0.398433	0.608154	0.423170	0.583501	0.435946	0.570759	0.450756	0.555981
75	0.399078	0.607423	0.423657	0.582926	0.436350	0.570266	0.451062	0.555585
76	0.399711	0.606706	0.424135	0.582362	0.436746	0.569783	0.451363	0.555198
77	0.400332	0.606004	0.424604	0.581810	0.437135	0.569310	0.451658	0.554818
78	0.400942	0.605315	0.425064	0.581269	0.437517	0.568847	0.451947	0.554445
79	0.401540	0.604639	0.425516	0.580738	0.437891	0.568392	0.452232	0.554080
80	0.402128	0.603976	0.425959	0.580217	0.438259	0.567946	0.452511	0.553722
81	0.402705	0.603325	0.426395	0.579706	0.438620	0.567509	0.452785	0.553371
82	0.403272	0.602686	0.426823	0.579204	0.438975	0.567080	0.453055	0.553027
83	0.403829	0.602059	0.427243	0.578712	0.439324	0.566659	0.453320	0.552689
84	0.404377	0.601443	0.427656	0.578229	0.439667	0.566245	0.453580	0.552357
85	0.404915	0.600838	0.428063	0.577754	0.440004	0.565839	0.453836	0.552031
86	0.405444	0.600244	0.428462	0.577288	0.440335	0.565440	0.454088	0.551712
87	0.405964	0.599659	0.428855	0.576830	0.440661	0.565049	0.454335	0.551398
88	0.406476	0.599085	0.429241	0.576380	0.440981	0.564664	0.454579	0.551089
89	0.406979	0.598521	0.429621	0.575938	0.441296	0.564286	0.454818	0.550786
90	0.407475	0.597966	0.429994	0.575503	0.441607	0.563914	0.455054	0.550488
91	0.407962	0.597420	0.430362	0.575075	0.441912	0.563548	0.455286	0.550195
92	0.408442	0.596883	0.430724	0.574655	0.442212	0.563189	0.455515	0.549908
93	0.408914	0.596355	0.431081	0.574241	0.442508	0.562836	0.455740	0.549624
94	0.409379	0.595835	0.431431	0.573834	0.442799	0.562488	0.455961	0.549346
95	0.409836	0.595323	0.431777	0.573434	0.443086	0.562146	0.456179	0.549072
96	0.410287	0.594820	0.432117	0.573040	0.443368	0.561809	0.456394	0.548803
97	0.410731	0.594324	0.432452	0.572652	0.443646	0.561478	0.456606	0.548538
98	0.411169	0.593836	0.432782	0.572271	0.443920	0.561152	0.456814	0.548277
99	0.411600	0.593355	0.433108	0.571895	0.444190	0.560831	0.457020	0.548020
100	0.412024	0.592882	0.433428	0.571525	0.444456	0.560515	0.457222	0.547767

Primer 1

Iz dve uzastopne partije jednog proizvoda izdvojen je po jedan uzorak iste veličine $n_1 = n_2 = n = 20$. Numeričke vrednosti posmatrane karakteristike proizvoda u prvom i drugom uzorku date su u tabeli 2.

Tabela 2. Numeričke vednosti karakteristika proizvoda u uzorcima

Redni broj	Prvi uzorak $x = x_i$	Drugi uzorak $y = y_i$
1	0.051	0.054
2	0.047	0.051
3	0.049	0.052
4	0.048	0.051
5	0.048	0.051
6	0.049	0.055
7	0.049	0.049
8	0.049	0.049
9	0.049	0.051
10	0.051	0.052
11	0.049	0.057
12	0.051	0.051
13	0.053	0.054
14	0.050	0.051
15	0.053	0.052
16	0.047	0.052
17	0.049	0.050
18	0.050	0.052
19	0.051	0.052
20	0.049	0.048

Za usvojene vrednosti donjeg i gornjeg rizika $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}05$, proveriti hipotezu da su elementi ova dva uzorka jednorodni ili da nije došlo do značajnijeg pomeranja vrednosti karakteristike proizvoda od prve do druge proizvodne partije.

Rešenje:

Spajanjem vrednosti iz oba uzorka, dobija se unirani uzorak veličine 2n = 40. Kada se vrednosti u uniranom uzorku urede u rastućem poretku, dobija se sledeći skup:

0.047 *X*	0.047 *X*	0.048 *X*	0.048 *Y*	0.048 *X*
0.049 *Y*	0.049 *X*	0.049 *Y*	0.049 *X*	0.049 *X*
0.049 *X*	0.049 *X*	0.049 *X*	0.049 *X*	0.049 *X*
0.050 *Y*	0.050 *X*	0.050 *X*	0.051 *X*	0.051 *Y*
0.051 *X*	0.051 *Y*	0.051 *X*	0.051 *Y*	0.051 *X*
0.051 *Y*	0.051 *Y*	0.051 *Y*	0.052 *Y*	0.052 *Y*
0.052 *Y*	0.052 *Y*	0.052 *Y*	0.052 *Y*	0.053 *X*
0.053 *X*	0.054 *Y*	0.054 *Y*	0.055 *Y*	0.057 *Y*

Oznaka *X* i *Y* pridružena numeričkoj vrednosti sa desne strane pokazuje pripadnost te vrednosti prvom uzorku (oznaka *X*) i drugom uzorku (oznaka *Y*). Kada se u napred prikazanom skupu izostave numeričke vrednosti, a zadrže samo oznake *X* i *Y*, dobija se sledeći niz oznaka:

X X X Y X Y X Y X X X X X X X X Y X X X Y X Y X Y X Y Y Y
Y Y Y Y Y Y X X Y Y Y Y

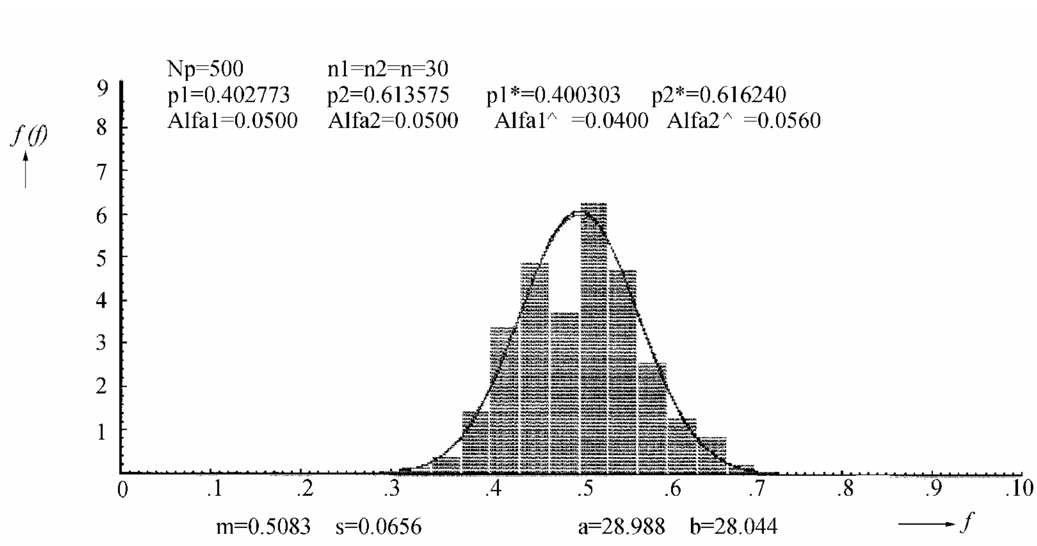
U prikazanom nizu oznaka broj uzastopnih susednih parova u kojima prvo dolazi oznaka X a zatim Y, iznosi N_{xy}=9, a broj uzastopnih susednih parova u kojima prvo dolazi Y a zatim X, iznosi N_{yx} = 8. Ovo znači da ukupan broj parova sa različitim oznakama XY ili YX iznosi $N_{xy\vee yx} = 17$. Ukupan broj uzastopnih susednih parova u gornjem nizu oznaka iznosi N=2n-1=39. Tako se dobija da je relativna učestanost pojave para sa različitim oznakama jednaka $f = N_{xy\vee yx} / N = 17/39 = 0{,}435897$. Za usvojene vrednosti donjeg i gornjeg rizika $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}05$ i veličinu uzorka n=20, u tabeli 1 se nalaze vrednosti za granice poverenja: p_1=0.383542 i p_2=0.640738. Pošto vrednost relativne učestanosti f pada između granica poverenja p_1 i p_2, to se sa poverenjem $\mathcal{P}=1-(\alpha_1+\alpha_2)$=0,90 može tvrditi da su posmatrani uzorci „jednorodni”, ili da nije došlo do značajnijeg pomeranja vrednosti karakteristike proizvoda od prve do druge proizvodne partije.

Primer 2

Radi provere valjanosti predloženog M-testa jednorodnosti, generisane su pomoću elektronskog računara dve grupe pseudoslučajnih brojeva koji imaju dvoparametarsku Vejbulovu raspodelu sa parametrom razmere b=100 i parametrom oblika c=2.5. Obe grupe se sastoje od po n=30 pseudoslučajnih brojeva. Pošto su obe grupe pseudoslučajnih brojeva generisane istim parametrima raspodele, to je normalno očekivati da će podaci u obe grupe biti „jednorodni”, što M-test jednorodnosti treba i da potvrdi. Međutim, zbog prirode slučajnosti ishoda probe, može se dogoditi da se ne dobije potvrdan odgovor. Ako se ovako generisanje po dve grupe podataka ponovi N=500 puta, tada potvrdan odgovor, odnosno broj puta kada se hipoteza o „jednorodnosti” podataka prihvata, treba da iznosi približno $[100\times\mathcal{P}]$, a broj puta kada se hipoteza o jednorodnosti ne prihvati treba da iznosi približno $[100\times(\alpha_1+\alpha_2)]$. Za proveru valjanosti M-testa jednorodnosti usvojiti da su vrednosti donjeg i gornjeg rizika jednake i da iznose: $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.05$.

Rešenje:

Da bi se potvrdila valjanost M-testa jednorodnosti, potrebna je primena računara, zbog složenosti izračunavanja i velikog broja ponavljanja operacija. Za ovu svrhu specijalno je urađen računarski program. Posle unošenja napred navedenih podataka i izračunavanja, na monitoru računara prikazuje se histogram relativne učestanosti f i teorijske krive funkcije gustine raspodele $f(f)$, kao i rezultati izračunavanja. Jedna od teorijskih funkcija je beta raspodela, a druga je aproksimativna normalna raspodela. Kao što se može videti na sl.1, funkcije beta i normalne raspodele se približno podudaraju, jer je veličina uzorka n = 30, što je dovoljno da se može primeniti normalna raspodela kao aproksimativna funkcija raspodele. Izračunate granice poverenja iznose: p_1 = 0.402773 i p_2 = = 0.613575. Kao što se vidi na sl.1, funkcija normalne raspodele dobro se uklapa u histogram relativne učestanosti f, pa se empirijske granice poverenja za p mogu odrediti kao kvantili normalne raspodele kojima odgovaraju usvojeni rizici $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}05$. Tako je dobijeno da je p_1^* = 0.400303 i p_2^* = 0.616240. Poredeći ove vrednosti sa vrednostima p_1 i p_2, može se uočiti da je približnost zadovoljavajuća. Nominalnim rizicima $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.05$ odgovaraju ocenjeni rizici $\alpha_1\hat{} = 0.0400$ i $\alpha_2\hat{} = 0.0560$. Ovo znači da je 0.0960 ili 9.6 % od ukupnog broja Np = 500 vrednosti za f palo izvan granica poverenja p_1 i p_2, a 0.9040 ili 90.4 % palo je unutar ovih granica. Ovako dobra podudarnost empirijskih granica poverenja za p i empirijskih rizika sa usvojenim rizicima, ukazuje na valjanost M-testa jednorodnosti dve grupe podataka. Na sl.1 su date i tačkaste ocene za srednju vrednost i standardnu devijaciju relativne učestanosti f kao slučajne promenljive: m = 0.5083 i s = 0.0656. Takođe, date su i ocene parametara beta raspodele: a = 28,988 i b = 28,044.



Slika 1. Grafički histogram i funkcije gustine raspodele *f(f)*

Zaključak

Navedeni primeri ukazuju na valjanost predloženog M-testa jednorodnosti dve grupe podataka. U ovom radu navedena su samo dva primera od mnoštva primera koji su proveravani pomoću, za tu svrhu, urađenog računarskog programa. U znatnoj većini slučajeva dobijeni su zadovoljavajući rezultati. Kada je veličina uzorka mala, korišćenjem date tablice za granice poverenja p_1 i p_2, primena M-testa jednorodnosti može se izvesti i ručno, međutim za veći broj podataka neophodna je primena računara.

Literatura

[1] MAREK FISZ. *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1962.

[2] CHAPOUILLE,P., DE PAZZIS,R. *Fiabilité des Systèmes.* Masson et Cie, Paris, 1968.

[3] GNÉDENKO,B., BÉLIAEV,Y., SOLOVIEV,A. *Méthodes mathématiques en théorie de la fiabilité.* Éditions, "Mir", Moscou, 1972.

[4] VAN DER WAERDEN,B.L. *Mathematische Statistik.* Springer-Verlag, Berlin, 1965.

[5] BRUNK,H.D. *An Introduction to Mathematical Statistics*. Blaisdell Publishing Company, New York, 1965.

[6] IVANOVIĆ,B. *Teorijska statistika.* Naučna knjiga, Beograd, 1979.

[7] STOJANOVIĆ M.S. *Matematička statistika.* Naučna knjiga, Beograd, 1980.

[8] IVANOVIĆ,A.Z. *Matematička statistika.* Naučna knjiga, Beograd, 1976.

[9] BRKIĆ,D.M. B-test of homogeneity. *Microelectronics and Reliability*, 1987, vol.27, no.4.

Rad primljen: 20.1.2000.god.