

## Uticaj ugaone brzine valjanja na parametre putanje letelice sa modifikovanim zakonom potere

Dr Danilo Ćuk, dipl.inž<sup>1)</sup>.  
Mr Slobodan Mandić, dipl.inž.<sup>1)</sup>

Prikazan je uticaj ugaone brzine valjanja na karakteristike putanja letelice sa modifikovanim zakonom potere. Korišćenjem modela "šest stepeni slobode kretanja" za letelicu, postavljen je matematički model sistema vođenja koji omogućava proračun prostorne putanje. Simulacijom sistema je obuhvaćena dinamika svih podsistema letelice: aktuatora, aerodinamički stabilisane glave za samonavodjenje (aerodinamičkog senzora), detektora i slobodnog žiroskopa. Opisane su osobine modifikovanog zakona potere za sistem bez slučajnih poremećaja pri delovanju bočnog vetra i postojanju sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora. Numeričkom simulacijom je dobijena veza između promašaja letelice i ugaone brzine valjanja. Predstavljena u obliku dijagrama, ova veza može da se koristi za određivanje najveće dozvoljene ugaone brzine valjanja kao ulaznog parametra za aerodinamičko projektovanje letelice. Korišćenjem zavisnosti "promašaj-ugaona brzina valjanja", daje se uporedna analiza dva zakona vođenja: potere i modifikovane potere.

*Ključne reči:* Vođenje i upravljanje, potera, putanja, šest stepeni slobode kretanja, rotirajuća letelica.

### Korišćene oznake i simboli

$C$	-matrica transformacije sa indeksima
$e$	-jedinичni vektor sa indeksima
$e$	-matrica kolona za jedinичni vektor sa indeksima
$f_d$	-frekvencija detektora
$f_{YN}, f_{ZN}$	-komponente normalnog ubrzanja (specifične sile) u nerotirajućem koordinatnom sistemu
$K_1, K_2$	-faktori pojačanja u zakonu vođenja
$K_p$	-faktor pojačanja otklona upravljačkih površina po signalu vođenja
$\bar{K}_p$	-efektivni faktor pojačanja definisan izrazom (52)
$K_q$	-faktor pojačanja ugaone brzine propinjanja
$Ox, y, z_i$	-inercijalni koordinatni sistem
$Ox_0, y_0, z_0$	-osnovni koordinatni sistem
$Oxyz$	-dinamički koordinatni sistem (vezani koordinatni sistem)
$W$	-intenzitet vetra
$\alpha_1, \alpha_2$	-komponente napadnog ugla u dinamičkom koordinatnom sistemu
$\alpha_A, \beta_A$	-komponente napadnog ugla u nerotirajućem koordinatnom sistemu
$\alpha_{s1}, \alpha_{s2}$	-komponente napadnog ugla aerodinamičkog senzora u dinamičkom koordinatnom sistemu
$\gamma_1, \gamma_2$	-komponente ugla relativne brzine letelice u dinamičkom koordinatnom sistemu
$A\chi, A\gamma$	-komponente ugla relativne brzine u nerotirajućem koordinatnom sistemu
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	-komponente ugla greške relativne brzine (ugla između linije viziranja cilja i relativne brzine) u dinamičkom koordinatnom sistemu

$\varepsilon_v, \varepsilon_H$	-komponente ugla greške relativne brzine u nerotirajućem koordinatnom sistemu
$\varepsilon_a$	-gradijent ugla greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora
$\eta, \zeta$	-uglovi otklona upravljačkih površina
$\eta_c, \zeta_c$	-zahtevani uglovi otklona upravljačkih površina
$\Theta, \Psi, \Phi$	-ugao propinjanja, skretanja i valjanja
$\Theta_1, \Theta_2$	-komponente ugla orijentacije letelice u odnosu na osnovni koordinatni sistem, sl. 4
$\lambda_1, \lambda_2$	-komponente ugla orijentacije letelice u odnosu na relativnu brzinu, sl. 5
$\varphi_1, \varphi_2$	-komponente ugla linije viziranja cilja u dinamičkom koordinatnom sistemu
$\varphi_t, \chi_t$	-komponente ugla linije viziranja cilja u inercijalnom koordinatnom sistemu
$\omega_a, \zeta_a$	-nepriгуšena prirodna frekvencija i relativni faktor priгуšenja aktuatora
$\omega_s, \zeta_s$	-nepriгуšena prirodna frekvencija i relativni faktor priгуšenja aerodinamičkog senzora

### Indeksi

$b$	-telo
$i$	-inercijalni
$o$	-osnovni
$t$	-cilj

Svi simboli koji se odnose na model "šest stepeni slobode kretanja" letelice imaju uobičajena značenja.

<sup>1)</sup> Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

## Uvod

VECI broj radova bavi se izučavanjem dinamičkog ponašanja rotirajućih letelica. Glavne oblasti istraživanja nevodjenih letelica odnosile su se na dinamičku stabilnost i rezonanciju [1]. Sintezi autopilota upravljive rotirajuće letelice obično prethodi izučavanje njenih dinamičkih karakteristika. Kao rezultat takve potrebe u [2] su izvedene kompleksne aerodinamičke prenosne funkcije za rotirajuću letelicu pri čemu su objašnjeni uticaji aerodinamičkih i inercijalnih unakrsnih veza. Odgovor vodjenih letelica sa impulsnim upravljanjem i nelinearnim aerodinamičkim momentom propinjanja analiziran je u [3] za različite vrednosti komande. Uticaj blage rotacije na osobine samonavodjenih letelica sa proporcionalnom navigacijom izučavan je korišćenjem analitičkih metoda u [4,5]. Analiza je izvršena za dvokanalni sistem upravljanja koji se sastojao iz dva identična vremenski invarijantna sistema bez međusobnog uticaja. Vrednost ugaone brzine valjanja je bila znatno manja od nutacione frekvencije letelice. Istraživanje brzorotirajućih letelica sa proporcionalnim vodjenjem i jednokanalnim sistemom upravljanja je dato u [6].

Cilj ovoga rada odnosi se na izučavanje uticaja blage rotacije na parametre putanja letelica sa modifikovanim zakonom potere.

Uticaj gravitacionog ubrzanja na krivinu putanje letelice sa proporcionalnom navigacijom je veliki, zbog čega ovaj metod vodjenja zahteva kompenzaciju gravitacionog ubrzanja i stabilizaciju valjanja kada se primenjuje na letelici vazduh-zemlja [7,8,9]. U poređnom analizom promašaja letelica vodjenih metodama potere i proporcionalne navigacije [7,10,11], pokazano je da se bolje performanse postižu primenom potere ukoliko se ne vrši kompenzacija gravitacionog ubrzanja. Međutim, metoda potere ima loše osobine ako je cilj pokretan, ili ako se gadjja stacionaran cilj u prisustvu bočnog vetra. Krivina putanje letelice zbog uticaja gravitacionog ubrzanja se može smanjiti primenom modifikovanog zakona potere [7]. Zakon vodjenja je jednostavan za primenu, pri čemu se neophodne informacije dobijaju od aerodinamički stabilisane glave za samonavodjenje i jednog slobodnog žiroskopa. Koristeći kriterijume dinamičke i kinematičke stabilnosti, u [12] je izvršena sinteza modifikovanog zakona potere za nerotirajuću letelicu. Parametri su verifikovani numeričkom simulacijom uprošćenog sistema vodjenja.

Savremeni zakoni vodjenja, koji su prikazani u [8,9], zahtevaju složene podsisteme vodjenja i upravljanja za letelice tipa vazduh-zemlja da bi se odredio "efektivni manevar cilja" kao značajna ulazna veličina za formiranje signala vodjenja.

Polazeći od cene sistema, njegove pouzdanosti i osobina putanje letelice pri lansiranju na malim visinama, vodjenje modifikovanim poterom predstavlja veoma privlačan koncept za letelice vazduh-zemlja. Međutim, blaga rotacija letelice može izazvati pojavu međuuticaja u kanalima upravljanja, čime se povećava ukupna devijacija putanje. Konačno, kao posledica ovih uticaja indukovanih rotacijom oko podužne ose, letelica će udariti o zemlju pre nego što dođe do cilja.

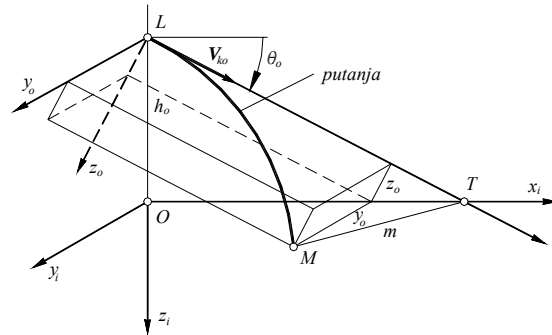
Da bi se objasnio uticaj ugaone brzine valjanja na sistem vodjenja modifikovanim poterom, u ovom radu je izvršena simulacija prostorne putanje letelice. Najpre su definisani svi potrebni koordinatni sistemi i određen njihov međusobni položaj. Posle toga, dat je kompletan sistem diferencijalnih jednačina sistema vodjenja letelice. Izvršena je kratka diskusija dobijenih rezultata simulacije za različite

uslove leta. Na kraju se daju zaključci o uticaju ugaone brzine valjanja na karakteristike sistema.

## Koordinatni sistemi i njihova uglovna orijentacija

Za određivanje prostorne putanje letelice i njenih kinematičkih parametara, u ovom odeljku se definišu svi potrebni koordinatni sistemi. Položaj vektora u proizvoljnom koordinatnom sistemu određen je Ojlerovim uglovima.

Putanja letelice i položaj cilja određuju se u koordinatnom sistemu vezanom za površinu Zemlje (sl. 1) koji je istovremeno inercijalni sistem ( $Ox_i y_i z_i$ ). Osa  $Ox_i$  je usmerena prema cilju, osa  $Oy_i$  nadesno u odnosu na pravac leta, dok je osa  $Oz_i$  usmerena nadole. (Visina letelice je otuda  $h = -z_i$ .)



Slika 1 Koordinatni sistem vezan za Zemlju i osnovni koordinatni sistem

Osnovni koordinatni sistem ( $Ox_o y_o z_o$ ) je, takodje, vezan za Zemlju sa osom  $Ox_o$  usmerenom prema cilju i vezanom za početni pravac ose žiroskopa. Koordinatni početak se poklapa sa tačkom lansiranja letelice. Ravan  $Ox_o z_o$  je ravan lansiranja (vertikalna ravan) sa osom  $Oz_o$  usmerenom nadole. Osa  $Oy_o$  je upravna na ravan  $Ox_o z_o$  i formira desni koordinatni sistem. Položaj osnovnog koordinatnog sistema je definisan sa dva Ojlerova ugla ( $\Psi_0, \Theta_0$ ) u odnosu na inercijalni sistem.

Dinamički koordinatni sistem ( $Oxyz$ ) vezan je za telo letelice. Koordinatni početak je u centru mase ( $O \equiv C$ ), osa  $Ox$  je uzdužna osa letelice usmerena ka vrhu. Druge dve ose su u ravnima simetrije. Osa  $Oz$  je usmerena nadole kad je letelica na lansiranom mestu. Položaj dinamičkog koordinatnog sistema [13] određen je sa tri Ojlerova ugla ( $\Psi, \Theta, \Phi$ ) u odnosu na putujući koordinatni sistem letelice ( $Ox_g y_g z_g$ ) koji je paralelan inercijalnom sistemu.

Matrica transformacije  $\{C [C_{ij}], i, j=1,2,3\}$  kojom se vektor definisan projekcijama u inercijalnom sistemu ( $i$ ) transformiše u oblik definisan projekcijama u dinamičkom koordinatnom sistemu [13] zavisi od tri Ojlerova ugla:

$$C = C_i^b(\Psi, \Theta, \Phi) \quad (1)$$

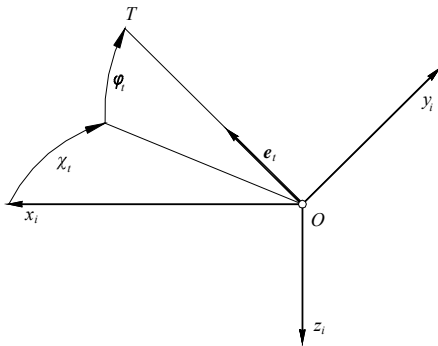
Poznato je da je  $C_b^i = C^T$ . Ova matrica transformiše vektor iz njegovog oblika u  $b$ -sistemu u oblik koji zavisi od njegovih projekcija u  $i$ -sistemu.

Za realizaciju zakona modifikovane potere potrebno je odrediti položaj aerodinamičkog senzora koji se postavlja duž relativne brzine letelice. Aerodinamički senzor omogućava merenje komponenta napadnog ugla ( $\alpha_1, \alpha_2$ ) koji određuju njegov položaj u odnosu na telo letelice [12]. Drugi uredjaj je slobodni žiroskop pomoću koga se mere komponente ugla orijentaciji letelice u odnosu na osu rotora

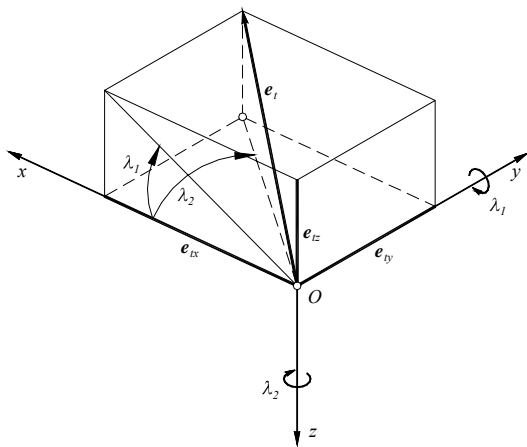
žiroskopa (uglovi  $\Theta_1$  i  $\Theta_2$ ). Skica letelice sa aerodinamičkim senzorom na vrhu i slobodnim žiroskopom vezanim za telo letelice data je u [12]. Prema tome, uglovna orijentacija letelice u prostoru je određena uglovima ( $\Theta_1, \Theta_2, \Phi$ ), a položaj relativne brzine uglovima ( $\Delta\lambda, \Delta\gamma$ ) u odnosu na osnovni koordinatni sistem.

Uglovi, koji se mere slobodnim žiroskopom ( $\Theta_1$  i  $\Theta_2$ ) i komponente napadnog ugla ( $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ ) koje se mere pomoću aerodinamičkog senzora, koriste se kao informacije u zakonu vođenja.

Linija viziranja cilja (linija letelica-cilj) određena je jediničnim vektorom  $e_t$ , a njena uglovna orijentacija u odnosu na inercijalni i dinamički koordinatni sistem je prikazana na sl. 2 i sl. 3, respektivno.



Slika 2. Položaj linije viziranja cilja u inercijalnom koordinatnom sistemu



Slika 3. Položaj linije viziranja cilja u dinamičkom koordinatnom sistemu

Na osnovu sl. 2, koristeći matricu transformacije (1) imamo:

$$\mathbf{e}_t^i = \mathbf{C}_t^i \mathbf{e}_t^t = \mathbf{C}^T(\chi_t, \varphi_t, 0) \mathbf{e}_t^t \quad (2)$$

$$\mathbf{e}_t^b = \mathbf{C}_t^b \mathbf{e}_t^i = \mathbf{C}(\Psi, \Theta, \Phi) \mathbf{e}_t^i \quad (3)$$

$$\mathbf{e}_t^b = \mathbf{C}(\Psi, \Theta, \Phi) \mathbf{C}^T(\chi_t, \varphi_t, 0) \mathbf{e}_t^i \quad (4)$$

Imajući u vidu:

$$\mathbf{e}_t^i = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (5)$$

iz jednačine (4) mogu se odrediti komponente jediničnog vektora linije viziranja cilja u dinamičkom koordinatnom sistemu (sl. 3).

$$\mathbf{e}_t^b = [e_{tx} \ e_{ty} \ e_{tz}] \quad (6)$$

Uglovi orijentacije tela letelice u odnosu na liniju viziranja cilja (uglovi pelenga cilja)  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  su:

$$\lambda_1 = -\tan^{-1} \frac{e_{tz}}{e_{tx}} \quad (7)$$

$$\lambda_2 = \tan^{-1} \frac{e_{ty}}{e_{tx}} \quad (8)$$

Komponente jediničnog vektora  $\mathbf{e}_o$ , koji definiše položaj ose rotora slobodnog žiroskopa, mogu se odrediti u dinamičkom koordinatnom sistemu pomoću sledećih matricnih relacija:

$$\mathbf{e}_o^i = \mathbf{C}_o^i \mathbf{e}_o^o = \mathbf{C}^T(\Psi_o, \Theta_o, 0) \mathbf{e}_o^o \quad (9)$$

$$\mathbf{e}_o^b = \mathbf{C}_o^b \mathbf{e}_o^i = \mathbf{C}(\Psi, \Theta, \Phi) \mathbf{e}_o^i \quad (10)$$

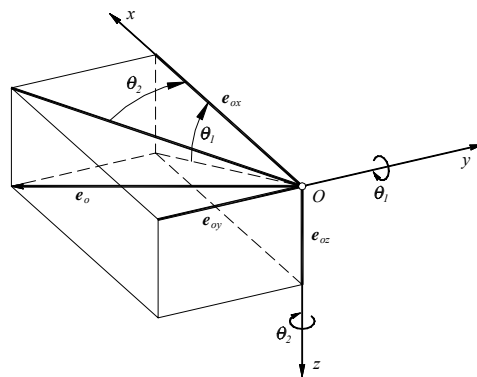
ili,

$$\mathbf{e}_o^b = \begin{bmatrix} e_{ox} \\ e_{oy} \\ e_{oz} \end{bmatrix} = \mathbf{C}(\Psi, \Theta, \Phi) \mathbf{C}^T(\Psi_o, \Theta_o, 0) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Na osnovu sl. 4 imamo:

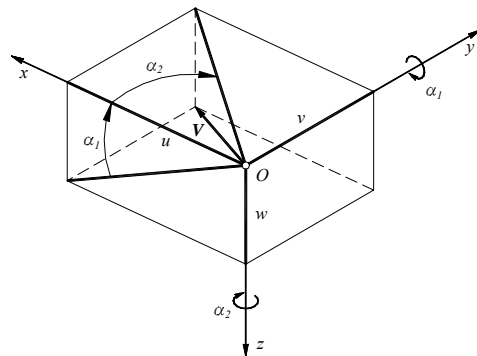
$$\Theta_1 = \tan^{-1} \frac{e_{oz}}{e_{ox}} \quad (12)$$

$$\Theta_2 = -\tan^{-1} \frac{e_{oy}}{e_{ox}} \quad (13)$$



Slika 4. Položaj letelice u odnosu na osnovni koordinatni sistem

Komponente napadnog ugla  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  definisane su na sl. 5.



Slika 5. Položaj relativne brzine letelice u dinamičkom koordinatnom sistemu

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{w}{U} \quad (14)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{v}{U} \quad (15)$$

gde su  $U$ ,  $v$ ,  $w$  projekcije relativne brzine letelice na ose dinamičkog koordinatnog sistema.

Komponente ugla između relativne brzine letelice i ose rotora slobodnog žiroskopa u dinamičkom koordinatnom sistemu dobijaju se iz (12-15):

$$\gamma_1 = \Theta_1 - \alpha_1 \quad (16)$$

$$\gamma_2 = \Theta_2 + \alpha_2 \quad (17)$$

Na sličan način se nalaze i komponente ugla linije viziranja cilja u dinamičkom koordinatnom sistemu:

$$\varphi_1 = \Theta_1 + \lambda_1 \quad (18)$$

$$\varphi_2 = \Theta_2 + \lambda_2 \quad (19)$$

Komponente greške vođenja (ugla između relativne brzine letelice i linije viziranja cilja) u dinamičkom sistemu određuju se sledećim relacijama:

$$\varepsilon_1 = \varphi_1 - \gamma_1 \quad (20)$$

$$\varepsilon_2 = \varphi_2 - \gamma_2 \quad (21)$$

ili

$$\varepsilon_1 = \lambda_1 + \alpha_1 \quad (22)$$

$$\varepsilon_2 = \lambda_2 - \alpha_2 \quad (23)$$

### Matematički model

Glavni delovi samonavodjene letelice koji se modeliraju su: dinamika letelice sa kompletnim aerodinamičkim karakteristikama, aerodinamički senzor sa detektorom cilja, jedan slobodni žiroskop ugrađen u telo letelice radi merenja uglova propinjanja i skretanja, odsek vođenja i aktuator za pokretanje upravljačkih površina oko dve međusobno upravne ose.

#### Model letelice

Model letelice, koji je prikazan u ovom radu, predstavlja potpuno nelinearan dinamički model sa aerodinamičkim podacima za jednu letelicu tipa vazduh-zemlja. Kretanje letelice u prostoru kao objekta sa šest stepeni slobode kretanja opisano je pomoću dvanaest diferencijalnih jednačina [13,14]. Modelom je obuhvaćen uticaj vetra proizvoljnog pravca. Jednačine kretanja u dinamičkom koordinatnom sistemu za letelicu krstaste konfiguracije su:

$$\begin{aligned} \dot{U}_K &= rv_K - qw_K + (X + F_x) / m - g \sin \Theta \\ \dot{v}_K &= pw_K - rU_K + (Y + F_y) / m + g \sin \Phi \cos \Theta \\ \dot{w}_K &= qU_K - pv_K + (Z + F_z) / m + g \cos \Phi \cos \Theta \\ \dot{p} &= (L + L^F) / J_x \end{aligned} \quad (24)$$

$$\dot{q} = (J_y - J_x) / J_y pr + (M + M^F) / J_y$$

$$\dot{r} = (J_x - J_y) / J_y pq + (N + N^F) / J_y$$

$$\dot{\Phi} = p + q \sin \Phi \tan \Theta + r \cos \Phi \tan \Theta$$

$$\dot{\Theta} = q \cos \Phi - r \sin \Phi$$

$$\dot{\Psi} = q \sin \Phi / \cos \Theta - r \cos \Phi / \cos \Theta$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= U_K \cos \Theta \cos \Psi + \\ &+ v_k (\sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi) + \\ &+ w_k (\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= U_K \cos \Theta \sin \Psi + \\ &+ v_k (\sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi) + \\ &+ w_k (\cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi) \end{aligned}$$

$$\dot{h} = -\dot{z} = U_K \sin \Theta - v_k \sin \Phi \cos \Theta - w_k \cos \Phi \cos \Theta$$

gde su:  $U_k, v_k, w_k$  - komponente kinematičke brzine letelice  $V_k$  (brzine u odnosu na Zemlju) u dinamičkom koordinatnom sistemu;  $p, q, r$  - ugaone brzine valjanja, propinjanja i skretanja u dinamičkom sistemu;  $\Phi, \theta, \Psi$  - uglovi valjanja, propinjanja i skretanja;  $x, y, z$  - koordinate položaja letelice u inercijalnom koordinatnom sistemu.

Komponente aerodinamičke sile duž osa dinamičkog sistema predstavljene su veličinama  $X, Y, Z$  u obliku aerodinamičkih koeficijenata:

$$\begin{aligned} X &= C_x QS \\ Y &= C_y QS \\ Z &= C_z QS \\ Q &= \rho V^2 / 2 \end{aligned} \quad (25)$$

gde su:  $\rho$  gustina vazduha,  $V$  - relativna brzina letelice,  $S = \pi d^2 / 4$  - referentna površina. Alternativne oznake za aerodinamičke koeficijente aksijalne i normalne sile su  $C_A = -C_x, C_N = -C_z$ .

Komponente aerodinamičkog momenta oko osa dinamičkog koordinatnog sistema definišu se kao momenti valjanja ( $L$ ), propinjanja ( $M$ ) i skretanja ( $N$ ) i određuju se u funkciji od aerodinamičkih koeficijenata  $C_l, C_m$  i  $C_n$ :

$$\begin{aligned} L &= C_l QSl \\ M &= C_m QSl \\ N &= C_n QSl \end{aligned} \quad (26)$$

gde je  $l$  referentna dužina, koja je obično prečnik letelice  $l = d$ .

U radu se koriste sledeći analitički izrazi za aerodinamičke koeficijente:

$$\begin{aligned} C_A &= C_{A_0} (\delta^2) + C_{A_2} (\delta^2) \alpha_T^2 + C_{A_{\alpha\eta}} (\delta^2) (\alpha_1 \eta + \alpha_2 \zeta) \\ C_N &= C_{N_{\alpha}} \cdot \alpha_1 + C_{N_{\eta}} \cdot \eta + C_{N_q} \cdot q^* + C_{N_{\dot{\alpha}}} \cdot \dot{\alpha}_1 + C_{y_{p\alpha}} p^* \alpha_2 \\ C_Y &= -C_{N_{\alpha}} \cdot \alpha_2 + C_{N_{\eta}} \zeta + C_{N_q} \cdot r^* - C_{N_{\dot{\alpha}}} \cdot \dot{\alpha}_2 + C_{y_{p\alpha}} p^* \cdot \alpha_1 \\ C_l &= C_{l_0} + C_{l_p} p^* + C_{l_{\alpha\eta}} (\alpha_2 \eta - \alpha_1 \zeta) \\ C_m &= C_{m_{\alpha}} \cdot \alpha_1 + C_{m_{\eta}} \cdot \eta + C_{m_q} \cdot q^* + C_{m_{\dot{\alpha}}} \cdot \dot{\alpha}_1 + C_{m_{p\alpha}} p^* \alpha_2 \\ C_n &= C_{m_{\alpha}} \cdot \alpha_2 + C_{m_{\eta}} \zeta + C_{m_q} \cdot r^* + C_{m_{\dot{\alpha}}} \cdot \dot{\alpha}_2 + C_{m_{p\alpha}} p^* \cdot \alpha_1 \end{aligned} \quad (27)$$

Ugaone brzine su normalizovane pomoću  $V/l$  u bez-

dimenzione veličine:

$$\begin{aligned} p^* &= \frac{p \cdot l}{V}, q^* = \frac{q \cdot l}{V}, r^* = \frac{r \cdot l}{V} \\ \dot{\alpha}_1^* &= \frac{\dot{\alpha}_1 l}{V}, \dot{\alpha}_2^* = \frac{\dot{\alpha}_2 \cdot l}{V} \end{aligned} \quad (28)$$

Svi derivativi aerodinamičkih koeficijenata sila i momenta (27) zavise od Mahovog broja. Otkloni upravljačkih površina  $\eta$  i  $\zeta$  određeni su zakonom vođenja i dinamikom aktuatora.

Rezultujući napadni ugao i otklon upravljačkih površina određuju se iz:

$$\begin{aligned}\alpha_T &= \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \\ \delta &= \sqrt{\eta^2 + \zeta^2}\end{aligned}\quad (29)$$

Aerodinamičke sile i momenti se određuju na osnovu relativne brzine letelice  $\mathbf{V}=[U \ v \ w]^T$  koja zavisi od kinematičke brzine  $\mathbf{V}_k=[U_k \ v_k \ w_k]^T$  i vetra  $\mathbf{W}=[u_w \ v_w \ w_w]^T$ :

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} U \\ v \\ w \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} U_k \\ v_k \\ w_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_w \\ v_w \\ w_w \end{bmatrix} \\ V &= \sqrt{U^2 + v^2 + w^2}\end{aligned}\quad (30)$$

Polazeći od komponentata vetra u koordinatnom sistemu vezanom za Zemlju, mogu se odrediti njegove komponente u dinamičkom sistemu:

$$\begin{bmatrix} u_w \\ v_w \\ w_w \end{bmatrix} = \mathbf{C}(\Psi, \Theta, \Phi) \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ O \end{bmatrix}\quad (31)$$

gde je  $\mathbf{C}$  matrica transformacije (1).

#### Aktuator

Pretpostavljajući da je aktuator dinamički sistem drugog reda, otkloni upravljačkih površina ( $\eta, \zeta$ ) mogu se modelirati sledećim diferencijalnim jednačinama:

$$\begin{aligned}\ddot{\eta} &= \omega_a^2 \left( \eta_c - \frac{2\zeta_a}{\omega_a} \dot{\eta} - \eta \right) \\ \ddot{\zeta} &= \omega_a^2 \left( \zeta_c - \frac{2\zeta_a}{\omega_a} \dot{\zeta} - \zeta \right)\end{aligned}\quad (32)$$

gde su:  $\omega_a$  - frekvencija i  $\zeta_a$  - relativni faktor prigušenja aktuatora. Zahtevani otkloni upravljačkih površina propinjanja ( $\eta_c$ ) i skretanja ( $\zeta_c$ ) određuju se zakonom vođenja.

#### Merni uredjaji

Predloženi sistem vođenja sa modifikovanim zakonom potere koristi aerodinamički stabilisanu glavu za samonavodjenje (aerodinamički senzor) za merenje uglova greške linije viziranja cilja i uglova njene orijentacije u odnosu na telo letelice (komponente napadnog ugla), i dvostepeni slobodni žiroskop za merenje uglova propinjanja i skretanja. Laserska glava za samonavodjenje je ugrađena na dvoosni aerodinamički senzor i ima kvadrantni detektor za prijem laserske energije koja je odbijena od cilja. Impulsna priroda odbijene laserske energije je predstavljena diskretizovanim signalom. Simulacija laserskog detektora je izvršena zadržavanjem poslednjeg impulsa  $\Delta T$  sekundi, posle čega se prima novi laserski impuls, koji ostaje nepromenjen u narednom periodu diskretizacije:

$$\Delta T = \frac{1}{f_d}\quad (33)$$

gde je  $f_d$  frekvencija laserskih impulsa.

Dinamičko ponašanje aerodinamičkog senzora sa viskoznim trenjem može se opisati dinamičkim sistemom drugog reda. Sledeći sistem od dve diferencijalne jednačine

drugog reda služi za određivanje uglovne orijentacije aerodinamičkog senzora u vezanom koordinatnom sistemu:

$$\ddot{\alpha}_{s_i} = \omega_s^2 \left( \alpha_i + \Delta\alpha_i - \frac{2\zeta_s}{\omega_s} \dot{\alpha}_{s_i} - \alpha_{s_i} \right)\quad (34)$$

gde su  $i=1,2$ ,  $\omega_s$  - neprigušena prirodna frekvencija,  $\zeta_s$  - relativni faktor prigušenja i  $\Delta\alpha_i$  - sistematska greška opstrujavanja aerodinamičkog senzora.

Aerodinamički senzor ne prati tačno relativnu brzinu letelice zbog interferencije strujnih polja aerodinamičkog senzora i odseka prednjih upravljačkih površina. Napadni ugao aerodinamičkog senzora je prekompenziran u odnosu na napadni ugao neporemećene struje vazduha. Ovaj efekat se može aproksimirati [10] uvođenjem sistematske greške, koja je srazmerna napadnom uglu:

$$\Delta\alpha_i = \varepsilon_\alpha \cdot \alpha_i\quad (35)$$

gde je  $\varepsilon_\alpha$  - faktor sistematske greške opstrujavanja definisan

$$\text{izrazom } \varepsilon_\alpha = \frac{\alpha_s - \alpha}{\alpha}$$

gde su  $\alpha$  - napadni ugao letelice i  $\alpha_s$  - napadni ugao aerodinamičkog senzora.

Dvostepeni slobodni žiroskop se može predstaviti bezinercionim elementom.

#### Zakon vođenja

Kao zakon vođenja primenjena je modifikovana potera, koja se prikazuje sledećom idealnom jednačinom:

$$\dot{\gamma} = K_1(\varepsilon + K_2\gamma)\quad (36)$$

gde su  $\gamma$  - ugao brzine letelice i  $\varepsilon$  - ugao greške između linije viziranja cilja i relativne brzine. Osnovni parametri zakona vođenja su faktor pojačanja greške vođenja  $K_1$  i faktor pojačanja ugla brzine  $K_2$ . Faktor pojačanja  $K_1$  se može prikazati u obliku:

$$K_1 = K_p \cdot K_q\quad (37)$$

gde su  $K_p$  pojačanje kojim se signal greške vođenja pretvara u otklon upravljačkih krilaca i  $K_q$  - pojačanje ugaone brzine propinjanja, odnosno ugaone brzine putanje letelice.

Ugao pravca putanje se ne meri direktno već se sračunava korišćenjem izmerenog napadnog ugla pomoću aerodinamičkog senzora i ugla orijentacije letelice, dobijenog pomoću slobodnog žiroskopa.

Prema tome, zakon vođenja dvokanalnog sistema letelice ima oblik:

$$\eta_c = K_p(\varepsilon_1 + K_2\gamma_1)\quad (38)$$

$$\zeta_c = K_p(\varepsilon_2 + K_2\gamma_2)\quad (39)$$

gde su:  $\eta_c, \zeta_c$  - zahtevani otkloni upravljačkih površina.

Uglovi greške linije viziranja cilja ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ) i uglovi putanje letelice ( $\gamma_1, \gamma_2$ ) određuje se pomoću izraza (16-21), s tim što je potrebno umesto veličine  $\alpha_1, \alpha_2$  zameniti uglove aerodinamičkog senzora  $\alpha_{s1}, \alpha_{s2}$  kako bi se obuhvatili uticaji vetra, greške opstrujavanja i dinamike aerodinamičkog senzora.

#### Proračun uglovne orijentacije linije viziranja cilja

Pošto su putanje letelice i položaj cilja dati u inercijalnom koordinatnom sistemu, uglovi linije viziranja cilja  $\chi_i$  i  $\varphi_i$ , sl. 3, određuju se iz:

$$\begin{aligned}\chi_t &= \tan^{-1} \frac{-\Delta y}{\Delta x} \\ \varphi_t &= \tan^{-1} \frac{\Delta z}{\Delta x}\end{aligned}\quad (40)$$

gde je položaj cilja u odnosu na letelicu određen izrazima:

$$\begin{aligned}\Delta x &= x_t - x \\ \Delta y &= y_t - y \\ \Delta z &= z_t - z\end{aligned}\quad (41)$$

## Rezultati simulacije

Jednačine kompletnog sistema vođenja mogu se napisati u obliku matricne diferencijalne jednačine u prostoru stanja:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (42)$$

pri čemu je

$$\mathbf{x} = [U_K \ v_K \ w_K \ p \ q \ r \ \Phi \ \Theta \ \Psi \ x \ y \ z \ \eta \ \zeta \ \zeta \ \dot{\alpha}_{s1} \ \alpha_{s1} \ \dot{\alpha}_{s2} \ \alpha_{s2}]^T \quad (43)$$

$$\mathbf{u} = [\zeta_c \ \eta_c]^T$$

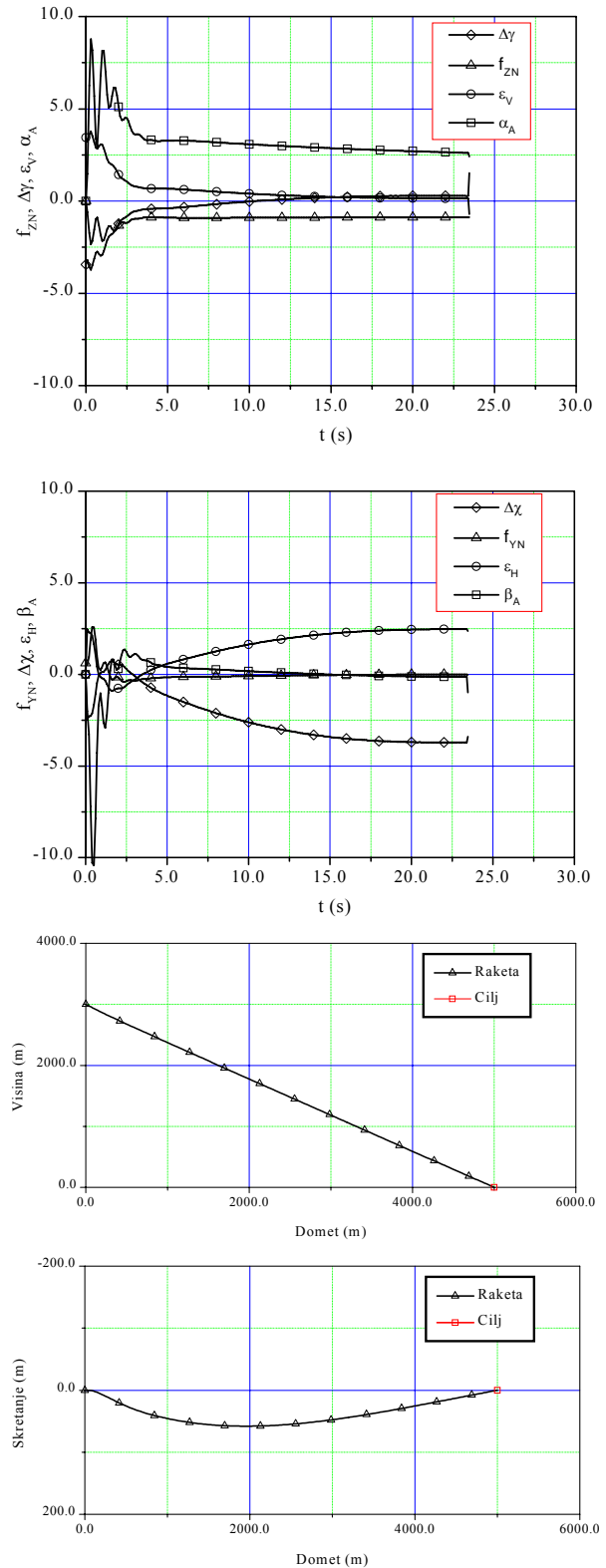
Razmatra se nepokretni zemaljski cilj. Imajući u vidu (38 i 39) i kompletan sistem algebarskih jednačina, zakon vođenja se može prikazati u obliku matricne relacije zavisno od vektora stanja  $\mathbf{u}=\mathbf{g}(\mathbf{x})$ . Integracija sistema diferencijalnih jednačina prvog reda izvršena je metodom Runge-Kutta četvrtog reda. Aerodinamički derivativi u (27) dati su tabelarno u funkciji od Mahovog broja.

Simulacija sistema vođenja realizovanog metodama potere i modifikovane potere izvršena je za letelicu bez reaktivne sile u dozvučnoj oblasti brzina (250-180 m/s). Rezultati simulacije su prikazani za početni položaj letelice ( $x_0=0$ ,  $h_0=3000$  m) i nepokretni zemaljski cilj ( $x_t=5000$  m,  $h_t=0$ ). Početni poremećaj ugla linije viziranja cilja u odnosu na relativnu brzinu iznosi  $\varepsilon_{v0}=-3^\circ$  u vertikalnoj ravni. Frekvencija detektora je  $f_d=10$  Hz, dok su dinamički parametri aktuatora i aerodinamičkih senzora dati sledećim vrednostima:  $\omega_a=60$  1/s,  $\zeta_a=0.6$ ,  $\omega_s=120$  1/s,  $\zeta_s=0.60$ . Faktor sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora bio je u intervalu od  $\varepsilon_a=0.1-0.3$ . Aerodinamički faktor pojačanja ugaone brzine propinjanja po otklonu upravljačkih površina, dobijen je proračunom aerodinamičkih funkcija prenosa u zavisnosti od vremena leta ( $K_q=0.7-0.50$ ).

Pojačanja u zakonu vođenja (36)  $K_1$  i  $K_2$  nalaze se metodom sinteze koja je opisana u [12]. Primenom kriterijuma za dinamičku i kinematičku stabilnost letelice, kao i zahteva za minimalnom devijacijom putanje od pravolinijskog leta, dobija se  $K_1=4$  i  $K_2=0.70$ . Korišćenjem izraza (37) određuje se faktor pojačanja otklona upravljačkih površina po signalu vođenja  $K_p=7.5$ .

Problem rezonancije zbog valjanja letelice oko uzdužne ose nije razmatran, pošto se pretpostavlja da je ugaona brzina valjanja manja od sopstvene frekvencije propinjanja (nutacione frekvencije) letelice.

Slika 6 prikazuje promenu parametara letelice ( $p=300$  o/s) koja se navodi metodom modifikovane potere na nepokretni zemaljski cilj pri delovanju konstatnog bočnog vetra ( $W=10$  m/s) i faktoru sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora od  $\varepsilon_a=10\%$ .

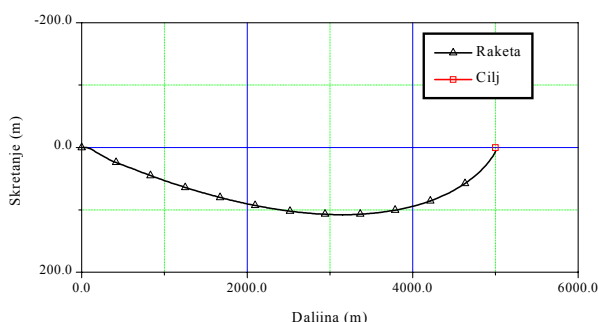


Slika 6. Odgovor letelice sa modifikovanim zakonom potere ( $p=300$  o/s,  $\varepsilon_a=0.10$ ,  $W=10$  m/s)

Poremećaji koji deluju na letelicu (gravitaciono ubrzanje i bočni vetar) mogu se uspešno kompenzirati i pri postojanju rotacije letelice oko podužne ose ako se primeni modifikovani zakon potere. Iako gravitaciono ubrzanje deluje u vertikalnoj ravni, zbog rotacije upravljačkih

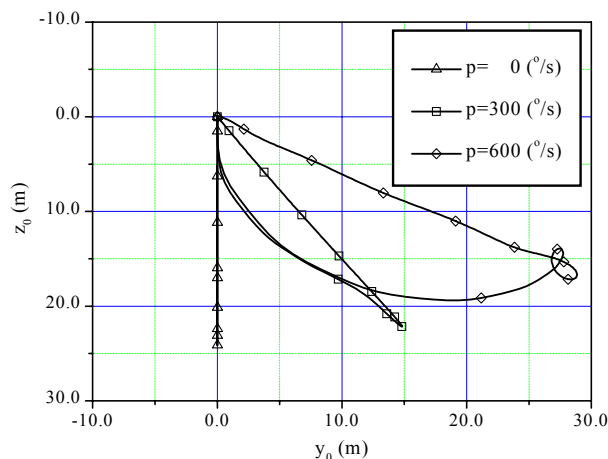
površina i kašnjenja aktuatora ovaj poremećaj se prenosi i u bočnu ravan u kojoj deluje vetar. U primeru prikazanom na sl. 6, oba efekta se superponiraju tako da je maksimalna devijacija u odnosu na ravan lansiranja oko 60 m. U završnoj fazi navodjenja putanja letelice je prava linija: realizovano normalno ubrzanje u vertikalnoj ravni iznosi  $1g$  i služi za kompenzaciju gravitacionog ubrzanja, dok u horizontalnoj ravni normalno ubrzanje teži ka nuli. Vrednosti ugla greške vođenja u horizontalnoj ravni ( $\varepsilon_H=2.5^\circ$ ) i ugla pravca relativne brzine ( $\Delta\chi=3.7^\circ$ ) su podešene tako da daju nulti signal vođenja (nulto zahtevano normalno ubrzanje).

Radi uporedne analize, na sl.7 je prikazana devijacija letelice od ravni lansiranja u slučaju primene metode potere. Krivina putanje pri delovanju bočnog vetra je veća kod metode potere nego kod modifikovanog zakona potere zbog čega će se desiti prevremeni udar letelice o zemlju. Veće vrednosti pojačanja  $K_1$  smanjile bi krivinu i devijaciju putanje, ali bi sistem postao dinamički nestabilan [12].



Slika 7. Devijacija putanje u horizontalnoj ravni pri primeni zakona potere ( $p=300$  o/s,  $\varepsilon_a=0.10$ ,  $W=10$  m/s)

Pojava unakrsnog kuplovanja izazvanog rotacijom letelice ogleda se u skretanju rakete u odnosu na vertikalnu ravan i prikazana je na sl. 8 za modifikovani zakon potere posmatrajući položaj letelice u ravni upravnoj na pravac lansiranja.



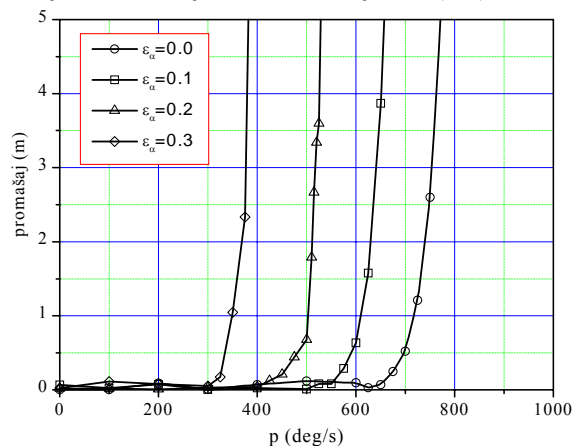
Slika 8. Unakrsno kuplovanje izazvano rotacijom letelice za modifikovani zakon potere ( $W=0$ ,  $\varepsilon_a=0.1$ )

U slučaju nulte ugaone brzine valjanja, devijacija putanje zbog gravitacionog ubrzanja nastaje samo u vertikalnoj ravni. Poredjenjem sa proporcionalnom navigacijom i metodom potere, kod modifikovanog zakona potere dobija se najmanja devijacija letelice od pravolinijskog leta, što je povoljno za letelice tipa vazduh-zemlja.

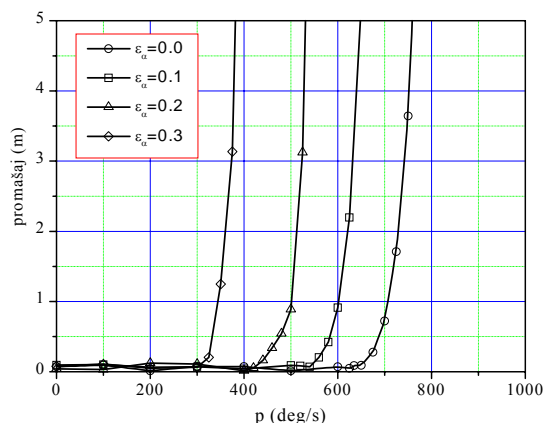
Poremećaje koji deluju na letelicu (gravitaciono ubrzanje i vetar) treba kompenzirati u inercijalnom (nerotirajućem)

koordinatnom sistemu. Međutim, komponente greške vođenja i otkloni upravljačkih krila određuju se u dinamičkom (rotirajućem) koordinatnom sistemu. Ako letelica rotira, dinamika aktuatora (element drugog reda) i diskretizacija laserskog impulsa izazvaće vremensko kašnjenje komande koja se realizuje u dinamičkom koordinatnom sistemu. Unakrsno kuplovanje kanala upravljanja izaziva zaokretanje komande realizovane u rotirajućem sistemu za određeni ugao u odnosu na inercijalni koordinatni sistem. Za letelicu, koja se razmatra u ovom radu, ne mogu se dekoplovati međujuticaji pošto se, zbog zahteva za jednostavnom konstrukcijom, ne meri ni ugao ni ugaona brzina valjanja. Ako ugaona brzina valjanja raste, dobijaju se značajne vrednosti unakrsnog kuplovanja. Važno je uočiti da velike vrednosti pojačanja  $K_1$ , koje su poželjne za smanjenje devijacije u vertikalnoj ravni, stvaraju povećano unakrsno kuplovanje izazvano rotacijom letelice oko podužne ose. Jedini način da se smanji unakrsno kuplovanje jeste određivanje najveće dozvoljene ugaone brzine valjanja zavisno od parametara vođenja i realizacija takve aerodinamičke konfiguracije letelice kojom će se obezbediti da stvarna ugaona brzina valjanja bude manja od dozvoljene vrednosti.

Zavisnost promašaja letelice od ugaone brzine valjanja za različite faktore sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora prikazana je na sl. 9 i sl. 10 za modifikovani zakon potere, a na sl. 11 i sl. 12 za vođenje po metodi potere. Promašaj je definisan kao rastojanje između letelice i cilja u horizontalnoj ravni (sl.1).

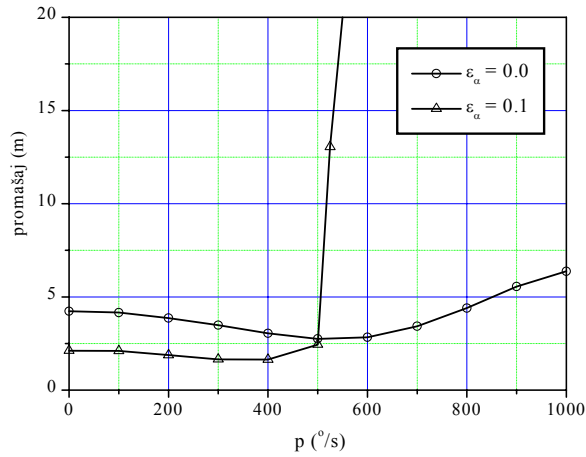


Slika 9. Promašaj letelice u funkciji od ugaone brzine za modifikovani zakon potere ( $W=0$ )

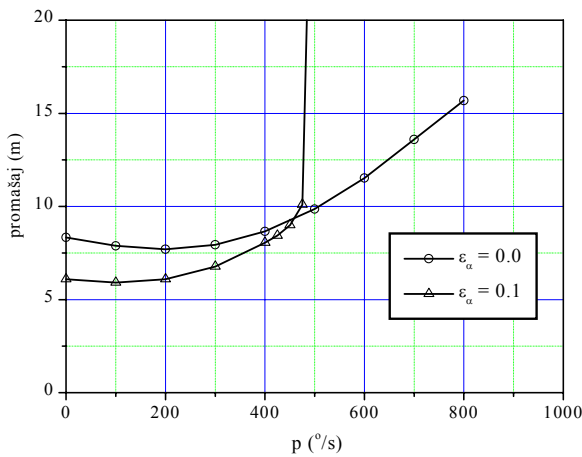


Slika 10. Promašaj letelice u funkciji od ugaone brzine za modifikovani zakon potere ( $W=10$  m/s)





Slika 11. Promašaj letelice u funkciji od ugaone brzine valjanja za zakon potere ( $W=0$ )



Slika 12. Promašaj letelice u funkciji od ugaone brzine valjanja za zakon potere ( $W=10$  m/s)

Kritična ugaona brzina valjanja definiše se kao ona vrednost pri kojoj dolazi do naglog porasta promašaja letelice. To je najveća dozvoljena vrednost ugaone brzine valjanja letelice. Polazeći od zahteva za minimalnim promašajem, potrebno je da ugaona brzina valjanja letelice bude manja od njene kritične vrednosti. Poredjenjem dijagrama na sl. 9 i sl. 10, odnosno na sl. 11 i sl. 12, pokazano je da kritična ugaona brzina valjanja letelice ne zavisi od intenziteta vetra.

Uticaj ugaone brzine valjanja na promašaj znatno je izraženiji kod vođenja metodom potere, nego kod modifikovanog zakona potere. U slučaju modifikovane potere dobijaju se manje vrednosti promašaja i veće vrednosti kritične ugaone brzine valjanja. Vetar intenziteta 10 m/s (sl. 12) povećava promašaj kod metode potere. Na sl. 12 je pokazano da zakon potere ima loše performanse za sve vrednosti ugaone brzine valjanja ako deluje bočni vetar i postoji greška opstrujavanja aerodinamičkog senzora. Suprotno tome, modifikovani zakon potere daje dobre rezultate pod uslovom da je stvarna ugaona brzina valjanja manja od kritične (sl. 10).

Da bi se objasnio uticaj faktora sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora, potrebno je odrediti njegov uticaj na pojačanje otklona upravljačkih površina po grešci vođenja.

Korišćenjem (16 i 22) i uvođenjem u ove izraze stvarnog napadnog ugla aerodinamičkog senzora  $\alpha_s$ , umesto napadnog ugla letelice  $\alpha$ , dobija se:

$$\eta_c = K_p [\lambda + \alpha_s + K_2 (\Theta - \alpha_s)] \quad (44)$$

gde je:

$$\alpha_s = \alpha + \varepsilon_\alpha \cdot \alpha \quad (45)$$

Napadni ugao letelice se može napisati u obliku:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_h(t) \quad (46)$$

gde je zahtevni napadni ugao:

$$\alpha_c = \frac{C_{m\eta}}{-C_{m\alpha}} \cdot \eta_c \quad (47)$$

i  $\alpha_h$  je oscilatorna komponenta  $\alpha$  oko ravnotežne vrednosti  $\alpha_c$ .

Zamenom (45, 46 i 47) u (44) dobija se:

$$\eta_c = \bar{K}_p (\varepsilon + K_2 \gamma) \quad (48)$$

gde su:

$$\varepsilon = \lambda + \alpha \quad (49)$$

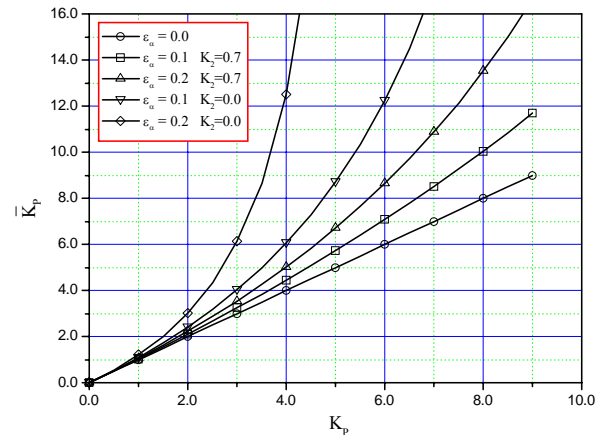
$$\gamma = \Theta - \alpha \quad (50)$$

$$\bar{K}_p = \frac{K_p}{1 - (1 - K_2) K_p \varepsilon_\alpha \left( \frac{C_{m\eta}}{-C_{m\alpha}} + \frac{\alpha_{h(t)}}{\eta_c} \right)} \quad (51)$$

Veličina  $\bar{K}_p$  je efektivni faktor pojačanja i zavisi od vremena. U ravnotežnom stanju biće:

$$\bar{K}_p = \frac{K_p}{1 - (1 - K_2) K_p \varepsilon_\alpha \frac{C_{m\eta}}{-C_{m\alpha}}} \quad (52)$$

Zavisnost efektivnog faktora pojačanja  $\bar{K}_p$  u ravnotežnom stanju od  $K_p$  za različite nivoe sistematske greške opstrujavanja, prikazana je na sl. 13 i za poteru ( $K_2=0$ ) i za modifikovani zakon potere ( $K_2=0.7$ ).



Slika 13. Zavisnost efektivnog faktora pojačanja  $\bar{K}_p$  od  $K_p$  ( $C_{m\eta}/(-C_{m\alpha})=0.85$ )

Uticaj sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora na efektivni faktor pojačanja veći je kod metode

potere nego kod modifikovanog zakona potere, što je posledica doprinosa sintetičke povratne veze po uglu relativne brzine u drugom slučaju ( $K_2=0.7$ ). Pri većim vrednostima sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora dolazi do značajnog porasta efektivnog faktora pojačanja u zakonu potere zbog odsustva sintetičke povratne veze ( $K_2=0$ ) što izaziva dinamičku nestabilnost sistema vođenja letelice.

Na sl. 9, 10, 11 i 12 je pokazano da kritična ugaona brzina valjanja opada sa porastom sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora. U slučaju modifikovanog zakona potere, vrednosti kritične ugaone brzine valjanja se procenjuju na 700, 600, 500 i 320 °/s za vrednosti faktora sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora od  $\varepsilon_a=0, 0.1, 0.2, 0.3$  respektivno. Ako je  $\varepsilon_a=0.1$ , kritična ugaona brzina valjanja iznosi 480 °/s za zakon potere. Pri većim vrednostima faktora  $\varepsilon_a$  i ugaone brzine valjanja metoda potere je neefikasna za letelice tipa vazduh-zemlja. Suprotno tome, modifikovani zakon potere je povoljan za rotirajuće letelice vazduh-zemlja i u uslovima dejstva bočnog vetra i postojanja greške opstrujavanja aerodinamički stabilisanog senzora.

### Zaključak

Primenom modela "šest stepeni slobode kretanja" izvršena je obimna numerička simulacija kretanja rotirajuće letelice bez reaktivne sile, koja se navodi metodom modifikovane potere na nepokretan zemaljski cilj. Radi uporedne analize prikazani su, takodje, rezultati simulacije za letelicu vođenu metodom potere. Glavni poremećaji, koji su delovali na letelicu, bili su gravitaciono ubrzanje, bočni vetar i greška opstrujavanja aerodinamički stabilisane glave za samonavodjenje. Najvažniji zaključci se mogu izvesti iz dijagrama zavisnosti promašaja od ugaone brzine valjanja, koji su prikazani na sl. 9, 10, 11 i 12. Modifikovani zakon potere obezbeđuje male vrednosti promašaja pod uslovom da je stvarna ugaona brzina valjanja letelice manja od kritične vrednosti, koja se može proceniti sa sl. 9 i sl. 10. Pokazano je da kritična ugaona brzina valjanja ne zavisi od intenziteta vetra.

Povećanje greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora dovodi do smanjenja kritičnih ugaonih brzina valjanja. Ova pojava je više izražena kod letelica vođenih metodom potere nego onih koje su vođene modifikovanim zakonom potere. Približno rešenje za efektivni faktor pojačanja, koje je prikazano na sl. 13, daje jasan uvid u moguće pojave

zavisno od nivoa greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora. U slučaju zakona potere, velika vrednost efektivnog faktora pojačanja dobijena zbog greške opstrujavanja može izazvati nestabilnost sistema vođenja. Suprotno tome, modifikovani zakon potere pokazuje znatno manju osetljivost efektivnog faktora pojačanja na promenu sistematske greške opstrujavanja aerodinamičkog senzora.

### Literatura

- [1] MURPHY CH.,H. Symetric Missile Dynamic Instabilities. *J. Guidance and Control*, 1981, vol 4, no. 5, p. 464-471.
- [2] MINOVIĆ,S. Kompleksne aerodinamičke prenosne funkcije osmosimetrične letelice koja lagano rotira svedene na normalizovani oblik, *Naučnotehnički pregled*, 1970. vol. XX. no. 5.
- [3] ČUK,D. *The application of the KBM method to the response of guided missiles having nonlinear aerodynamic characteristics*, M.Sc. Thesis, CIT, Cranfield, 1977.
- [4] SHINAR,J., MERHOV,S.J. Effect of Periodic Roll Rate in Missiles with Proportional Navigation. *J. Spacecraft*, 1976, vol. 13, no. 9, p. 547-556.
- [5] MANDIĆ,S. *Prilog istraživanju dinamičkog ponašanja raketa sa pasivnim samonavodjenjem u nestacionarnom režimu leta*. magistarska teza, Mašinski fakultet, Beograd, 1991.
- [6] ČUK,D. *Nelinearne pojave u dinamici leta samonavodjenih brzorotirajućih projektila*. doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 1984.
- [7] CHADWICK,W.R., ROSE,C.M. A Guidance Law for General Surface Targets. *J. Guidance*, 1983., vol.6, no.6, p.526-529.
- [8] ČUK,D., MANDIĆ,S. Analiza mogućih zakona vođenja besplatformnih sistema samonavodjenih raketa. *Naučnotehnički pregled*,1999,vol XXIX, no 5, p.3-12.
- [9] ČUK,D., MANDIĆ,S. Uticaj različitih metoda optimalnog vođenja na trajektorije besplatformnih samonavodjenih raketa. *Naučnotehnički pregled*, 1999, vol. XLIX, no 6, p.15-24.
- [10] RAMSEY,R.T. Analysis of Pursuit Guidance Systems Using Aerodynamically Stabilized Seekers, NWL, Technical Raport No TR-2697, Dahlgren, Virginia, 1972.
- [11] D'AMATO,R. *Error Analysis of Pursuit and Proportional Navigation Control Laws*. TR-80-68, Lincoln laboratory, M.I.T., Lexington, Massachusetts, 1980.
- [12] ČUK,D., MANDIĆ,S. Izbor parametara modifikovanog zakona potere samonavodjene letelice. *Naučnotehnički pregled*, 1998, vol. XLVIII, no 3, p. 3-12.
- [13] ETKIN,B. *Dynamics of Atmospheric Flight*. Wiley, New York, 1972.
- [14] GARNEL,P., EAST, D.J. *Guided Weapon Control System*. Pergamon, Oxford, 1980.

Rad primljen: 10.05.2000.