

Analiza nekih elemenata projektovanja i metoda za određivanje stepena korisnosti planetarnih prenosnika

Dr Mladen Pantić, dipl.inž.¹⁾

Dati su elementi metodologije za formiranje optimalne kinematičke šeme, kao jedne od faza projektovanja složenih planetarnih prenosnika snage, i prikazane su osnove nekih od najčešće korišćenih metoda za određivanje stepena korisnosti. Izvršena je analiza opisanih metoda na osnovu čijih rezultata se može doneti ocena o pogodnosti njihove primene pri formiranju kinematičke šeme.

Ključne reči: Planetarni prenosnik, kinematička šema, stepen korisnosti.

Uvod

U projektovanju složenih planetarnih prenosnika značajno mesto pripada formiranju kinematičke šeme. Pod formiranjem kinematičke šeme podrazumeva se niz aktivnosti koje se moraju obaviti, kako bi se rešili problemi u vezi sa kinematikom, dinamikom, iskorišćenjem energije i konstrukcijskim izvođenjem i ispunili zahtevi koje treba da ostvari prenosnik u sistemu za prenos snage. Veliki značaj kinematičke šeme za prenosnik i vozilo u celini nameće potrebu za iznalaženjem što pogodnije metodologije za njeno formiranje.

Pitanje energije i njeno racionalno korišćenje (definisano najčešće preko stepena korisnosti) veoma je značajno. Imajući to u vidu, osnovni koncept metodologije zasniva se na tome da se formira takva kinematička šema složenog planetarnog prenosnika čiji će gubici pogonske energije biti minimalni, uz istovremeno obezbeđenje da vrednosti kinematičkih parametara i opterećenja budu u dozvoljenim granicama, a da pri tome konstrukcijsko izvođenje bude što jednostavnije.

Jedan od elemenata metodologije odnosi se na određivanje stepena korisnosti. Da bi se to omogućilo potrebno je da se analiziraju gubici, sagledaju postojeće metoda za njihovo određivanje i odaberu najpogodnije od njih.

Osnovi metodologije za formiranje optimalne kinematičke šeme planetarnog prenosnika

Postojeći način formiranja kinematičke šeme planetarnih prenosnika sastoji se od skupa aktivnosti koji počinje sagledavanjem mogućnosti ostvarivanja veza između osnovnih elemenata. Kao polazni parametri uzimaju se potreban broj i vrednosti prenosnih odnosa. Tok narednih aktivnosti odvija se kroz neposredno povezivanje elemenata (komponovanje šeme), proveru vrednosti nekih kinematičkih parametara (najčešće unutrašnjih prenosnih odnosa i relativnog broja obrtaja satelita), analizu opterećenja, određivanje vrednosti stepena korisnosti (najčešće za uslove nominal-

nog opterećenja) da bi se na kraju izvršilo odabiranje kinematičke šeme.

U vezi sa navedenim aktivnostima najveći obim istraživanja odnosi se na oblast komponovanja kinematičke šeme složenih planetarnih prenosnika (pomoću grafičkih, grafoanalitičkih i analitičkih metoda).

U [4] je definisana metodologija za formiranje optimalne kinematičke šeme složenog planetarnog prenosnika. Metodologija je koncipirana tako da se sastoji od sledećih faza:

- definisanje i izbor vrednosti polaznih parametara,
- određivanje dijapazona brojeva zubaca zupčanika i unutrašnjih prenosnih odnosa,
- komponovanje kinematičke šeme,
- određivanje konačnih vrednosti prenosnih odnosa i broja zubaca i
- izbor kinematičke šeme po definisanim kriterijumima.

U prvoj i drugoj fazi obuhvaćeni su parametri i pojmovi kao što su: ukupan broj i vrednost prenosnih odnosa, broj stepena slobode, struktura kinematičke šeme, koncepcija planetarnih prenosnika, minimalni broj zubaca centralnog zupčanika, maksimalni broj zubaca epicikla i dijapazon unutrašnjih prenosnih odnosa.

Komponovanje (povezivanje osnovnih elemenata planetarnih redova, neposredno ili preko frikcionih sklopova) može se obaviti korišćenjem grafičkih i grafoanalitičkih metoda. U najnovije vreme razvijene su numeričke metode čijom se primenom mogu na veoma efikasan način komponovati kinematičke šeme složenih planetarnih prenosnika sa dva, tri i četiri stepena slobode. U fazi komponovanja je veoma bitno da se izvrši pozicioniranje frikcionih sklopova tako da njihova opterećenja budu što manja, a prisustvo cirkulirajuće snage da se eliminiše ili svede na što manju vrednost.

Konačne vrednosti ukupnih prenosnih odnosa se određuju na osnovu poznavanja vrednosti unutrašnjih prenosnih odnosa. Pri određivanju vrednosti unutrašnjih prenosnih odnosa polazi se od zadatih vrednosti ukupnih prenosnih odnosa i matematičkih izraza kojima su definisani ti preno-

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

sni odnosi. Na osnovu toga, formira se sistem jednačina čija su rešenja vrednosti unutrašnjih prenosnih odnosa. Ako se dobijene vrednosti nalaze u granicama utvrđenog dijapazona, vrši se izbor broja zubaca zupčanika, dok se u suprotnom, kinematičke šema smatra neuspešnom.

Izbor broja zubaca centralnog zupčanika vrši se tako da on mora biti veći ili jednak minimalnoj vrednosti. Pri tome treba nastojati da broj zubaca zupčanika bude što manji. Ovo je, s jedne strane, bitno zbog gabarita prenosnika a, sa druge strane, stepen korisnosti prenosnika će biti veći.

Posle izbora brojeva zubaca zupčanika, određuju se konačne vrednosti unutrašnjih prenosnih odnosa, da bi se na kraju odredile i vrednosti ukupnih prenosnih odnosa koje mogu neznatno da odstupaju od zadatih vrednosti.

Parametri, na osnovu kojih se definišu kriterijumi, odnose se na vrednost relativnog broja obrtaja satelita, vrednost stepena korisnosti prenosnika, broj frikcionih sklopova, minimalni broj zubaca zupčanika i broj centralnih vratila smeštenih jedno u drugo. Na osnovu ovih parametara kriterijumi su dobili svoje nazive. Da bi se primenili postavljeni kriterijumi, neophodno je poznavati snagu i broj obrtaja na ulazu u prenosnik.

Po važnosti svi su kriterijumi isti, ali je njihov redosled primene veoma bitan i zavisi od toga šta je definisano parametrima sadržanim u njima.

Na osnovu iznetog, može se zaključiti da je izbor broja zubaca zupčanika planetarnih prenosnika najčešće rezultat brojnih kompromisa, uz uvažavanje postavljenih zahteva i ispunjavanje odgovarajućih kriterijuma.

Gubici snage u planetarnim prenosnicima

Polazeći od činjenice da se gubici u planetarnim prenosnicima najvećim delom sastoje od gubitaka u ozubljenju (gubici u zahvatu zubaca), gubitaka nastalih zbog trenja u ležajevima i hidrauličkih gubitaka, kao i od dosadašnjih rezultata u vezi sa njihovim analitičkim određivanjem, može se konstatovati da se uvek određuju gubici trenja u ozubljenju, dok se hidraulički gubici, za sada, ne mogu odrediti analitičkim putem već se koriste samo podaci dobijeni eksperimentima.

Pri analitičkom određivanju stepena korisnosti planetarnih prenosnika potrebno je izvršiti razlaganje složenog kretanja elemenata prenosnika na dva jednostavna kretanja - prenosno i relativno.

Usled prenosnog kretanja (elementi rotiraju u odnosu na centralnu osu) dolazi do gubitaka snage zbog trenja elemenata sa uljem, raspršivanja ulja i otpora vazduha. Gubici koji nastaju usled prenosnog kretanja su znatno manji u odnosu na gubitke nastale pri relativnom kretanju pa se, radi pojednostavljenja proračuna ukupnog stepena korisnosti, ovi gubici obično zanemaruju [2].

Osnovni unutrašnji gubici, koji se uzimaju u obzir pri proračunu stepena korisnosti, su gubici koji nastaju pri relativnom kretanju elemenata planetarnog prenosnika. Proračun stepena korisnosti se, uglavnom, svodi na određivanje ovih gubitaka. U složenim planetarnim prenosnicima kod elemenata koji rotiraju relativno u odnosu na centralnu osu, gubici trenja u ležajevima su neznatni pošto su ležajevi, smešteni u centralnoj osi, po pravilu rasterećeni od radijalnih sila. Radi pojednostavljenja proračuna stepena korisnosti, ovi gubici se, takode, mogu zanemariti [2].

Iz navedenih postavki proističe da su gubici trenja u ozubljenju zupčanika planetarnog prenosnika osnovni unutrašnji gubici i zbog toga su najbitniji za proračun stepena korisnosti. U metodama koje tretiraju ove gubitke polazi se od sledećih pretpostavki:

- zupci su tačno izrađeni,
- normalni pritisak između zubaca je konstantan tokom celog zahvata,
- u planetarnom redu postoji samo jedan satelit,
- centrifugalne sile ne utiču na opterećenje elemenata planetarnog prenosnika i
- elementi prenosnika rotiraju konstantnom ugaonom brzinom.

Prikaz nekih metoda za određivanje gubitaka snage u ozubljenju

Veliki broj rezultata u vezi sa istraživanjem stepena korisnosti planetarnih prenosnika, odnosno gubitaka snage u njima, ostvaren je korišćenjem teorijskih i teorijsko-eksperimentalnih metoda. Te metode tretiraju u najvećoj meri gubitke snage nastale pri relativnom kretanju elemenata planetarnih prenosnika (posebno gubitke snage u ozubljenju koji su u poređenju sa ostalim najveći) dok rezultati u vezi sa istraživanjem gubitaka snage koji nastaju pri prenosnom kretanju elemenata planetarnih prenosnika praktično i ne postoje.

Utvrđivanje gubitaka snage u ležajevima u fazi formiranja kinematičke šeme planetarnog prenosnika je otežano, s jedne strane, zbog nepotpune definisanosti ležajeva i, s druge strane, zbog komplikovanog analitičkog načina određivanja gubitaka u njima.

U odnosu na obične zupčaste prenosnike, za koje postoji relativno veliki broj teorijskih metoda određivanja gubitaka u zahvatu zubaca zupčanika sa evolventnim ozubljenjem (neki od autora su: Realeaux, Weisbach, Leutwiler, William Howard Clapp i dr.) mali je broj metoda koje tretiraju gubitke u ozubljenju zupčanika planetarnih prenosnika.

Metode za određivanja gubitaka u ozubljenju zupčanika običnih zupčastih prenosnika svode se na razmatranje gubitaka snage trenja u zahvatu zubaca zupčanika. Pored broja zubaca, moraju da budu poznati i geometrijski parametri zupčanika kao i koeficijent trenja koji se najčešće daje dijagramski zavisno od brzine klizanja. Pri tome proces zahvata zubaca zupčanika analitički se razmatra u dve faze (faza ulaska i faza izlaska iz zahvata). Ostali parametri kao što su modul, opterećenje, način podmazivanja ne uzimaju se u obzir. Ovakve metode pogodne su za zupčaste prenosnike koji su potpuno definisani u geometrijskom pogledu, dok je njihova primena u početnim fazama projektovanja planetarnih prenosnika praktično nemoguća.

Za određivanje gubitaka snage u ozubljenju zupčanika planetarnih prenosnika najčešće se koriste dve sledeće teorijske metode:

- metoda snage u ozubljenju i
- metoda M. A. Krejnosa (poznata još pod nazivom *metoda redukovano mehanizma*).

Od teorijsko-eksperimentalnih metoda najčešće se koristi metoda I. N. Kornilava.

Na osnovu rezultata analize navedenih metoda, u [4] je definisan teorijski način za određivanje stepena korisnosti u ozubljenju, nazvan *Kombinovana metoda*.

Metoda snage u ozubljenju

Pod snagom u ozubljenju podrazumeva se ona snaga koja se prenosi međusobnim sprežanjem zubaca dva zupčanika. Kao što je poznato, običan zupčasti prenosnik prenosi snagu isključivo na ovaj način. Kod planetarnog prenosnika onaj deo snage koji se prenosi na način kao kod običnog

zupčastog prenosnika, naziva se snaga u ozubljenju (snaga u sprezanju, snaga zupčanja, snaga relativnog kretanja ili snaga valjanja) a deo snage koji se prenosi prenosnim kretanjem elemenata planetarnog prenosnika naziva se snaga spajanja (snaga prenosnog kretanja).

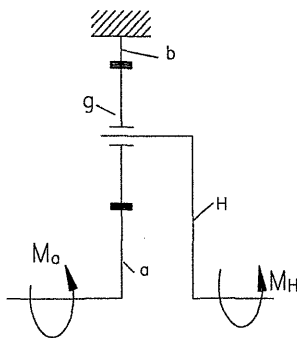
Snaga u ozubljenju dva zupčanika definiše se kao proizvod obrtnog momenta koji prenosi dati zupčanik i razlike ugaonih brzina tog zupčanika i nosača satelita ($\omega_a - \omega_H$ ili $\omega_b - \omega_H$) [1].

Za jednoredni planetarni prenosnik, prikazan na sl.1, snaga u ozubljenju zupčanika sa spoljašnjim ozubljenjem (zupčanici a i g) iznosi:

$$P'_{oz} = M_a |\omega_a - \omega_H| \quad (1)$$

dok snaga u unutrašnjem ozubljenju (zupčanici g i b) iznosi:

$$P''_{oz} = M_b |\omega_b - \omega_H| \quad (2)$$



Slika 1. Jednoredni planetarni prenosnik

Prema [1], vrednost stepena korisnosti u zahvatu zupčanika sa spoljašnjim ozubljenjem iznosi $\eta' = 0.97$, dok je za unutrašnje ozubljenje ova vrednost $\eta'' = 0.98$.

Snaga koja se troši na savlađivanje otpora nastalih kao posledica trenja u zahvatu (u daljem tekstu snaga trenja) sa spoljašnjim ozubljenjem iznosi:

$$P'_t = (1 - \eta')P'_{oz} = (1 - 0.97)P'_{oz} = 0.03P'_{oz} \quad (3)$$

Snaga trenja u unutrašnjem ozubljenju data je sledećim izrazom:

$$P''_t = (1 - \eta'')P''_{oz} = (1 - 0.98)P''_{oz} = 0.02P''_{oz} \quad (4)$$

Ukupna snaga trenja jednorednog planetarnog prenosnika jednaka je zbiru snaga trenja u oba ozubljenja:

$$P_t = P'_t + P''_t \quad (5)$$

Za višeredni (složeni) planetarni prenosnik ukupna snaga trenja (P_t) u zahvatu zubaca zupčanika jednaka je sumi snaga trenja u ozubljenjima zupčanika svih opterećenih planetarnih redova, što se može matematički prikazati na sledeći način:

$$P_t = \sum_{j=1}^r P_{tj} \quad (6)$$

gde su:

r - ukupan broj opterećenih planetarnih redova u prenosniku i

P_{tj} - snaga trenja u zahvatu zubaca zupčanika j -tog planetarnog reda.

Stepen korisnosti planetarnog prenosnika definiše se na sledeći način:

$$\eta = \frac{P_u - \sum_{j=1}^r P_{tj}}{P_u} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^r P_{tj}}{P_u} \quad (7)$$

gde je:

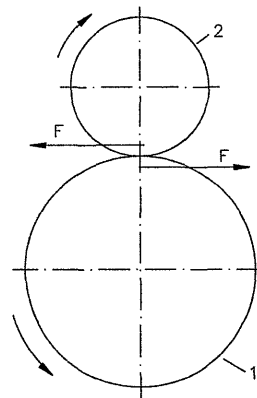
P_u - snaga na ulaznom vratilu prenosnika.

Pomoću izraza (7) određuje se približna vrednost stepena korisnosti i ona se ne menja pri zameni ulaznog i izlaznog vratila.

Metoda M. A. Krejnosa

Stepen korisnosti planetarnog prenosnika određuje se po ovoj metodi tako što se koriste osnovni principi određivanja stepena korisnosti običnog zupčastog prenosnika [1].

Za dobijanje potrebnih matematičkih izraza za stepen korisnosti polazi se od ravnoteže običnog zupčastog para prikazanog na sl.2.



Slika 2. Zupčanici sa fiksnim osama u sprezi

Kinematički prenosni odnos između pogonskog 1 i gonjenog zupčanika 2, jednak je količniku njihovih ugaonih brzina:

$$i_{12} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (8)$$

Analizom smera sila uočava se da se na gonjenom zupčaniku 2 smer sile reakcije F poklapa sa smerom rotacije, dok je na pogonskom zupčaniku 1, sila F usmerena suprotno od smera rotacije.

Snaga na zupčaniku 2 (P_2) je po iznosu manja od snage na zupčaniku 1 (P_1) zbog snage potrebne za savlađivanje trenja u zahvatu zubaca. To se može analitički izraziti na sledeći način:

$$P_2 = P_1 \eta \quad (9)$$

odnosno:

$$M_2 \omega_2 = M_1 \omega_1 \eta \quad (10)$$

Na osnovu (10) dobijeni su sledeći izrazi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_2}{M_1} &= \frac{\omega_1}{\omega_2} \eta = i_{12} \eta \\ \frac{M_1}{M_2} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{1}{\eta} = i_{21} \eta^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Odnos momenata M_2 i M_1 naziva se koeficijent transformacije momenata ili energetski prenosni odnos (i_{12}).

Iz izraza (11) dobijaju se sledeći analitički izrazi za energetski prenosni odnos:

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_{12} &= i_{12}\eta \\ \bar{i}_{21} &= i_{21}\eta^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Analizom izraza (12) uočava se da vrednost energetskog prenosnog odnosa zavisi od stepena korisnosti (η) i kinematičkog prenosnog odnosa. U slučaju kada je određen kinematički prenosni odnos za smer koji je isti kao i smer toka snage, energetski prenosni odnos biće jednak proizvodu tog kinematičkog prenosnog odnosa i stepena korisnosti. U suprotnom slučaju, energetski prenosni odnos određuje se tako što se kinematički prenosni odnos podeli sa stepenom korisnosti. Ova dva pravila u suštini govore da je snaga na izlazu manja od ulazne i obrnuto, da je snaga na ulazu veća od snage na izlazu iz prenosnika.

Ukupni kinematički prenosni odnos složenog planetarnog prenosnika je funkcija unutrašnjih prenosnih odnosa, (k_1, k_2, \dots, k_r) što se može analitički izraziti sledećim izrazom:

$$i = f(k_1, k_2, \dots, k_r) \quad (13)$$

a energetski prenosni odnos je funkcija unutrašnjih energetskih prenosnih odnosa:

$$\bar{i} = f(\bar{k}_1, \bar{k}_2, \dots, \bar{k}_j, \dots, \bar{k}_r) \quad (14)$$

Unutrašnji energetski prenosni odnosi određuju se na sledeći način:

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_1 &= k_1\eta_o^{x_1} \\ \bar{k}_2 &= k_2\eta_o^{x_2} \\ &\vdots \\ \bar{k}_j &= k_j\eta_o^{x_j} \\ \bar{k}_r &= k_r\eta_o^{x_r} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

gde je $\eta_o = 0.97-0.98=0.95$ (stepen korisnosti jednorodnog planetarnog prenosnika za slučaj kada je nosač satelita nepokretan).

EkspONENT x_j određuje se na sledeći način:

$$x_j = \text{sign} \frac{k_j}{i} \frac{\partial i}{\partial k_j} = \text{sign} \frac{\partial \ln i}{\partial \ln k_j} \quad (16)$$

Stepen korisnosti prenosnika u i -tom stepenu prenosa dat je sledećom relacijom:

$$\eta = \frac{\bar{i}}{i} = \frac{f(\bar{k}_1, \bar{k}_2, \dots, \bar{k}_j, \dots, \bar{k}_r)}{f(k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_r)} \quad (17)$$

I pored toga što fizička suština ove metode nije sasvim jasna, ona je relativno često zastupljena u teoriji planetarnih prenosnika [1].

Metoda I. N. Kornilaeva

Metoda I. N. Kornilaeva nastala je na osnovu teorijsko-eksperimentalnih istraživanja snage trenja u ozubljenju zupčanika planetarnih prenosnika. Snaga trenja u j -tom ozubljenju zupčanika koji prenose snagu i vrše rotaciju oko svojih osa (u daljem tekstu opterećen zupčasti par) data je sledećim izrazom:

$$P_{ij} = Amv_{rj}^n + B_j P_{ozj} \text{ [kW]} \quad (18)$$

Snaga koja je potrebna za savlađivanje otpora trenja u j -tom ozubljenju zupčanika koji ne prenose snagu, a vrše rotaciono kretanje oko svojih osa (u daljem tekstu neopterećen zupčasti par) određuje se na osnovu sledećeg izraza:

$$P_{mj} = \frac{Amv_{rj}^n}{1-B_j} \text{ [kW]} \quad (19)$$

gde su:đ

- m - modul zupčanika,
- v_{rj} - relativna obimna brzina na podeonom krugu zupčanika koji se nalaze u j -tom ozubljenju. Vrednost brzine određuje se pomoću sledećeg izraza:
 $v_{rj} = R(\omega - \omega_H)$ (20)
- R - poluprečnik podeonog kruga jednog od zupčanika koji se nalaze u j -tom ozubljenju,
- ω - ugaona brzina zupčanika čiji je poluprečnik podeonog kruga uzet u (20),
- ω_H - ugaona brzina nosača satelita planetarnog reda kome pripadaju zupčanici koji se nalaze u j -tom ozubljenju,
- P_{ozj} [kW] - snaga u j -tom ozubljenju opterećenog zupčastog para (definisane ove veličine izvršeno je metodom snage u ozubljenju),
- n - eksponent koji tretira način podmazivanja (u daljem tekstu faktor načina podmazivanja). Za slučaj podmazivanja potapanjem zupčanika u ulju vrednost parametra n kreće se u granicama od 1.6 do 1.7 dok u slučaju dovoda ulja slobodnim padom na mestu podmazivanja dijapazon njegovih vrednosti iznosi 1.4-1.5 i
- A, B - koeficijenti dobijeni eksperimentalnim putem. Njihove vrednosti su sledeće:
 $A=0.005 / 1.36$,
 $B=0.0136$ (cilindrični zupčanici sa spoljašnjim ozubljenjem) i
 $B=0.0068$ (cilindrični zupčanici sa unutrašnjim ozubljenjem).

Prema [1], vrednost snage trenja u zahvatu neopterećenog zupčastog para je veoma mala (skoro zanemarljiva) pa se u proračunima retko kada uzima u obzir.

Za određivanje stepena korisnosti u ozubljenju prema ovoj metodi, potrebno je poznavati vrednosti snage u ozubljenju i snage trenja u tom ozubljenju. StepEN korisnosti u j -tom ozubljenju opterećenog zupčastog para definiše se u matematičkom obliku na sledeći način:

$$\eta_j = \frac{P_{ozj} - P_{ij}}{P_{ozj}} = 1 - \frac{P_{ij}}{P_{ozj}} \quad (21)$$

Zamenjujući u izraz za η_j snagu trenja određenu po (18), dobija se konačan opšti izraz za stepen korisnosti u ozubljenju:

$$\eta_j = 1 - \frac{Amv_{rj}^n}{P_{ozj}} - B_j \quad (22)$$

Analizom dobijenog izraza može se zaključiti da sa povećanjem vrednosti parametara kao što su modul, relativna obimna brzina i faktor načina podmazivanja rastu gubici u

ozubljenju, dok sa povećanjem snage u ozubljenju njihova vrednost opada.

Detaljno istraživanje uticaja ovih veličina na stepen korisnosti celishodno je izvršiti posle primene opšteg obrasca na određeni prenosnik.

Kombinovana metoda

U cilju iznalaženja načina za teorijsko određivanje gubitaka snage u ozubljenju, koji bi obuhvatio više parametara, pošlo se od analiza ukupnih gubitaka snage u ozubljenju planetarnih prenosnika i tako došlo do osnovne relacije za ukupni stepen korisnosti odnosno gubitke u ozubljenju. Tako dobijeni analitički izraz glasi:

$$\eta = \frac{P_{uz} - P_{tuk}}{P_{uz}} = 1 - \frac{P_{tuk}}{P_{uz}} \quad (23)$$

gde su:

P_{uz} - snaga ulaznog elementa prenosnika koja se prenosi relativnim kretanjem i

P_{tuk} - snaga trenja u svim ozubljenjima zupčastih parova.

Snaga ulaznog elementa prenosnika, koja se prenosi relativnim kretanjem, predstavlja deo ukupne snage na ulazu u prenosnik (P_u). Drugu komponentu ukupne ulazne snage čini snaga koja se prenosi prenosnim kretanjem (P_{up}). Međusobni odnos navedenih snaga dat je sledećom relacijom:

$$P_u = P_{uz} + P_{up} \quad (24)$$

Odnos veličina P_{uz} i P_u definiše se kao koeficijent prenosa ulazne snage relativnim kretanjem elemenata prenosnika i analitički se izražava na sledeći način:

$$c_r = \frac{P_{uz}}{P_u} \quad (25)$$

Koeficijent prenosa snage relativnim kretanjem pokazuje u kojoj meri se u nekom ostvarenom funkcionalnom stanju prenosnika ukupna ulazna snaga prenosi relativnim kretanjem.

U planetarnom prenosniku, zavisno od njegove konfiguracije, postoji jedan ili više tokova snage. Svaki tok snage sastoji se od snage koja se prenosi prenosnim kretanjem i snage koja se prenosi relativnim kretanjem. Ukupna snaga na ulazu u prenosnik, koja se prenosi relativnim kretanjem, jednaka je zbiru snaga koje se prenose relativnim kretanjem u svim tokovima, što se analitički izražava na sledeći način:

$$P_{uz} = P_{z1} + P_{z2} + \dots + P_{zj} + \dots + P_{zw} = \sum_{j=1}^w P_{zj} \quad (26)$$

gde je:

w - ukupan broj tokova snage u prenosniku.

U svakom ozubljenju gde prolaze samo tokovi efektivne (korisne) snage koja se prenosi relativnim kretanjem, snaga je jednaka efektivnoj snazi ($P_{ozj} = P_{zj}$).

Ako kroz ozubljenje osim toka efektivne snage prolazi i tok cirkulirajuće snage, snaga u ozubljenju biće uvećana za onu vrednost cirkulirajuće snage koja se prenosi relativnim kretanjem, što se za j -to ozubljenje analitički izražava na sledeći način:

$$P_{ozj} = P_{zj} + P_{czj} \quad (27)$$

gde je: P_{czj} - cirkulirajuća snaga u j -tom ozubljenju koja se prenosi relativnim kretanjem.

Za određivanje cirkulirajuće snage, koja se prenosi relativnim kretanjem, potrebno je poznavati cirkulirajući moment (M_c) i ugaonu brzinu elementa planetarnog prenosnika za koji se određuje cirkulirajuća snaga, kao i ugaonu brzinu nosača satelita planetarnog reda kome pripada razmatrani element. Tako, na primer, za element a_2 nekog planetarnog prenosnika, analitički izraz za cirkulirajuću snagu glasi:

$$P_{cza_2} = M_{ca_2} |\omega_{a_2} - \omega_{H_2}| \quad (28)$$

Snaga trenja svih ozubljenja opterećenih i neopterećenih zupčastih parova (P_{tuk}), određuje se pomoću sledećeg izraza:

$$P_{tuk} = P_t + P_m \quad (29)$$

gde su:

P_t - snaga trenja u svim ozubljenjima (spoljašnjim i unutrašnjim) opterećenih zupčastih parova i

P_m - snaga trenja u svim ozubljenjima (spoljašnjim i unutrašnjim) neopterećenih zupčastih parova.

Snaga trenja svih ozubljenja opterećenih zupčastih parova jednaka je zbiru snaga trenja u svakom opterećenom ozubljenju, što se može analitički izraziti:

$$P_t = \sum_{j=1}^N P_{tj} \quad (30)$$

gde je:

N - ukupan broj ozubljenja svih opterećenih zupčastih parova i

P_{tj} - snaga trenja u j -tom ozubljenju opterećenog zupčastog para.

Kada se u (30) veličina P_{tj} zameni izrazom (18), koji je definisan metodom I. N. Kornilaeva, dobija se:

$$P_t = Am \sum_{j=1}^N v_{rj}^n + \sum_{j=1}^N B_j P_{ozj} \text{ [kW]} \quad (31)$$

Ukupna snaga trenja u ozubljenju neopterećenih zupčastih parova jednaka je zbiru snaga trenja u svim neopterećenim ozubljenjima:

$$P_m = \sum_{j=1}^M P_{mj} \quad (32)$$

gde su:

M - ukupan broj ozubljenja svih neopterećenih zupčastih parova i

P_{mj} - snaga trenja u j -tom ozubljenju neopterećenog zupčastog para.

Zamenom izraza za veličinu P_{mj} , koji je definisan metodom I. N. Kornilaeva, u (32), dobija se:

$$P_m = Am \sum_{j=1}^M \frac{v_{rj}^n}{1 - B_j} \text{ [kW]} \quad (33)$$

Zamenom izraza (31 i 32) u (29), dobija se analitički izraz za određivanje snage trenja svih ozubljenja u prenosniku:

$$P_{tuk} = Am \sum_{j=1}^N v_{rj}^n + \sum_{j=1}^N B_j P_{ozj} + Am \sum_{j=1}^M \frac{v_{rj}^n}{1 - B_j} \text{ [kW]} \quad (34)$$

Jedinica mere za modul zupčanika (m) i vrednosti koeficijenta A i B u izrazu (34) isti su kao kod metode I. N. Kornilaeva.

Snaga na izlaznom vratilu prenosnika, koja se prenosi relativnim kretanjem, jednaka je razlici snage na ulazu u prenosnik, koja se prenosi relativnim kretanjem (definisana izrazom (26)) i snage trenja u svim ozubljenjima.

Stepen korisnosti svih ozubljenja prenosnika (u daljem tekstu stepen korisnosti ozubljenja prenosnika) predstavlja odnos izlazne i ulazne snage prenosnika, koje se prenose relativnim kretanjem i analitički se određuje pomoću sledećeg izraza:

$$\eta = \frac{P_{uz} - P_{uk}}{P_{uz}} \quad (35)$$

Zamenom izraza (26 i 34) u (35), dobija se sledeći analitički izraz za određivanje stepena korisnosti ozubljenja prenosnika:

$$\eta = 1 - \frac{Am \sum_{j=1}^N v_{rj}^n + \sum_{j=1}^N B_j P_{ozj} + Am \sum_{j=1}^M \frac{v_{rj}^n}{1 - B_j}}{P_{uz}} \quad (36)$$

Analizom dobijenog izraza, uočava se da je stepen korisnosti u ozubljenju funkcija više promenljivih parametara od kojih su, osim modula (m) i faktora načina podmazivanja (n), svi složene funkcije. Tako na primer, relativna obimna brzina na podeonom krugu zupčanika (v_r) pored toga što zavisi od geometrijskih parametara zupčanika (broj zuba i modul), zavisi i od razlike ugaonih brzina razmatranog zupčanika i nosača satelita planetarnog reda kome pripada taj zupčanik. S druge strane, ove ugaone brzine zavise od ulazne ugaone brzine i vrednosti unutrašnjih prenosnih odnosa planetarnih redova prenosnika.

Snaga u ozubljenju i snaga na ulazu u prenosnik, koja se prenosi relativnim kretanjem, zavise od ukupne ulazne snage i vrednosti unutrašnjih prenosnih odnosa.

Analizom strukture analitičkog izraza za određivanje stepena korisnosti u svim ozubljenjima prenosnika uočava se da je njegov osnovni oblik isti kao i kod metode snage u ozubljenju, s tim, što se snaga trenja svih ozubljenja prenosnika određuje korišćenjem izraza za snagu trenja u pojedinačnom ozubljenju, koja je definisana pomoću metode I. N. Kornilaeva, a za ulaznu snagu uzeta je snaga koja se prenosi relativnim kretanjem elemenata prenosnika. Način određivanja stepena korisnosti ozubljenja prenosnika, definisan pomoću navedene "kombinacije", nazvan je *Kombinovana metoda*.

U cilju utvrđivanja valjanosti ove metode, neophodno je izvršiti njenu primenu zajedno sa ostalim razmotrenim metodama na istim kinematskim konfiguracijama, a zatim uporediti dobijene rezultate.

Analiza pogodnosti primene razmatranih metoda

Gubici snage u svim ozubljenjima (ukupni gubici u ozubljenju) veoma su važan pokazatelj planetarnog prenosnika. Njihovo određivanje metodama snage u ozubljenju i M. A. Krejnosa je dosta jednostavno, a dobijeni rezultati važe za nominalno opterećenje prenosnika. Ovim metodama, osim unutrašnjih prenosnih odnosa, nisu obuhvaćeni ostali relevantni parametri, što ih u određenoj meri čini nepotpunim.

Prilikom primene metode snage u ozubljenju može se dogoditi da vrednost snage u ozubljenju ponekad bude veća od ulazne snage. Ovo nastaje u slučajevima pojave cirkulirajuće snage kada njen tok prolazi kroz razmatrano ozubljenje pa se relativnim kretanjem ne prenosi samo deo efektivne snage već i cirkulirajuća snaga.

Rezultati navedenih teorijskih metoda u znatnoj se meri poklapaju sa rezultatima dobijenih eksperimentalnim pu-

tem, pa se sa te tačke gledišta ne može dati prednost ni jednoj od njih. Koja će se od njih primeniti zavisi od konkretnog slučaja [1].

Prema [1], pogodnije je primeniti metodu M. A. Krejnosa u slučaju kada treba od zadanog broja kinematičkih šema odabrati jednu od njih na osnovu vrednosti stepena korisnosti, dok je za slučaj detaljne analize samo jedne kinematičke šeme planetarnog prenosnika povoljnije primeniti metodu snage u ozubljenju.

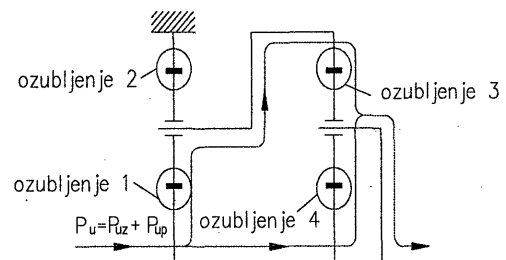
Metodom I. N. Kornilaeva, za razliku od prikazanih teorijskih metoda, osim unutrašnjih prenosnih odnosa, tretiraju se još i neki drugi parametri relevantni za stepen korisnosti u ozubljenju, čime se stvara mogućnost istraživanja njihovog uticaja na vrednost gubitaka.

Ovom metodom opisanom u [1], nije prikazan način određivanja stepena korisnosti u svim ozubljenjima prenosnika. Koristeći osnovu metode (definisane stepena korisnosti u jednom ozubljenju) može se dodatnom analizom odrediti stepen korisnosti u svim ozubljenjima prenosnika. Prvi korak te analize sastojao bi se u pojedinačnom definisanju stepena korisnosti za svako ozubljenje. Posle toga usledilo bi određivanje tokova snage (efektivne i cirkulirajuće, ako postoji) u prenosniku. Po pravilu, što je prenosnik složeniji postojaće veći broj tokova snage i obrnuto. Zatim se izvodi matematički izraz za efektivnu snagu svakog toka, koja je funkcija unutrašnjih prenosnih odnosa, stepena korisnosti u ozubljenju i ulazne snage u prenosnik. Na kraju se uspostavlja bilans snage u prenosniku da bi se pomoću dobijenih jednačina odredio stepen korisnosti u svim ozubljenjima prenosnika.

Iz opisa "dodatnog" dela ove metode uočava se da je za složene planetarne prenosnike ona veoma nepodesna za primenu, dok se za jednodredne planetarne prenosnike može uspešno primeniti.

Analitički izraz za određivanje stepena korisnosti u ozubljenju po *Kombinovanoj metodi* veoma je pogodan za utvrđivanje uticaja pojedinih parametara na vrednost stepena korisnosti. Detaljna analiza uticaja svih relevantnih parametara na gubitke snage u ozubljenju, odnosno stepen korisnosti prenosnika, vrši se posle primene dobijenog izraza na kinematičku strukturu razmatranog planetarnog prenosnika, pri čemu se dobija konačan oblik analitičkog izraza za stepen korisnosti.

Pošto se stepen korisnosti u ozubljenju određuje veoma efikasno primenom *Kombinovane metode*, njene osnovne postavke razmotriće se na primeru proizvoljno odabrane kinematičke konfiguracije dvorednog planetarnog prenosnika (sl.3), gde su metodom obimnih sila i brzina određeni tokovi snage.

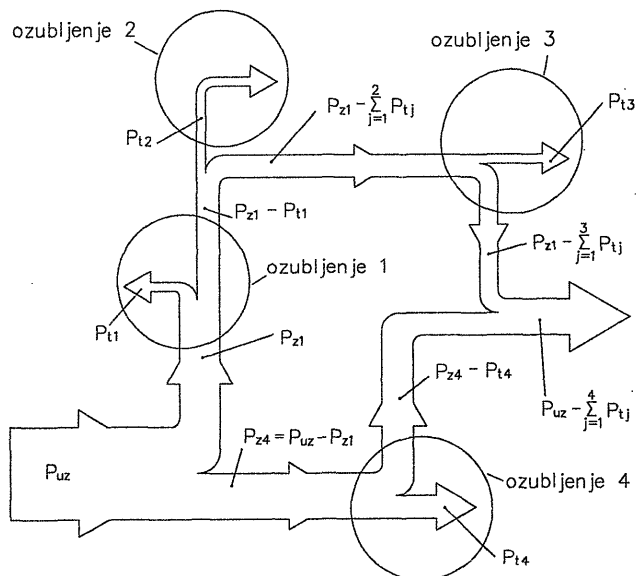


Slika 3. Tokovi ukupne snage u dvorednom planetarnom prenosniku

Svaki od dva utvrđena toka snage sadrži snagu koja se prenosi relativnim kretanjem i snagu koja se prenosi prenosnim kretanjem. Kinematička konfiguracija prenosnika je takva da nema pojave cirkulirajuće snage.

Svi zupčasti parovi prenosnika su opterećeni, tako da u brojiocu izraza (36) nije sadržan treći član, što se često dešava kod planetarnih prenosnika.

Tokovi snage u prenosniku koji postoje pri relativnom kretanju, kao i odgovarajući analitički izrazi koji su dobijeni korišćenjem osnovnih postavki *Kombinovane metode*, prikazani su na sl.4



Slika 4. Tokovi snage koja se prenosi relativnim kretanjem

Pri određivanju stepena korisnosti svih ozubljenja razmatranog prenosnika po definisanoj metodi, ne postoji potreba za određivanjem stepena korisnosti u svakom ozubljenju, čime je ceo postupak znatno pojednostavljen u odnosu na metodu I. N. Kornilaeva.

Zaključak

Da bi se izvršilo formiranje optimalne kinematičke šeme potrebno je definisati odgovarajuću metodologiju koja pored ostalog sadrži i kriterijum gubitaka snage, odnosno stepen korisnosti. Određivanje ukupnog stepena korisnosti planetarnih prenosnika jedino je moguće putem merenja.

Da bi se omogućilo odabiranje jedne kinematičke šeme po kriterijumu stepena korisnosti razmatra se najveći deo ukupnog stepena korisnosti koji se odnosi na stepen korisnosti u ozubljenju. Za njegovo teorijsko određivanje postoji nekoliko metoda. Metoda snage u ozubljenju i metoda M. A. Krejnosa su dosta pogodna za primenu ali uzimaju mali broj parametara. Metoda I. N. Kornilaeva uzima veći broj parametara ali je dosta nepogodna za primenu. *Kombinovana metoda* je veoma pogodna za primenu i obuhvata veći broj parametara čime se otklanjaju nedostaci navedenih metoda.

Literatura

- [1] PETROV, A.V. *Planetarne i gidromehaničke predači kolesnih i guseničnih mašina*. Mašinstroenie, Moskva, 1966.
- [2] RADETIĆ, M. *Istraživanje hidromehaničkih transmisija za brzoходna gusenična vozila sa posebnim osvrtom na pojavu cirkulacije i rekuperacije snage*. doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 1997.
- [3] PANTIĆ, M. *Analysis and Synthesis of Multiple Speed Transmissions of the Planetary-Gear Type*. MSc Thesis 1987, Cranfield Institute of Technology.
- [4] PANTIĆ, M. *Gubici snage u ozubljenju kao parametar za formiranje optimalne kinematičke šeme planetarnih prenosnika primenjenih u sistemu za prenos snage motornih vozila*. doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 1997. godine.

Rad primljen: 9.12.1999.god.