UDK: 621.391.037.37(047)=861
COSATI: 17-02

Spektralno-korelaciona karakterizacija digitalnih kvadraturnih modulacija

Dr Desimir Ž. Vučić, dipl.inž.[1)]

Na bazi novog aperiodičnog homogenog Markovljevog modela za predstavljanje digitalnih kvadraturnih modulacija konstantne anvelope, predložen je novi stohastički matrični metod za određivanje njihove spektralne korelacije. Izvedene su formule za spektralnu korelaciju M-PSK i 2×2SQAM signala i za neke od ovih signala dati su teorijski i grafički rezultati njihove spektralno-korelacione karakterizacije prema predloženoj metodi.

***Ključne reči*: Spektralna korelacija, digitalne kvadraturne modulacije, ciklostacionarni signali.**

Uvod

SPEKTRALNA korelacija predstavlja važnu karakteristiku modulisanih signala koja je posledica njihovih ciklostacionarnih osobina drugog reda. Ispoljava se kroz postojanje korelacije između parova frekvencijski razdvojenih spektralnih komponenata signala koje odgovaraju periodičnostima drugog reda, pri čemu se frekvencija razdvajanja naziva *ciklična frekvencija*. Korišćenje ove spektralne redudanse u transformacionom prostoru spektralne korelacije omogućuje znatno poboljšanje performansi procene parametara signala (tačnost i pouzdanost), detekcije i klasifikacije signala. To je posebno izraženo pri vremenskom i frekvencijskom preklapanju više signala i interferencije sa različitim cikličnim obeležjima i pri lošem odnosu signal/šum, jer šumovi (koji nisu ciklostacionarni) ne ispoljavaju ciklična obeležja na nenultim cikličnim frekvencijama [1,2]. Spektralno-korelaciona obeležja signala rezultat su regeneracije "skrivenih" spektralnih komponenti signala, koje odgovaraju periodičnostima drugog reda, primenom odgovarajućih nelinearnih transformacija. Ova obeležja su diskretno raspodeljena po cikličnoj frekvenciji i bitno se razlikuju za različite tipove modulisanih signala i u slučaju njihove identične i kontinualne spektralne gustine snage. Procena spektralne korelacije i analiza njenih odgovarajućih obeležja (spektralno-korelaciona karakterizacija) predstavlja ključnu fazu pri detekciji i klasifikaciji modulisanih signala u ovom transformacionom prostoru.

Veliki broj klasa digitalno modulisanih signala može se predstaviti u kvadraturnom obliku. To su, u najširem smislu, digitalne kvadraturne amplitudne modulacije (QAM-Quadrature Amplitude Modulation) i kvadraturne amplitudne modulacije sa pomerajem (SQAM- Staggered Quadrature Amplitude Modulation). Važnu podklasu ovih modulacija predstavljaju digitalne kvadraturne modulacije sa konstantnom anvelopom, čija se spektralno-korelaciona karakterizacija razmatra u ovom radu.

U radovima [1,2] izložen je nestohastički metod izračunavanja spektralne korelacije ciklostacionarnih modulisanih signala na bazi njihovog modeliranja pomoću linearne periodične vremenski promenljive (LPTV- linear periodically time-variant) transformacije čisto stacionarnih ili ciklostacionarnih signala.

U ovom radu je uveden novi model M-PSK i 2×2SQAM signala na bazi aperiodičnog homogenog Markovljevog niza sa kompleksnim stanjima i primenom prethodno predloženog opšteg stohastičkog matričnog metoda za određivanje spektralne korelacije digitalno modulisanih signala bez memorije [6,7] izvedene su formule za spektralnu korelaciju ovih signala. Posebno su dati teorijski i grafički rezultati spektralno-korelacione karakterizacije BPSK (Binary PSK), QPSK (Quadrature PSK) i 8-PSK signala (M-PSK signali), odnosno OQPSK (Offset QPSK), MSK (Minimum Shift Keying), SFSK (Sinusoidal Frequency-Shift Keying) i 2×2SQAM signala sa "square-root" Nyquistovim filtrom za uobličavanje spektra (2×2SQAM signali).

Ciklična autokorelacija i spektralna korelacija

Informacioni sadržaj modulisanih signala obično je stacionarni slučajni proces koji modulacijom prostoperiodičnog nosioca daje ciklostacionarni signal. Periodi ciklostacionarnosti, odnosno odgovarajuće ciklične frekvencije, odgovaraju nosećoj frekvenciji, simbolskoj brzini i drugim periodičnostima u signalu.

Signal je ciklostacionaran n-tog reda ako i samo ako postoji nelinearna transformacija n-tog reda toga signala kojom se generišu aditivne prostoperiodične komponente, koje odgovaraju diskretnim spektralnim komponentama, ili (što je ekvivalentno u spektralnom domenu) ako i samo ako postoji n statistički zavisnih spektralnih komponenata (združeni moment n-tog reda različit od nule) na frekvencijama čiji je zbir različit od nule.

Za signal $x(t)$ kaže se da *ispoljava ciklostacionarnost* drugog reda ako postoji ciklična frekvencija $\alpha\neq 0$ za koju *ciklična autokorelacija,* definisana kao:

[1)] Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

$$\Re_{xx}^{\alpha}(\tau)=\lim_{Z\to\infty}\frac{1}{Z}\int_{-Z/2}^{Z/2}E\left\{x(t+\tfrac{\tau}{2})\cdot x^{*}(t-\tfrac{\tau}{2})\right\}\cdot e^{-j2\pi\alpha t}dt \quad (1)$$

postoji kao funkcija od τ i nije identički jednaka nuli ($E\{\cdot\}$ - usrednjavanje po ansamblu) [1,2]. *Konjugovana ciklična autokorelacija* kompleksnog signala $x(t)$ ne sadrži operaciju konjugacije * u prethodnoj definiciji, tj.:

$$\Re_{xx^{*}}^{\alpha}(\tau)=\lim_{Z\to\infty}\frac{1}{Z}\int_{-Z/2}^{Z/2}E\left\{x(t+\tfrac{\tau}{2})\cdot x(t-\tfrac{\tau}{2})\right\}\cdot e^{-j2\pi\alpha t}dt \quad (2)$$

Spektralna korelacija i konjugovana spektralna korelacija su Fourierove transformacije ciklične autokorelacije i konjugovane ciklične autokorelacije, respektivno [1,2], tj.:

$$S_{xx}^{\alpha}(f)=\int_{-\infty}^{\infty}\Re_{xx}^{\alpha}(\tau)\cdot e^{-2\pi f\tau}d\tau \quad (3)$$

$$S_{xx^{*}}^{\alpha}(f)=\int_{-\infty}^{\infty}\Re_{xx^{*}}^{\alpha}(\tau)\cdot e^{-2\pi f\tau}d\tau \quad (4)$$

Markovljev model M-PSK i 2×2SQAM signala

Digitalno modulisani signal može se predstaviti u kvadraturnom ili kompleksnom obliku kao:

$$\begin{aligned}x(t)&=v_c(t)\cdot\cos(2\pi f_c t+\phi_0)-v_s(t)\cdot\sin(2\pi f_c t+\phi_0)=\\&=Re\left\{v(t)\cdot e^{j(2\pi f_c t+\phi_0)}\right\}\end{aligned} \quad (5)$$

gde su: f_c- frekvencija, a ϕ_0- početna deterministička faza nosioca, $v(t)=v_c(t)+jv_s(t)$- kompleksna anvelopa ($v_c(t)$ je komponenta u fazi, a $v_s(t)$ komponenta u kvadraturi) signala $x(t)$ [6, 7].

U opštem slučaju M-arnih QAM signala, blokovi binarnog niza (b_n) od $k=ldM$ bita razdvajaju se i konvertuju (D/A) u paralelne nizove simbola u fazi ($d_{c,n}$) i kvadraturi ($d_{s,n}$), koji čine komponente M-arnih simbola ($d_{c,n}$, $d_{s,n}$). Kod SQAM signala kvadraturne komponente zakašnjene su za pola simbolskog intervala ($T/2$) u odnosu na komponente u fazi. Nizovi ($d_{c,n}$) i ($d_{s,n}$) se uobličavaju, zatim modulišu nosioce $\cos(\omega_c t)$ i $\sin(\omega_c t)$, respektivno, i na kraju se sabiranjem dobija QAM, odnosno SQAM signal.

Kod M-PSK signala komponente u fazi i kvadraturi međusobno su povezane tako da konstelacioni dijagram ima kružni oblik, tj. M-PSK signali predstavljaju QAM signale konstantne anvelope. Međutim, konstantna anvelopa kod 2×2SQAM signala posledica je binarne i polarne prirode komponenta u fazi $d_{c,n}$ i kvadraturi $d_{s,n}$ simbola ($d_{c,n}$, $d_{s,n}$) ovih signala.

U slučaju M-PSK signala M-arni simboli ($d_{c,n}$, $d_{s,n}$) predstavljaju uređene parove komponenti u fazi $d_{c,n}$ i kvadraturi $d_{s,n}$, pri čemu je:

$$(d_{c,n},d_{s,n})\in\left\{\left(\cos\frac{\pi}{M}(2m-1),\sin\frac{\pi}{M}(2m-1)\right)\right\}_{m=1}^{M} \quad (6)$$

Međutim, kod 2×2SQAM signala je:

$$d_{c,n},d_{s,n}\in\{+1,-1\} \quad (7)$$

pri čemu komponenta u kvadraturi $d_{s,n}$, 4-nivoskih simbola ($d_{c,n}$, $d_{s,n}$), kasni za $T/2$ u odnosu na komponentu u fazi $d_{c,n}$.

Lako je pokazati da se kompleksna anvelopa M-PSK signala može predstaviti u obliku:

$$v(t)=\sum_n(d_{c,n}+j\cdot d_{s,n})\cdot q(t-nT)=\sum_n\gamma_n\cdot q(t-nT) \quad (8)$$

gde su: $T=T_b\cdot ldM$- simbolski interval (T_b- bitski interval), a $q(t)$- impuls za uobličavanje. Niz kompleksnih simbola (γ_n) uzima sledeće vrednosti :

$$\gamma_n\in\{c_m\}_{m=1}^{M}=\left\{e^{j\frac{\pi}{M}(2m-1)}\right\}_{m=1}^{M} \quad (9)$$

U slučaju 2×2SQAM signala kompleksna obvojnica se može predstaviti u obliku:

$$v(t)=\sum_n d_{c,n}\cdot q(t-nT)+j\cdot d_{s,n}\cdot q(t-nT-\tfrac{T}{2}) \quad (10)$$

gde je $q(t)$ impuls za uobličavanje.

Kompleksna anvelopa M-PSK i 2×2SQAM signala se može predstaviti u matričnom obliku [6,7]:

$$v(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\varepsilon_n g^T(t-nT)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}g(t-nT)\cdot\varepsilon_n^T \quad (11)$$

gde su: (ε_n)- aperiodični homogeni Markovljev niz koji uzima vrednosti ortova iz M-dimenzionalnog vektorskog prostora, tj. $\varepsilon_n\in\{e_i\}_{i=1}^{M}$, $e_i=[\delta_{i1},\delta_{i2},\ldots,\delta_{iM}]$ (δ_{ij} je Kroneckerov simbol), a $\boldsymbol{g}(t)$- vektor impulsa stanja čije su komponente signalizacioni impulsi $\{g_i(t)\}_{i=1}^{M}$ koji se pridružuju svakom stanju i koji se predaju u signalizacionim intervalima T, pri čemu je M=4 za 2×2SQAM signale.

Analizom kompleksne anvelope M-PSK signala (8) i 2×2SQAM signala (10) za odgovarajuće vrednosti simbola γ_n, (9), i $d_{c,n},d_{s,n}\in\{+1,-1\}$, (7), respektivno, uočava se da se vektor impulsa stanja $\boldsymbol{g}(t)$, dimenzije 1×M, u izrazu (11) za kompleksnu anvelopu, može predstaviti u obliku:

$$\boldsymbol{g}(t)=\left[\boldsymbol{p}(t),-\boldsymbol{p}^{*}(t),-\boldsymbol{p}(t),\boldsymbol{p}^{*}(t)\right] \quad (12)$$

gde je, u slučaju M-PSK signala, $\boldsymbol{p}(t)$ kompleksni vektorski impuls oblika [9]:

$$\boldsymbol{p}(t)=q(t)\cdot\left[e^{j\frac{\pi}{M}},e^{j\frac{3\pi}{M}},\ldots,e^{j\frac{(2m-1)\pi}{M}},\ldots,e^{j\frac{(M-2)\pi}{2M}}\right] \quad (13)$$

a u slučaju 2×2SQAM signala, ovo je kompleksni skalarni impuls oblika:

$$p(t)=q(t)+j\cdot q(t-T/2) \quad (14)$$

U specijalnom slučaju BPSK signala, vektor impulsa stanja $\boldsymbol{g}(t)$ sadrži samo dve skalarne komponente, tj.:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{g}(t)&=[p(t),-p(t)],\\p(t)&=q(t)\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}\end{aligned} \quad (15)$$

Impuls za uobličavanje $q(t)$ kod M-PSK signala ima oblik:

$$q(t)=\begin{cases}1, & |t|\le\frac{T}{2}\\0, & drugde\end{cases} \quad (16)$$

a kod 2×2SQAM signala zavisi od konkretnog tipa ovih signala.

Za 2×2SQAM signale konstantne anvelope, impuls $q(t)$ zadovoljava uslov:

$$q^2(t)+q^2(T/2-t)=\text{const.} \tag{17}$$

pri čemu je za jediničnu srednju snagu const=2.

Impuls $q(t)$ obično zadovoljava i uslov parne simetrije, tj. $q(t)=q(-t)$ i često je ograničen na jedan simbolski interval T. Tako na primer, za OQPSK signal impuls $q(t)$ je pravougaonog oblika i dat je sa (16). Za MSK signal je [3]:

$$q(t)=\begin{cases}\sqrt{2}\cdot\cos(\pi t/T), & |t|\le \frac{T}{2}\\ 0\ , & drugde\end{cases} \tag{18}$$

a za SFSK signal je [4]:

$$q(t)=\begin{cases}\sqrt{2}\cdot\cos(\frac{\pi t}{T}-\frac{1}{4}\sin 4\pi\frac{t}{T}), & |t|\le \frac{T}{2}\\ 0\ , & drugde\end{cases} \tag{19}$$

Impuls $q(t)$ kod 2x2SQAM signala sa "square-root" Nyquist-ovim filtrom za uobličavanje nije ograničen na jedan simbolski interval i dat je sa [5]:

$$q(t)=\frac{1}{1-\left(\frac{4rt}{T}\right)^2}\left[\frac{sin\frac{\pi(1-r)t}{T}}{\frac{\pi t}{T}}+\frac{4r}{\pi}cos\frac{\pi(1+r)t}{T}\right] \tag{20}$$

gde je $0\le r\le 1$ faktor zaobljenja (roll-off factor).

Opisani Markovljev model M-PSK i 2×2SQAM signala može se potpuno definisati vektorom verovatnoća početnih stanja $w^{(0)}=\left[w_i^{(0)}\right]_{1\times M}=\left[Pr\{\varepsilon_0=e_i\}\right]_{1\times M}$, tranzicionom matricom $P=\left[p_{ij}\right]_{M\times M}=\left[Pr\{\varepsilon_{n+1}=e_j/\varepsilon_n=e_i\}\right]_{M\times M}$ (M=4 za 2×2SQAM signale) i odgovarajućim vektorom impulsa stanja $g(t)$ za M-PSK, odnosno 2×2SQAM signale. U slučaju statistički nezavisnih i jednako verovatnih digitalnih simbola, tranziciona matrica P i vektor verovatnoća početnih stanja $w^{(0)}$ imaju oblik:

$$P=\frac{1}{M}[I_{M\times M}];\quad w^{(0)}=\frac{1}{M}[I_{1\times M}] \tag{21}$$

gde je $I_{n\times m}$ matrica ili vektor, dimenzije n×m sa elementima jednakim jedinici. Vektor verovatnoća stacionarnih stanja $w=\left[w_i\right]_{1\times M}=\left[Pr\{\varepsilon_n=e_i\}\right]_{1\times M}=\lim_{k\to\infty} w^{(0)}P^k$ identičan je vektoru verovatnoća početnih stanja $w^{(0)}$. Matrica združenih verovatnoća dobija se kao:

$$W_k=\left[P_r\{\varepsilon_n=e_i,\varepsilon_{n+k}=e_j\}\right]_{M\times M}=W_0P^k\ ,k\ge 1,\ \mathrm{W}_{-k}=\mathrm{W}_k^T$$

gde je $W_0=diag(w)$ dijagonalna matrica verovatnoća stacionarnih stanja $w_i=1/M$, i=1,2,...,M, a P je tranziciona matrica (21), pri čemu je M=4 za 2×2SQAM signale.

Može se pokazati [8] da srednja vrednost μ_ε i autokorelacija $\Re_\varepsilon(k)$ homogenog Markovljevog stacionarnog vektorskog niza (ε_n) imaju oblik:

$$\begin{aligned}\mu_\varepsilon&=E\{\varepsilon_n\}=\mathrm{w}\\ \Re_\varepsilon(k)&=E\{\varepsilon_n^T\cdot\varepsilon_{n+k}\}=\mathrm{W}_k\end{aligned} \tag{22}$$

Spektralna korelacija M-PSK i 2×2SQAM signala

Opšta formula za spektralnu korelaciju digitalno modulisanih signala bez memorije, prethodno izvedena u [6,7], ima oblik:

$$\begin{aligned}S_{xx}^{\alpha}(f)=\frac{1}{4}\cdot&\left[S_{vv}^{\alpha}(f-f_c)+S_{vv}^{-\alpha}(-f-f_c)^*+\right.\\ &\left.+e^{j2\phi_0}\cdot S_{vv}^{\alpha-2f_c}(f)+e^{-j2\phi_0}\cdot S_{vv^*}^{-\alpha-2f_c}(-f)^*\right],\end{aligned} \tag{23}$$

gde su spektralna korelacija $S_{vv}^{\alpha}(f)$ i konjugovana spektralna korelacija $S_{vv^*}^{\alpha}(f)$ kompleksne anvelpe $v(t)$ date sa:

$$S_{vv}^{\alpha}(f)=\begin{cases}\frac{1}{T}G^*(f-\frac{\alpha}{2})\cdot K(f+\frac{\alpha}{2})\cdot G^T(f+\frac{\alpha}{2}), & \alpha=\frac{n}{T}\\ 0, & \alpha\ne\frac{n}{T}\end{cases} \tag{24}$$

$$S_{vv^*}^{\alpha}(f)=\begin{cases}\frac{1}{T}G(-f+\frac{\alpha}{2})\cdot K(f+\frac{\alpha}{2})\cdot G^T(f+\frac{\alpha}{2}), & \alpha=\frac{n}{T}\\ 0, & \alpha\ne\frac{n}{T}\end{cases} \tag{25}$$

gde su: G(f)- Fourierova transformacija vektorskog impulsa g(t), a K(f)- spektralna gustina snage vektorskog Markovljevog niza (ε_n), odnosno diskretna Fourierova transformacija združene matrice verovatnoća W_k [6,7]. Iz izraza (23) vidi se da spektralna korelacija $S_{vv}^{\alpha}(f)$ određuje delove spektralne korelacije signala x(t) na cikličnim frekvencijama $\alpha=n/T$ koje odgovaraju multiplima simbolske brzine, a konjugovana spektralna korelacija $S_{vv^*}^{\alpha}(f)$ određuje delove spektralne korelacije signala x(t) na cikličnim frekvencijama $\alpha=\pm 2f_c+n/T$ koje se pridružuju dvostrukoj frekvenciji nosioca.

Za statistički nezavisne informacione simbole je $W_k=w^Tw$, k≠0 i K(f) se može predstaviti u obliku:

$$\begin{aligned}K(f)&=\sum_{k=-\infty}^{\infty}W_ke^{-j2\pi kfT}\\ &=W_0-w^Tw\left(1-\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(f-\frac{k}{T})\right)\end{aligned} \tag{26}$$

Fourierova transformacija G(f) vektorskog impulsa g(t), datog jednačinom (12), ima oblik:

$$G(f)=\left[P(f),\ -P^*(-f),-P(f),\ P^*(-f)\right] \tag{27}$$

gde Fourierova transformacija P(f) za za M-PSK signale ima oblik:

$$P(f)=\left[e^{j\frac{\pi}{M}},e^{j\frac{3\pi}{M}},\dots,e^{j\frac{(2m-1)\pi}{M}},e^{j\frac{(M-2)\pi}{2M}}\right]\cdot Q(f) \tag{28}$$

a za 2×2SQAM signale ovo je skalarna kompleksna veličina oblika:

$$P(f)=\left[1+e^{j\frac{\pi}{2}(1-2fT)}\right]\cdot Q(f) \tag{29}$$

U slučaju M-PSK signala, Fourierova transformacija Q(f) pravougaonog impulsa za uobličavanje $q(t)$, datog sa (16), ima oblik:

$$Q(f)=\frac{sin(\pi fT)}{\pi f} \tag{30}$$

a u slučaju 2x2SQAM signala Fourierova transformacija $Q(f)$ zavisi od odgovarajućeg impulsa za uobličavanje $q(t)$, koji je karakterističan za pojedine tipove ovih signala. Tako na primer, za OQPSK signal $Q(f)$ je Fourierova transformacija pravougaonog impulsa i data je izrazom (30), a za MSK signal je:

$$Q(f)=\frac{2\sqrt{2}T}{\pi}\cdot\frac{\cos(\pi f T)}{1-4f^2T^2} \tag{31}$$

Za SFSK signal $Q(f)$ se može izraziti pomoću Besselovih funkcija [4], a za 2x2SQAM signal sa "square-root" Nyquist-ovim filtrom za uobličavanje je:

$$Q(f)=\begin{cases}1, & |f|\le\frac{1-\alpha}{2T}\\ \cos\left(\frac{\pi T}{4\alpha}\left(2|f|-\frac{1-\alpha}{T}\right)\right), & \frac{1-\alpha}{2T}\le|f|\le\frac{1+\alpha}{2T}\\ 0, & |f|\le\frac{1+\alpha}{2T}\end{cases} \tag{32}$$

Na osnovu izraza (23-25), koji određuju opštu formulu za spektralnu korelaciju digitalno modulisanih signala bez memorije, vidi se da deo spektralne korelacije M-PSK i 2×2SQAM signala, koji potiče od drugog člana u izrazu (26) za $\boldsymbol{K}(f)$ postaje jednak nuli zbog strukture matrice w^Tw i strukture Fourierove transformacije $\boldsymbol{G}(f)$ vektorskog impulsa $\boldsymbol{g}(t)$ ovih signala. Dakle, spektralna korelacija M-PSK i 2×2SQAM signala ne sadrži diskretne spektralne komponente i jedino je prvi član od $\boldsymbol{K}(f)$, $\boldsymbol{W}_0=diag(\boldsymbol{w})$, relevantan za određivanje njihove spektralne korelacije u slučaju statistički nezavisnih i jednako verovatnih informacionih simbola. Zamenom izraza (26) za $\boldsymbol{K}(f)$, izraza (27) za $\boldsymbol{G}(f)$ i izraza (28) za $\boldsymbol{P}(f)$ u izraze (24) i (25) i odgovarajućim transformacijama, dobijaju se sledeći izrazi za spektralnu korelaciju $S^{\alpha}_{vv}(f)$ i kompleksnu spektralnu korelaciju $S^{\alpha}_{vv^*}(f)$ kompleksne anvelope M-PSK signala:

$$S^{\alpha}_{vv}(f)=\begin{cases}\frac{1}{MT}Q^*(f-\frac{\alpha}{2})\cdot Q(f+\frac{\alpha}{2})\cdot\sum\limits_{m=1}^{M}c^*_m c_m, & \alpha=\frac{n}{T}\\ 0, & \alpha\neq\frac{n}{T}\end{cases} \tag{33}$$

$$S^{\alpha}_{vv^*}(f)=\begin{cases}\frac{1}{MT}Q(-f+\frac{\alpha}{2})\cdot Q(f+\frac{\alpha}{2})\cdot\sum\limits_{m=1}^{M}c^2_m, & \alpha=\frac{n}{T}\\ 0, & \alpha\neq\frac{n}{T}\end{cases} \tag{34}$$

gde $Q(f)$, dato sa (30), predstavlja Fourierovu transformaciju pravougaonog impulsa (16), a c_m su kompleksni informacioni simboli dati sa (9).

Analognom zamenom, pri čemu je $P(f)$ dato sa (29), dobijaju se sledeći izrazi za spektralnu korelaciju $S^{\alpha}_{vv}(f)$ i kompleksnu spektralnu korelaciju $S^{\alpha}_{vv^*}(f)$ kompleksne anvelope 2x2SQAM signala:

$$S^{\alpha}_{vv}(f)=\frac{1+e^{-j\pi\alpha T}}{T}\cdot Q(f+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-\frac{\alpha}{2}),\ \ \alpha=\frac{n}{T} \tag{35}$$

$$S^{\alpha}_{vv^*}(f)=\frac{1-e^{-j\pi\alpha T}}{T}\cdot Q(f+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-\frac{\alpha}{2}),\ \ \alpha=\frac{n}{T} \tag{36}$$

gde je $Q(f)$ Fourierovu transformacija, (30)-(32), odgovarajućih impulsa za uobličavanje $q(t)$ kod pojedinih tipova 2x2SQAM signala. Za OQPSK, MSK, SFSK i 2x2SQAM signal sa "square'root" Nyquistovim filtrom za uobličavanje, impulsi $q(t)$ dati su sa (16,18-20), respektivno.

Analizom izraza (33) za spektralnu korelaciju $S^{\alpha}_{vv}(f)$ i izraza (34) za kompleksnu spektralnu korelaciju $S^{\alpha}_{vv^*}(f)$ kompleksne anvelope M-PSK signala, za vrednosti kompleksnih simbola c_m datih sa (9), vidi se da poslednji član u (34) ima vrednost $\sum\limits_{m=1}^{M}c^*_m c_m=M$, a član $\sum\limits_{m=1}^{M}c^2_m=\sum\limits_{m=1}^{M}e^{j2\pi(2m-1)/M}$ u izrazu (35) razlikuje se od nule samo za M=2. Prema tome, od svih M-PSK signala jedino BPSK signal ispoljava ciklična obeležja i na cikličnim frekvencijama $\alpha=n/T$, koje odgovaraju multiplima simbolske brzine, i na cikličnim frekvencijama $\alpha=\pm 2f_c+n/T$, koje se pridružuju dvostrukoj frekvenciji nosioca. Svi ostali M-PSK signali za M≥4 (na primer QPSK i 8-PSK signal) ne ispoljavaju spektralnu korelaciju na cikličnim frekvencijama $\alpha=\pm 2f_c+n/T$, koje se pridružuju dvostrukoj frekvenciji nosioca, već samo na cikličnim frekvencijama $\alpha=n/T$ koje odgovaraju multiplima simbolske brzine. Na kraju, zamenom prethodnih izraza za $S^{\alpha}_{vv}(f)$ i $S^{\alpha}_{vv^*}(f)$ u (23) dobija se eksplicitni izraz za spektralnu korelaciju M-PSK za M≥4:

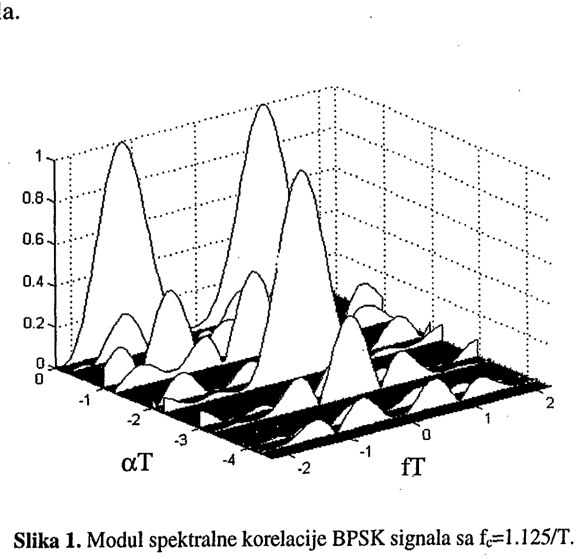
$$\begin{aligned}S^{\alpha}_{xx}(f)=\frac{1}{4T}\cdot\Big[&Q(f-f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-f_c-\frac{\alpha}{2})+\\ &Q(f+f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f+f_c-\frac{\alpha}{2})\Big],\ \ \alpha=\frac{n}{T}\end{aligned} \tag{37}$$

a za BPSK signal (M=2) je:

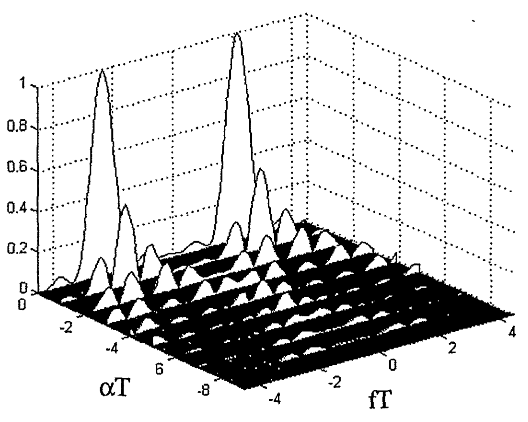
$$S^{\alpha}_{xx}(f)=$$
$$=\begin{cases}\frac{1}{4T}\cdot\Big[Q(f-f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-f_c-\frac{\alpha}{2})+\\ \quad Q(f+f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f+f_c-\frac{\alpha}{2})\Big],\ \ \alpha=\frac{n}{T},\\ \frac{1}{4T}\cdot\Big[e^{j2\phi_0}\cdot Q(f-f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f+f_c-\frac{\alpha}{2})+\\ \quad +e^{-j2\phi_0}\cdot Q(f+f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-f_c-\frac{\alpha}{2})\Big],\ \alpha=\pm 2f_c+\frac{n}{T}\end{cases} \tag{38}$$

gde je $Q(f)$ Fourierova transformacija, data sa (30), pravougaonog impulsa $q(t)$ datog sa (16).

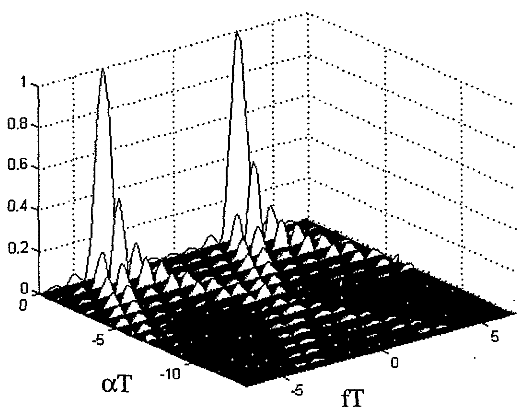
Moduli spektralne korelacije BPSK, QPSK i 8-PSK signala, sa istom bitskom brzinom, prikazani su na sl.1, sl.2 i sl.3, respektivno. Na ovim primerima uočavaju se navedene karakteristike spektralno-korelacionih obeležja M-PSK signala.



Slika 1. Modul spektralne korelacije BPSK signala sa f_c=1.125/T.

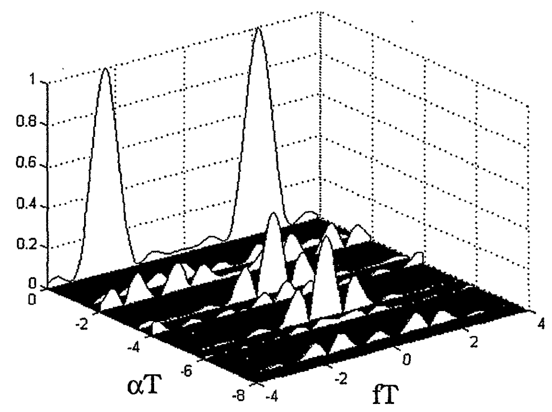


Slika 2. Modul spektralne korelacije QPSK signala sa f_c=2.25/T

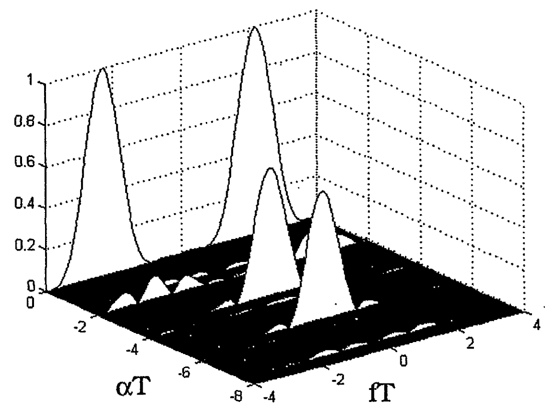


Slika 3. Modul spektralne korelacije 8-PSK signala sa f_c=3.375/T

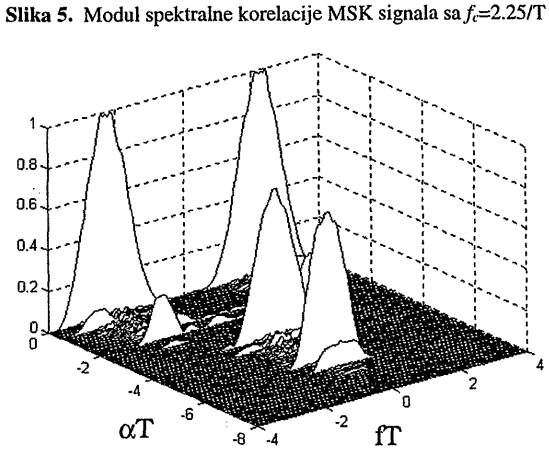
Međutim, analizom prvog člana u izrazu (35) za spektralnu korelaciju $S_{vv}^{\alpha}(f)$ i u izrazu (36) za kompleksnu spektralnu korelaciju $S_{vv^*}^{\alpha}(f)$ kompleksne anvelope 2x2SQAM signala, vidi se da je $S_{vv}^{\alpha}(f)$ različita od nule za $\alpha=n/T$, ali samo za parno n, a $S_{vv^*}^{\alpha}(f)$ je različita od nule za $\alpha=\pm 2f_c+n/T$, ali samo za neparno n. Dakle, 2×2SQAM signali ispoljavaju spektralnu korelaciju na cikličnim frekvencijama $\alpha=n/T$ koje odgovaraju simbolskoj brzini, ali samo za parne vrednosti n, i na cikličnim frekvencijama $\alpha=\pm 2f_c+n/T$ koje odgovaraju dvostrukoj frekvenciji nosioca, ali samo za neparne vrednosti n. Konačno, zamenom izraza (35) za $S_{vv}^{\alpha}(f)$ i izraza (36) za $S_{vv^*}^{\alpha}(f)$ u (23), dobija se eksplicitni izraz za spektralnu korelaciju 2×2SQAM signala:



Slika 4. Modul spektralne korelacije OQPSK signala sa f_c=2.25/T



Slika 5. Modul spektralne korelacije MSK signala sa f_c=2.25/T



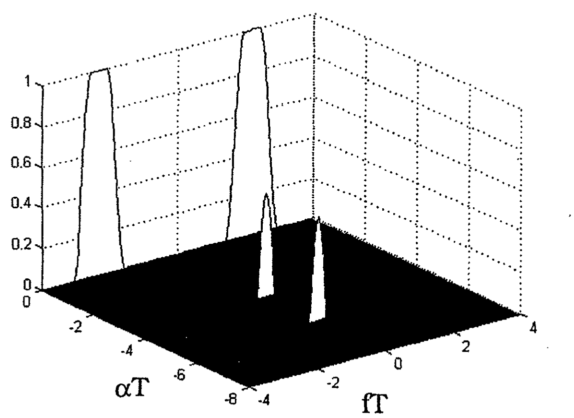
Slika 6. Modul spektralne korelacije SFSK signala sa f_c=2.25/T

$$S_{xx}^{\alpha}(f)=\begin{cases}\frac{1}{2T}\cdot\left[Q(f-f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-f_c-\frac{\alpha}{2})+Q(f+f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f+f_c-\frac{\alpha}{2})\right], & \alpha=\frac{n}{T},\ n\ parno\\ \frac{1}{2T}\cdot\left[e^{j2\phi_0}\cdot Q(f-f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f+f_c-\frac{\alpha}{2})+e^{-j2\phi_0}\cdot Q(f+f_c+\frac{\alpha}{2})\cdot Q^*(f-f_c-\frac{\alpha}{2})\right], & \alpha=\pm 2f_c+\frac{n}{T},\ n\ neparno\end{cases} \tag{39}$$

gde je Fourierova transformacija impulsa za uobličavanje $Q(f)$ za konkretne 2×2SQAM signale data sa (30-32).

Moduli spektralne korelacije OQPSK, MSK, SFSK i 2×2SQAM signala sa "square-root" Nyquistovim filtrom za uobličavanje prikazani su na sl.4, sl.5, sl.6 i sl.7, respektivno.

Mada svi 2×2SQAM signali ispoljavaju ciklična obeležja na istim cikličnim frekvencijama $\alpha=n/T$ (parno n) i $\alpha=\pm 2f_c+n/T$ (neparno n), njihova spektralno-korelaciona obeležja međusobno se razlikuju, što omogućuje njihovu identifikaciju. Tako npr. spektralno korelaciona obeležja MSK signala na cikličnim frekvencijama $\alpha=\pm 2f_c\pm 1/T$ izra-



Slika 7. Modul spektralne korelacije 2x2SQAM signala sa "square-root" Nyquistovim filtrom za uobličavanje (r=0.5) i f_c=2.25/T

ženija su u odnosu na odgovarajuća obeležja kod OQPSK signala. Isto tako se uočava da 2×2SQAM signali sa "square-root" Nyquistovim filtrom za uobličavanje imaju najmanje izraženu spektralnu korelaciju, tj. sadrže najmanje spektralne redudanse.

Zaključak

Za M-PSK i 2×2SQAM signale, kao digitalne kvadraturne modulacije konstantne anvelope, uveden je novi model predstavljanja pomoću aperiodičnog homogenog Markovljevog niza sa kompleksnim stanjima i izložen je novi stohastički matrični metod njihove spektralno-korelacione karakterizacije. Jednostavnost predloženog Markovljevog modela ovih signala obezbeđuje efikasnost metoda za određivanje njihove spektralne korelacije, a matrična struktura ga čini pogodnim za odgovarajuću računarsku analizu. Karakteristika predloženog metoda da razdvaja ispoljavanje spektralne korelacije na cikličnim frekvencijama koje odgovaraju multiplima simbolske brzine i na cikličnim frekvencijama koje se pridružuju dvostrukoj frekvenciji nosioca omogućuje jednostavan i direktan način analize spektralno-korelacionih obeležja M-PSK i 2×2SQAM signala. Stohastički pristup isključuje neophodnost bilo kakvih aproksimacija, ne unosi nikakva ograničenja i obezbeđuje primenu teorije odlučivanja pri detekciji i identifikaciji ovih signala.

Literatura

[1] GARDNER,W.A. Spectral correlation of modulated signals: Part II-Digital modulation. *IEEE Trans. Comm.*, June 1987, vol.COM-35, no.6, p.595-601.

[2] GARDNER, W.A.: *Statistical Spectral Analysis: A Nonprobabilistic Theory.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.

[3] GRONEMEYER, S.A. and McBRIDE, A.L.: MSK and Offset QPSK Modulation. *IEEE Trans. Comm.*, August 1976, vol.COM-24, no.8, p.809-820.

[4] AMOROSO, F.: Pulse and Spectrum Manipulation in the Minimum (Frequency) Shift Keying (MSK) Format. *IEEE Trans. Comm.(Corresp.)*, March 1976, vol.COM-24, p.381-384.

[5] HIROSAKI, B. et al.: Advanced Groupband Data Modem Using Orhogonally Multiplexed QAM Technique. *IEEE Trans. Comm.*, June 1986, vol.COM-34, no.6, p.587-592.

[6] VUČIĆ, D., OBRADOVIĆ, M.: A Method for Spectral Correlation Characterization of Digital Modulation. *CSDSP'98*, 6-8. April 1998, Sheffield, UK, p.190-193.

[7] VUČIĆ,D. Karakterizacija digitalno modulisanih signala primenom spektralne korelacije. *Naučnotehnički pregled*, 1998, vol.XLVIII, no.4, p.162-170.

[8] VUČIĆ,D., OBRADOVIĆ,M. Spectral Correlation Evaluation of MSK and Offset QPSK Modulation. *Signal Processing*, 1999, vol.78, no.3, p. 363-367.

[9] VUČIĆ,D., OBRADOVIĆ,M. Spectral Correlation of PSK Signals. *Telsiks'99*, October 13-15, 1999, Niš, Yugoslavia, vol.1, p.273-276.

Rad primljen: 25.10.1999.god.