

Uticaj različitih metoda optimalnog vođenja na trajektorije besplatformnih samonavodjenih raketa

Dr. Danilo Ćuk, dipl.inž.¹⁾
Mr Slobodan Mandić, dipl.inž.¹⁾

Analiziran je uticaj različitih metoda optimalnog vođenja na trajektorije besplatformnih samonavodjenih raketa tipa zemlja-vazduh i vazduh-zemlja. Prikazana je prednost primene metoda vođenja koje se zasnivaju na kompenzaciji ekvivalentnog manevra cilja. U nekim slučajevima kao što su gađanje brzog manevrišućeg cilja u odlasku, kada se superponiraju komponente ekvivalentnog manevra cilja, ili gađanje nepokretnog zemaljskog cilja raketom vazduh-zemlja, klasična metoda proporcionalne navigacije uopšte ne može da se primeni. Numeričkom simulacijom kompletnog sistema samonavodjene rakete u vertikalnoj ravni uspešno je potvrđena opravdanost uvođenja ekvivalentnog manevra cilja kao bitne informacije za formiranje zakona vođenja.

Ključne reči: Samonavodjena raketa, vođenje i upravljanje, optimalno upravljanje, besplatformna glava za samonavodjenje trajektorije.

Korišćene oznake i simboli

f	– specifična sila (normalno ubrzanje),
f_c	– normalno ubrzanje cilja,
f_{tc}	– tangentno ubrzanje cilja,
f_{cek}	– ekvivalentno normalno ubrzanje cilja,
f_{cek}^*	– ekvivalentno normalno ubrzanje cilja u brzinskom sistemu rakete,
g	– gravitaciono ubrzanje,
h, h_c	– visina leta rakete, odnosno cilja,
K_1, K_2, K_3	– pojačanja u zakonu vođenja,
K_s	– pojačanje senzora BP GSN
K_g	– pojačanje žiroskopa,
k_a, k_{ac}, k_r	– pojačanje aktuatora, akcelerometra i brzinskog žiroskopa,
N	– kinematički faktor pojačanja,
r	– rastojanje raketa – cilj,
T_a	– vremenska konstanta aktuatora,
V	– brzina rakete,
u_v	– signal vođenja,
V_c	– brzina cilja,
$V_r = \dot{r} $	– relativna brzina zbližavanja rakete i cilja,
γ, γ_c	– ugao pravca brzine rakete, odnosno cilja,
η_z, η	– zahtevani i ostvareni ugao otklona upravljačkih krilaca,
θ	– ugao propinjanja rakete,
θ_0	– referentni pravac,
φ	– ugao linije viziranja cilja,
$\Delta\varphi = \varphi - \theta_0$	– promena ugla linije viziranja cilja,

$\Delta\theta = \theta - \theta_0$	– promena ugla propinjanja rakete,
$\Delta\hat{\varphi}$	– procenjena promena ugla linije viziranja cilja,
$\omega_G = \Delta\hat{\varphi}$	– procenjena ugaona brzina linije viziranja cilja,
$\omega_{KIN} = \dot{\varphi}$	– stvarna ugaona brzina linije viziranja cilja,
ω_f, ζ_f	– učestanost i prigušenje filtera u BP GSN,
$\varepsilon = \gamma - \varphi$	– ugao preticanja rakete,
$\varepsilon_c = \gamma_c - \varphi$	– ugao preticanja cilja,
$\varepsilon_1 = \varphi - \theta$	– ugao pelenga cilja i
BP GSN	– besplatformna glava za samonavodjenje.

Uvod

Izbor zakona vođenja i mogućnost realizacije trajektorije rakete zavise od njene namene i scenarija primene. U slučaju taktičkih raketa za dejstvo sa distance, trajektorija se obično sastoji iz dva osnovna dela: programskog vođenja i završnog navođenja na odabrani cilj. Na prvom delu putanje realizuje se metoda inercijalne navigacije, dok se na završnom delu na osnovu informacija o kretanju cilja vrši precizno navođenje na odabrani cilj. Izbor metode završnog navođenja zavisi od toga da li je cilj stacionaran ili sporomanevrišući kao što je to slučaj sa zemaljskim ciljevima, ili se radi o visokomanevrišućem objektu kakvi su, npr., vazdušni ciljevi (avioni, bespilotne letelice, rakete itd.). Zemaljske ciljeve je obično teže otkriti i pratiti, suprotno vazdušnim ciljevima koje je lakše zahvatiti ali se moraju primeniti složeni zakoni vođenja zbog njihove veće brzine i mogućnosti slučajnog manevra.

U ovom radu se analiziraju trajektorije besplatformnih samonavodjenih raketa realizovanih primenom različitih

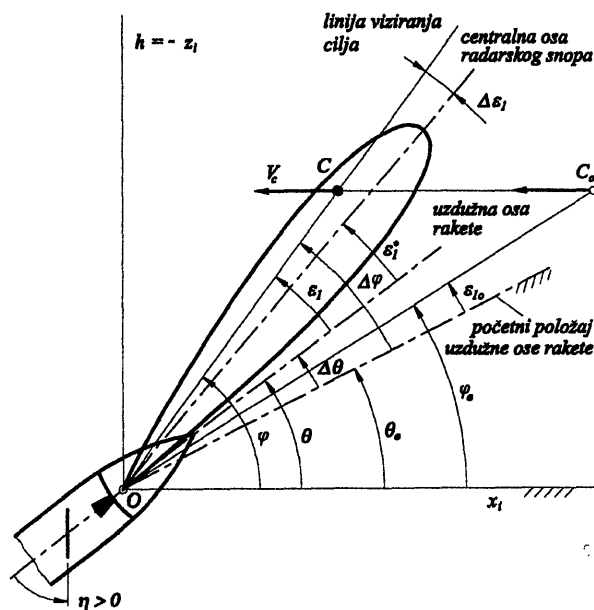
¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

metoda optimalnog vođenja za oba tipa ciljeva: nepokretnog zemaljskog cilja i visokomanevrišućeg vazdušnog cilja. Informacije o kretanju cilja dobijaju se pomoću besplatformne glave za samonavođenje a o kretanju rakete pomoću inercijalnih senzora (brzinskih žiroskopa i akcelerometara) čvrsto vezanih za telo rakete [1,2]. Analiza mogućih zakona vođenja je data u radu [4], u kojem su izučavana dva osnovna efekta: promena parametara leta zbog uticaja greške ugla preticanja i ekvivalentnog manevra cilja. Određeni su parametri sličnosti sistema i ispitan njihov uticaj na odgovor samonavodene rakete po bezdimenzionom vremenu.

Osnovna ograničenja metode izbora parametara sistema u [4], svode se na pretpostavke o malim i konstantnim poremećajima u sistemu. Greške u zauzimanju ugla preticanja i ekvivalentan manevar cilja predstavljeni su jediničnim odskočnim funkcijama.

Pri letu rakete ekvivalentni manevar cilja nije konstantna veličina, već predstavlja složenu funkciju zavisnu od gravitacionog i tangencnog ubrzanja rakete i manevra cilja.

Polazeći od koncepta "ekvivalentnog manevra cilja", u ovom radu se izučava uticaj zakona vođenja rakete na promenu parametara trajektorije i daju preporuke o izboru metode vođenja zavisno od konkretne namene rakete.



Slika 1. Parametri kretanja rakete i cilja

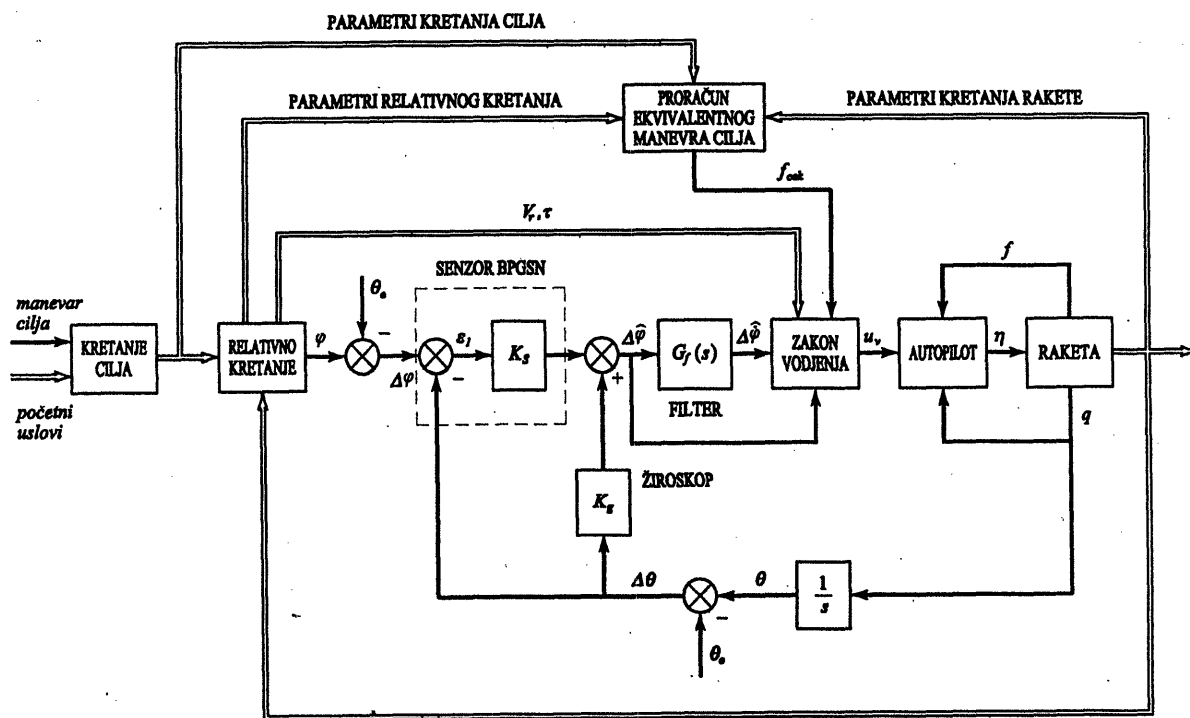
Opšta blok-šema numeričke simulacije besplatformnog sistema samonavodene rakete u vertikalnoj ravni je prikazana na sl.2.

Polazeći od parametara apsolutnog i relativnog kretanja rakete i cilja, izračunava se ekvivalentni manevar cilja koji predstavlja jednu od ulaznih veličina za zakon vođenja. Za formiranje signala vođenja potrebne su informacije o relativnoj brzini zblizavanja rakete i cilja (V_r), vremenu leta rakete do susreta s ciljem (τ), promeni ugla linije viziranja cilja ($\Delta\hat{\varphi}$) i ugaonoj brzini linije viziranja cilja ($\Delta\hat{\theta}$). Senzor besplatformne glave za samonavođenje meri ugao pelenga cilja. Posle kompenzacije signalom sa žiroskopa,

Opis numeričke simulacije besplatformnog sistema samonavodene rakete

Osnovni parametri relativnog kretanja rakete i cilja u vertikalnoj ravni su prikazani na sl.1.

Trajektorije se određuju u inercijalnom sistemu vezanom za vertikalnu ravan ($0x_i, z_i$). Referentni pravac u odnosu na koji se određuje ugao linije viziranja cilja je pravac uzdužne ose rakete u trenutku zahvata cilja (θ_0). Početna greška ugla pelenga cilja definisana je uglom ϵ_{10} . U toku leta se mere uglovi pelenga cilja (ϵ_1) i ugao propinjanja rakete $\Delta\theta$.



Slika 2. Blok-šema numeričke simulacije besplatformnog sistema samonavodene rakete u vertikalnoj ravni

izdvaja se veličina srazmerna promeni ugla linije viziranja cilja ($\Delta\hat{\varphi}$). Pretpostavlja se da se mere uglovi pelenga cilja (ε_1), relativna brzina zблиžavanja cilja i rakete (V_r), relativno rastojanje raketa – cilj (ili vreme $\tau = r/V_r$) i ugao propinjanja rakete, dok se sve ostale veličine, kao što su ugao i ugaona brzina linije viziranja cilja i ekvivalentni manevar cilja, određuju postupcima estimacije i filtracije. Autopilot ima povratne veze normalnog ubrzanja (f) i ugaone brzine rakete (q).

Matematički model besplatformnog sistema samonavođene rakete

U dodatku A dat je matematički model kretanja rakete i manevrišućeg cilja u vertikalnoj ravni. Raketa se posmatra kao kruto telo sa tri stepena slobode kretanja, a cilj se simulira kao letelica sa vremenski promenljivim tangentnim (f_{tc}) i normalnim ubrzanjem (f_c).

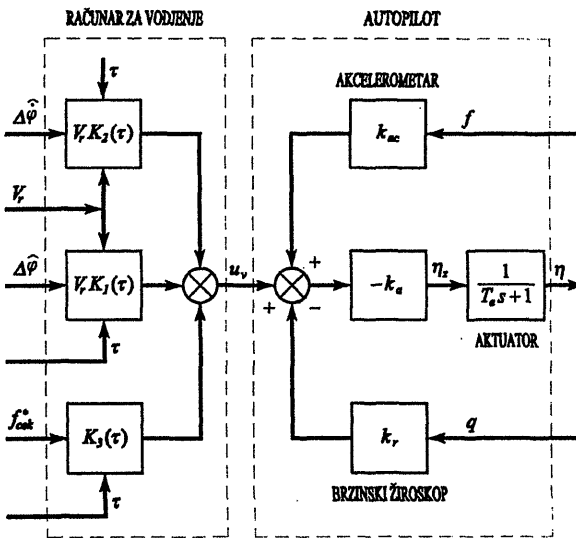
Struktura zakona vođenja se određuje na osnovu veze između zahtevanog normalnog ubrzanja rakete (f_z) i parametara relativnog kretanja rakete i cilja [4]:

$$f_z \cos \varepsilon = V_r [K_1(\tau)\Delta\hat{\varphi} + K_2(\tau)\Delta\hat{\varphi}] + K_3(\tau)f_{cek} \cos \varepsilon_e \tag{1}$$

gde je ekvivalentni manevar cilja:

$$f_{cek} = f_c - f_t \operatorname{tg} \varepsilon \frac{\cos \varepsilon_e}{\cos \varepsilon} + g \cos \gamma \frac{\cos \varepsilon_e}{\cos \varepsilon} \tag{2}$$

Šema zakona vođenja i upravljanja je prikazana na sl.3.



Slika 3. Zakon vođenja i upravljanja

Pošto je signal vođenja u_v srazmeran zahtevanom normalnom ubrzanju rakete, na osnovu (1) i (2) dobija se:

$$u_v = \frac{V_r}{\cos \varepsilon} [K_1(\tau)\Delta\hat{\varphi} + K_2(\tau)\Delta\hat{\varphi}] + K_3(\tau)f_{cek}^* \tag{3}$$

gde je:

$$f_{cek}^* = f_{cek} \frac{\cos \varepsilon_e}{\cos \varepsilon} = -f_t \operatorname{tg} \varepsilon + f_c \frac{\cos \varepsilon_e}{\cos \varepsilon} + g \cos \gamma \tag{4}$$

Veličina f_{cek}^* predstavlja ekvivalentni manevar cilja prikazan u brzinskom koordinatnom sistemu rakete, tj. u pravcu normalnog ubrzanja rakete. Ekvivalentni manevar cilja obuhvata tangentno i gravitaciono ubrzanje rakete i normalno ubrzanje cilja. Veličine $K_1(\tau)$, $K_2(\tau)$ i $K_3(\tau)$ su pojačanja koja zavise od izbora optimalnog zakona vođenja [3,4]. Da bi se dobio optimalni zakon vođenja, pojačanja po uglu i ugaonoj liniji viziranja cilja množe se intenzitetom komponente relativne brzine duž pravca brzine rakete ($V_r/\cos \varepsilon$).

Proračun promene ugla linije viziranja cilja se dobija iz:

$$\Delta\hat{\varphi} = K_s \cdot \varepsilon_1 + K_g \cdot \Delta\theta \tag{5}$$

gde su:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \Delta\varphi - \Delta\theta \\ \Delta\varphi &= \varphi - \theta_0 \\ \Delta\theta &= \theta - \theta_0 \end{aligned} \tag{6}$$

Promene ugla linije viziranja cilja ($\Delta\varphi$) i ugla propinjanja ($\Delta\theta$) definisane su u odnosu na početnu vrednost ugla propinjanja rakete (θ_0).

Propuštanjem signala $\Delta\hat{\varphi}$ kroz filtar $G_f(s)$ dobija se procenjena ugaona brzina linije viziranja cilja $\omega_G = \Delta\hat{\dot{\varphi}}$:

$$G_f(s) = \frac{\omega_f^2 s}{s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2} = \frac{\Delta\hat{\dot{\varphi}}(s)}{\Delta\hat{\varphi}(s)} \tag{7}$$

Za simulaciju u vremenskom domenu funkcija prenosa (7) transformiše se u dve diferencijalne jednačine prvog reda:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \Delta\hat{\dot{\varphi}}(t) - \omega_f^2 z_1 - 2\zeta_f \omega_f z_2 \end{aligned} \tag{8}$$

pa je izlazna veličina iz filtra jednaka:

$$\Delta\hat{\varphi} = \omega_f^2 z_2 \tag{9}$$

Tačnost određivanja ugaone brzine linije viziranja se dobija njenim poređenjem sa stvarnom ugaonom brzinom linije viziranja cilja. Polazeći od kinematičkih jednačina relativnog kretanja:

$$\begin{aligned} r\dot{\varphi} &= V_c \sin \varepsilon_c - V \sin \varepsilon \\ \dot{r} &= V_c \cos \varepsilon_c - V \cos \varepsilon \end{aligned} \tag{10}$$

dobija se relativna brzina zблиžavanja rakete i cilja i kinematička ugaona brzina linije viziranja cilja su:

$$\begin{aligned} V_r &= |\dot{r}| \\ \omega_{KIN} &= \dot{\varphi} = \frac{1}{r}(V_c \sin \varepsilon_c - V \sin \varepsilon) \end{aligned} \tag{11}$$

Zakon upravljanja određuje zahtevani otklon upravljačkih krilaca:

$$\eta_z = -k_a(u_v + k_{ac}f - k_r q) \tag{12}$$

gde su: k_a - pojačanje aktuatora ($k_a > 0$ za normalnu šemu, $k_a < 0$ za konfiguraciju patka); k_{ac} - pojačanje akcelerometra i k_r - pojačanje brzinskog žiroskopa.

Aktuator je predstavljen periodičkim elementom sa vremenskom konstantom T_a , tako da se stvarni otklon upravljačkih krilaca ($\eta < \eta_{max}$) dobija iz:

$$\dot{\eta} = \frac{1}{T_a}(\eta_z - \eta) \quad (13)$$

Faktori pojačanja autopilota k_a, k_{a_c} i k_r određuju se tako da se obezbedi minimalni uticaj promene brzine rakete na odgovor autopilota [5].

Analiza rezultata numeričke simulacije

Izvršena je numerička simulacija sistema besplatformne samonavodene rakete u dve varijante: raketa zemlja-vazduh protiv manevrišućeg cilja i raketa vazduh-zemlja protiv nepokretnog zemaljskog cilja. Razmatrani su sledeći zakoni vođenja [4]:

- proporcionalna navigacija sa kinematičkim faktorom pojačanja $N = 4$ (PN);
- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i poprečne relativne brzine (PN-MV);

$$K_1(\tau) = \frac{2}{\tau}, K_2(\tau) = 3, K_3(\tau) = 0 \quad (15)$$

- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i kompenzacijom manevra cilja (PN-M-C);

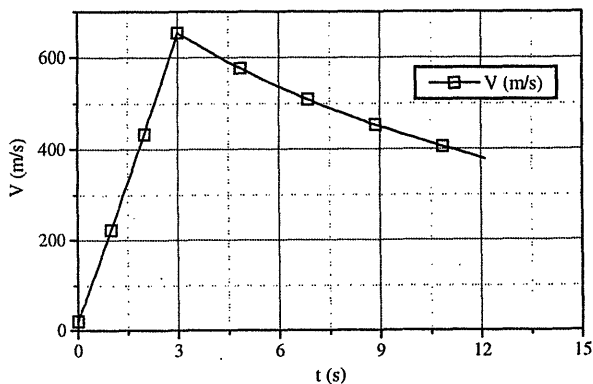
$$K_1(\tau) = 0, K_2(\tau) = 3, K_3(\tau) = 1.5 \quad (16)$$

- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i relativne poprečne brzine i kompenzacijom manevra cilja (PN-MV-C);

$$K_1(\tau) = \frac{2}{\tau}, K_2(\tau) = 4, K_4(\tau) = 1 \quad (17)$$

Raketa zemlja-vazduh

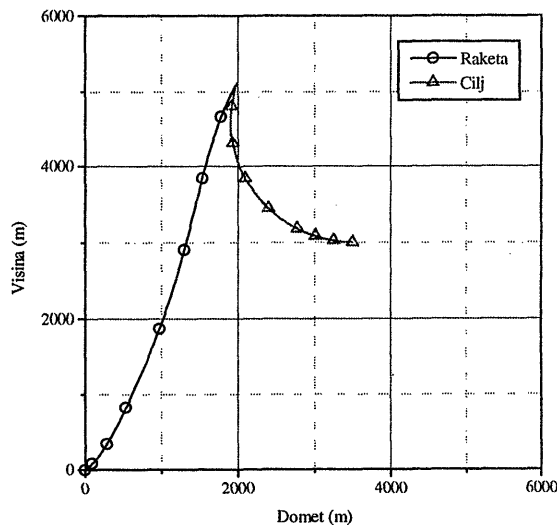
Tipičan profil brzine rakete zemlja-vazduh je dat na sl.4. Posmatran je cilj brzine $V_c = 250$ m/s i manevra 4 g na visini $h_c = 3000$ m.



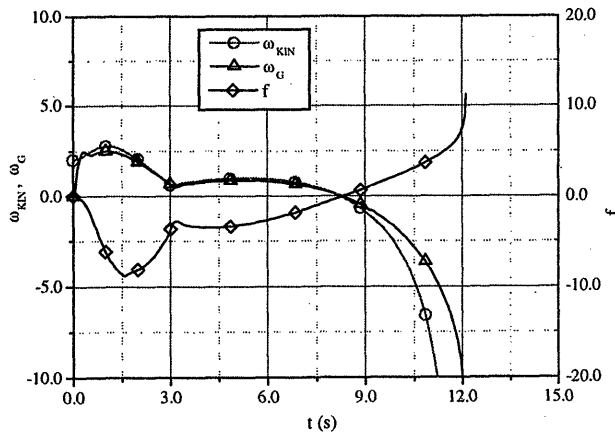
Slika 4. Promena brzine rakete zemlja-vazduh

Rezultati numeričke simulacije sistema besplatformne samonavodene rakete pri gađanju cilja u dolasku primenom metode proporcionalne navigacije prikazani su na sl.5. Pojačanja autopilota su tako podešena da je kinematički faktor pojačanja $N=4$ u trenutku dostizanja maksimalne brzine, da bi do kraja leta opadao ka vrednosti $N=3$ (sl.5d). Ekvivalentni manevra cilja je izrazito promenljiva veličina (sl.5e),

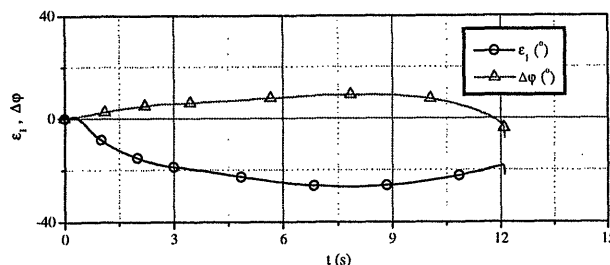
pri čemu neposredno pre susreta rakete i cilja ima približno konstantnu vrednost od 2 g. Sa slike 5b uočava se sledeća osobina proporcionalnog vođenja: kako se raketa približava cilju, ubrzanje rakete raste ka vrednosti tri puta većoj od ekvivalentnog manevra cilja ($\sim 6g$), a ne vrednosti tri puta većoj od normalnog ubrzanja cilja ($3 \times 4 = 12g$), što se dobija pod pretpostavkom konstantnih brzina cilja i rakete i tretirajući manevra cilja kao mali poremećaj [5]. Ugaona brzina linije viziranja cilja eksponencijalno raste, pri čemu se povećavaju razlike između stvarne (ω_{KIN}) i filtrom procenjene vrednosti (ω_G) što se tumači kašnjenjem filtra ($\omega_f = 12$ 1/s $\zeta_f = 0.5$). Jedan od osnovnih nedostataka proporcionalne navigacije predstavljaju velike vrednosti normalnog ubrzanja i ugaone brzine linije viziranja cilja pri susretu rakete i cilja.



a) Trajektorije rakete i cilja

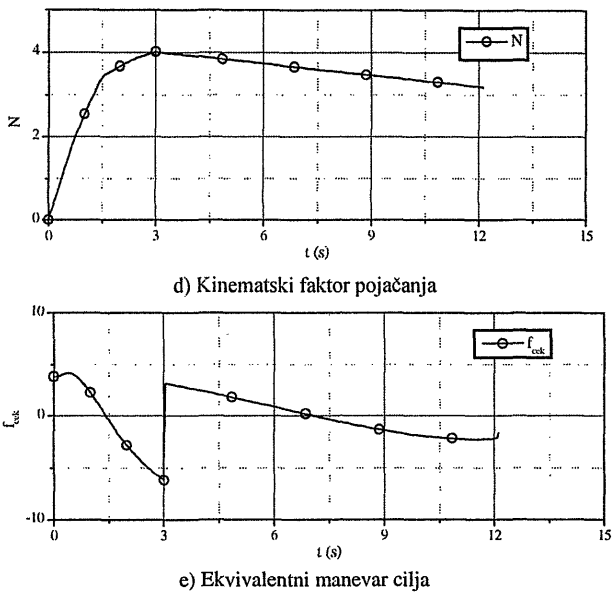


b) Ugaona brzina linije viziranja cilja i normalno ubrzanje rakete



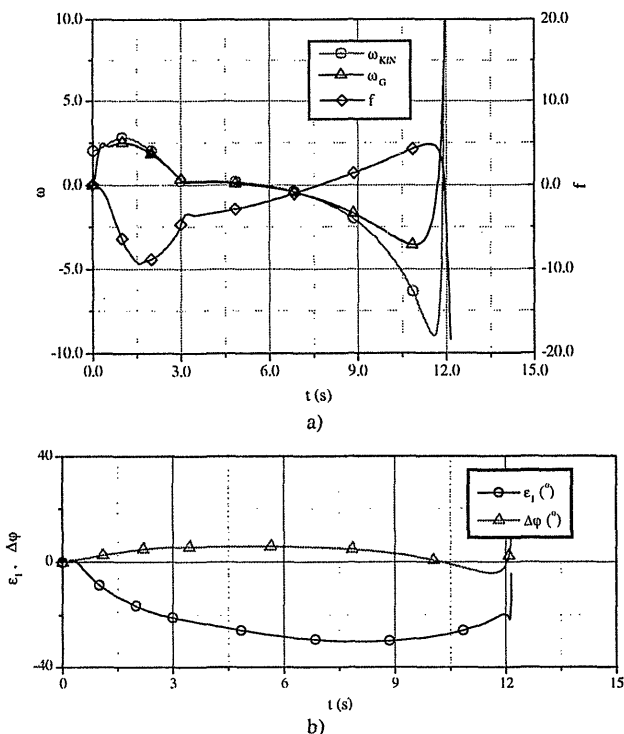
c) Ugao pelenga cilja ϵ_1 i ugao linije viziranja cilja ($\Delta\phi$)

Slika 5. Parametri kretanja rakete pri gađanju cilja u dolasku metodom proporcionalne navigacije



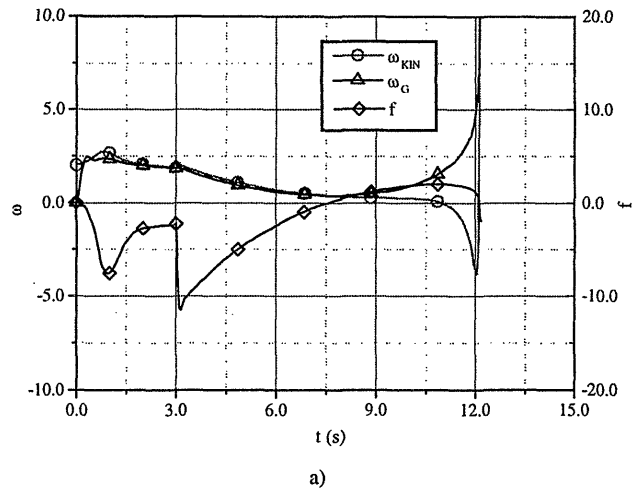
Slika 5. Parametri kretanja rakete pri gađanju cilja u dolasku metodom proporcionalne navigacije

Kod metode PN veće vrednosti normalnog ubrzanja proizvode veće napadne uglove, pa time i otpora što izaziva pad brzine ili dodatnu potrošnju energije pogonske grupe. Ako ugaona brzina linije viziranja cilja dostigne maksimalnu brzinu praćenja cilja, što je konstrukciona karakteristika glave za samonavođenje, prekida se proces vođenja. Kod besplatformnih glava za samonavođenje bitan parametar je ugao pelenga cilja (sl.5b) koji treba da bude u propisanim granicama. Najviše informacije o kvalitetu metode vođenja pružaju dijagrami normalnog ubrzanja, ugla i ugaone brzine linije viziranja cilja i ugla pelenga cilja, pa će se u narednim analizama posmatrati, pre svega, promena ovih veličina. Analizom dijagrama na sl.6 može se zaključiti da nema većih prednosti metode vođenja PN-MV nad proporcionalnom navigacijom pri gađanju vazдушnih manevrišućih ciljeva.

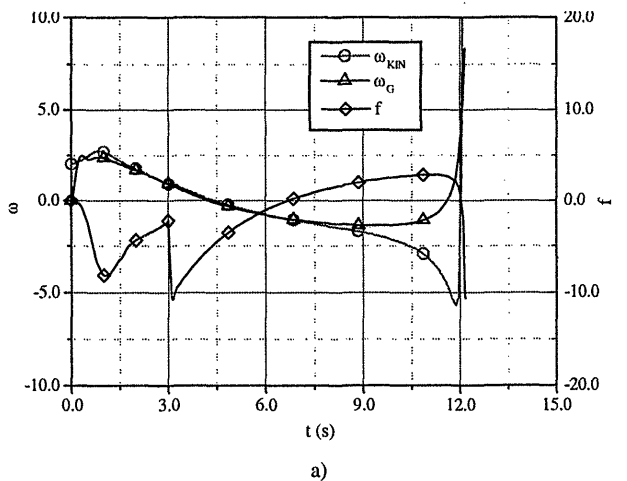


Slika 6. Parametri kretanja rakete pri gađanju cilja u dolasku metodom vođenja PN-MV

Rezultati numeričke simulacije gađanja manevrišućeg cilja u dolasku primenom metode PN-M-C i PN-MV-C prikazani su na sl.7, odnosno sl.8.



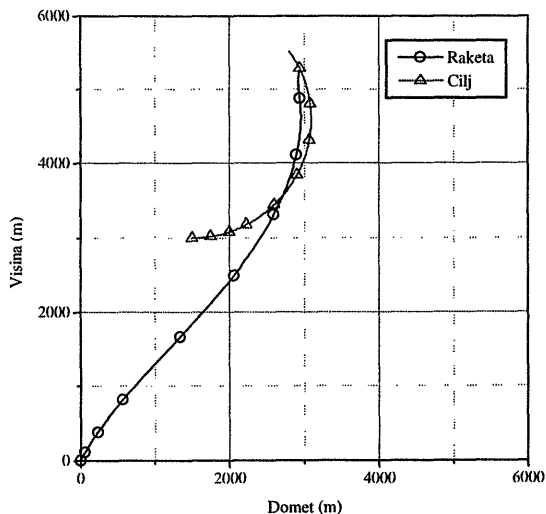
Slika 7. Parametri kretanja rakete pri gađanju cilja u dolasku metodom vođenja PN-M-C



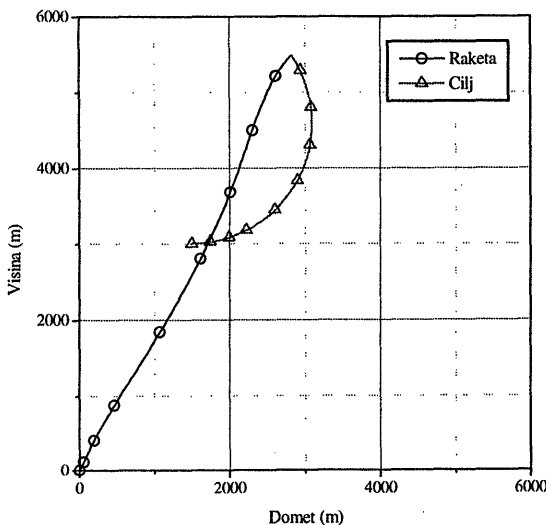
Slika 8. Parametri kretanja rakete pri gađanju cilja u dolasku metodom vođenja PN-MV-C

Obe metode vođenja kojima se kompenzira ekvivalentni manevar cilja, daju povoljniju promenu normalnog ubrzanja

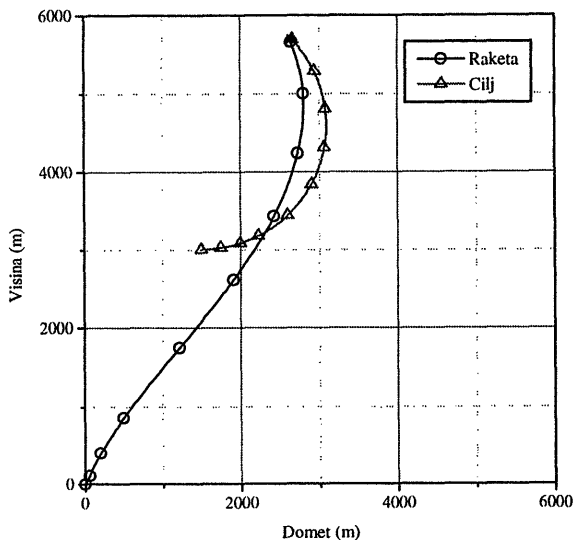
i ugaone brzine linije viziranja cilja u odnosu na klasičnu proporcionalnu navigaciju i PN-MV. Metoda vođenja PN-M-C daje manje vrednosti normalnog ubrzanja u stacionarnom stanju, a primenom metode PN-MV-C dobijaju se manje promene ugla linije viziranja cilja ($\Delta\varphi$).



a) promašaj: $\Delta r = 297$ m (PN)



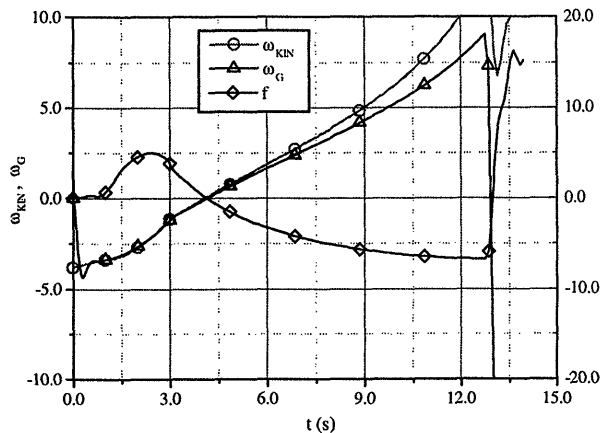
b) promašaj: $\Delta r = 0.88$ m (PN-M-C)



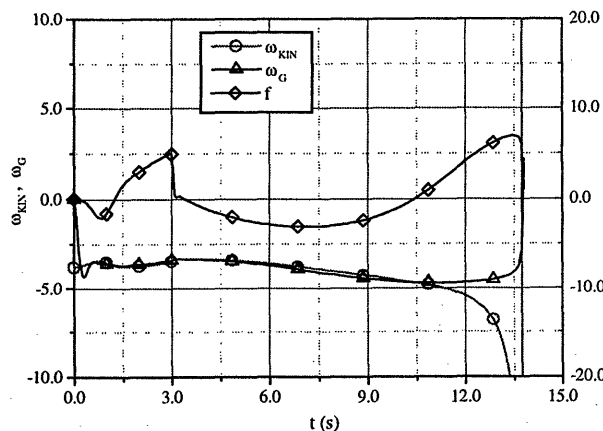
c) promašaj: $\Delta r = 0.96$ m (PN-MV-C)

Slika 9. Uticaj metode vođenja na trajektoriju rakete pri gađanju manevrišućeg cilja u odlasku

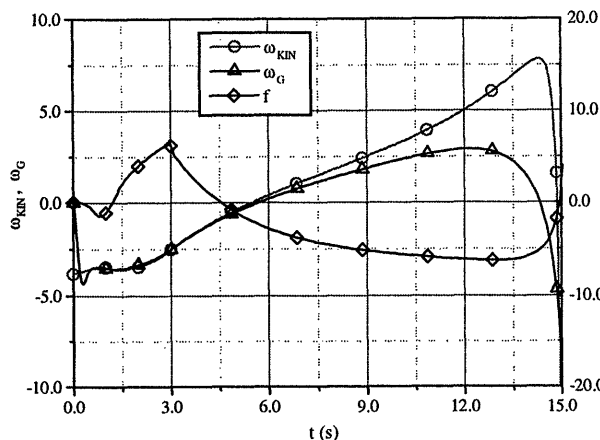
Prednost metoda vođenja kojima se kompenzira ekvivalentni manevar cilja (PN-M-C i PN-MV-C) nad proporcionalnom navigacijom posebno je izražena pri gađanju vazdušnih ciljeva u takvim režimima leta kad dolazi do superponiranja pojedinih komponenta ekvivalentnog manevra cilja (tangencnog i gravitacionog ubrzanja rakete i normalnog ubrzanja cilja). Na sl.9, sl.10 i sl.11 je dat uporedni prikaz trajektorija, osnovnih parametara rakete i ekvivalentnog manevra cilja za proporcionalnu navigaciju i metode vođenja sa kompenzacijom manevra cilja (PN-M-C i PN-MV-C) pri gađanju cilja koji vrši manevar $f_c = 4 g$ u odlasku.



a) PN

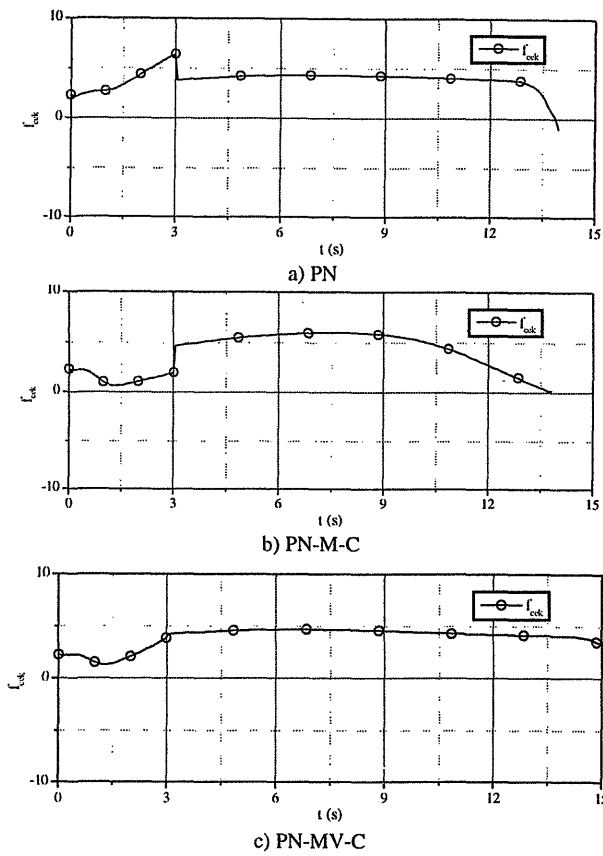


b) PN-M-C



c) PN-MV-C

Slika 10. Uticaj metode vođenja na trajektoriju rakete pri gađanju manevrišućeg cilja u odlasku

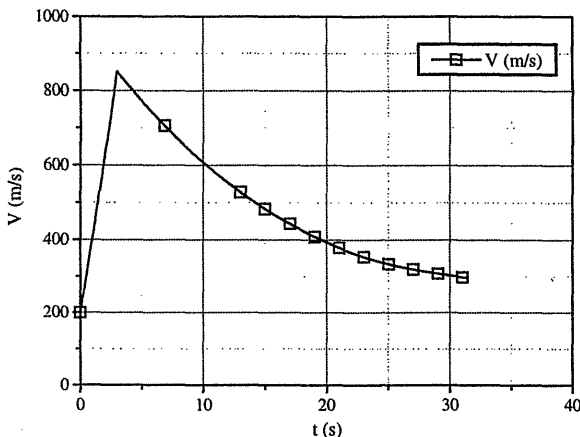


Slika 11. Uticaj metode vođenja na ekvivalentni manevar cilja pri gađanju manevrišućeg cilja u odlasku

Metoda proporcionalnog vođenja pri gađanju manevrišućeg cilja u odlasku proizvodi velike vrednosti ugaone brzine linije viziranja cilja i normalnog ubrzanja (sl.10a) što dovodi do velikog promašaja (297 m). Druge dve metode obezbeđuju mali promašaj (ispod 1 m). Metoda vođenja PN-M-C daje približno nultu vrednost srednjeg ubrzanja rakete i konstantnu ugaonu brzinu linije viziranja cilja. Suprotno tome, kod metode PN-MV-C postoji veći manevar rakete tokom leta, dok je srednja vrednost ugaone brzine linije viziranja cilja približno nula. U sva tri slučaja dobijaju se veće vrednosti srednjeg ekvivalentnog manevara cilja u poređenju sa režimom gađanja u dolasku istog manevrišućeg cilja (sl.5e).

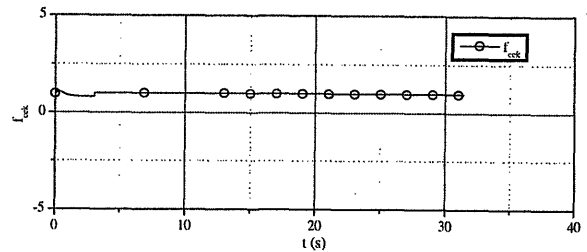
Raketa vazduh-zemlja

Tipična promena brzine rakete vazduh-zemlja prikazana je na sl.12. pri lansiranju sa aviona brzine 200 m/s.



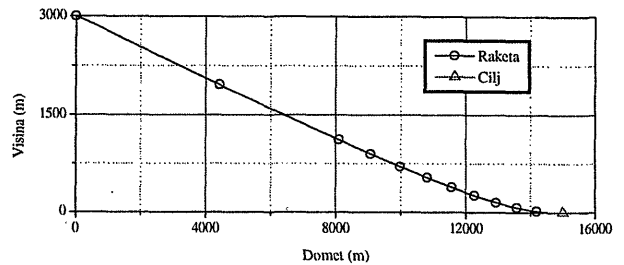
Slika 12. Promena brzine rakete vazduh-zemlja

Ekvivalentni manevar cilja zavisi od gravitacionog ubrzanja i tangentnog ubrzanja rakete i prikazan je na sl.13.

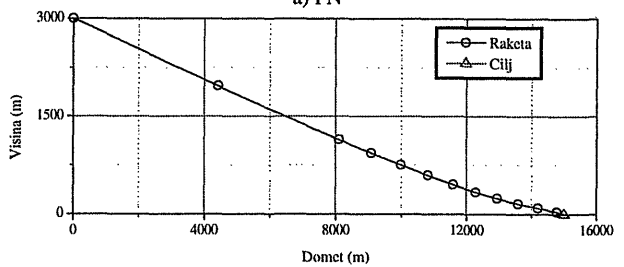


Slika 13. Ekvivalentno normalno ubrzanje pri gađanju manevrišućeg cilja u odlasku

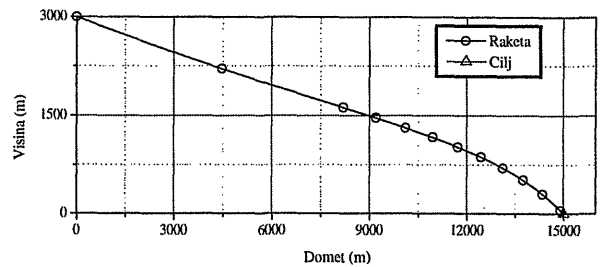
Uporedni prikaz trajektorije rakete za sva četiri zakona vođenja je dat na sl.16. Proporcionalna navigacija ne može se primeniti pri gađanju nepokretnih zemaljskih ciljeva zbog devijacije putanje u odnosu na pravolinijski let i preвременog udara u zemlju što prouzrokuje veliki promašaj. Metoda vođenja PN-MV-C daje praktično pravolinijsku putanju i minimalnu promenu ugla pelenga cilja i ugla linije viziranja cilja (sl.15). Normalno ubrzanje rakete je približno konstantno i jednako ekvivalentnom manevaru cilja (sl.12).



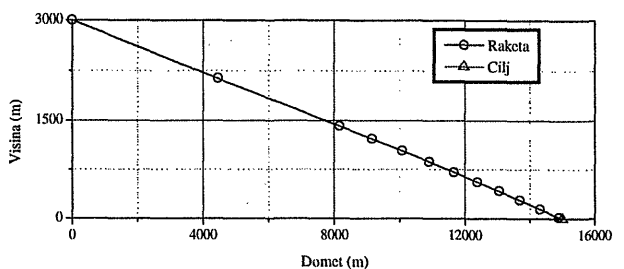
a) PN



b) PN-MV

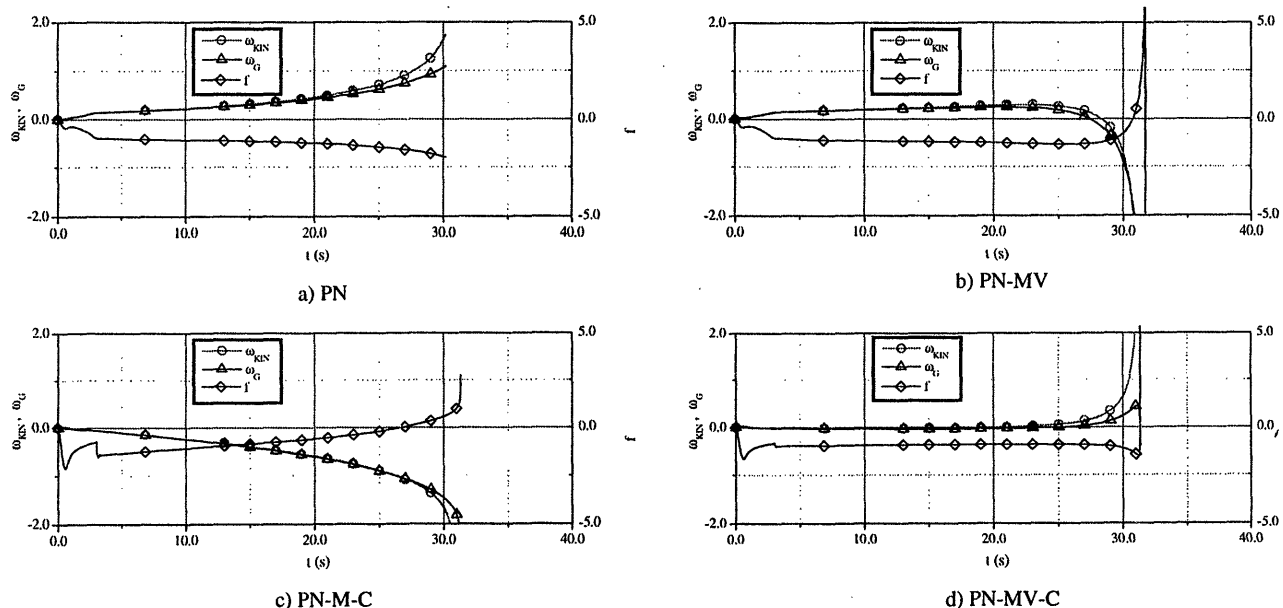


c) PN-M-C

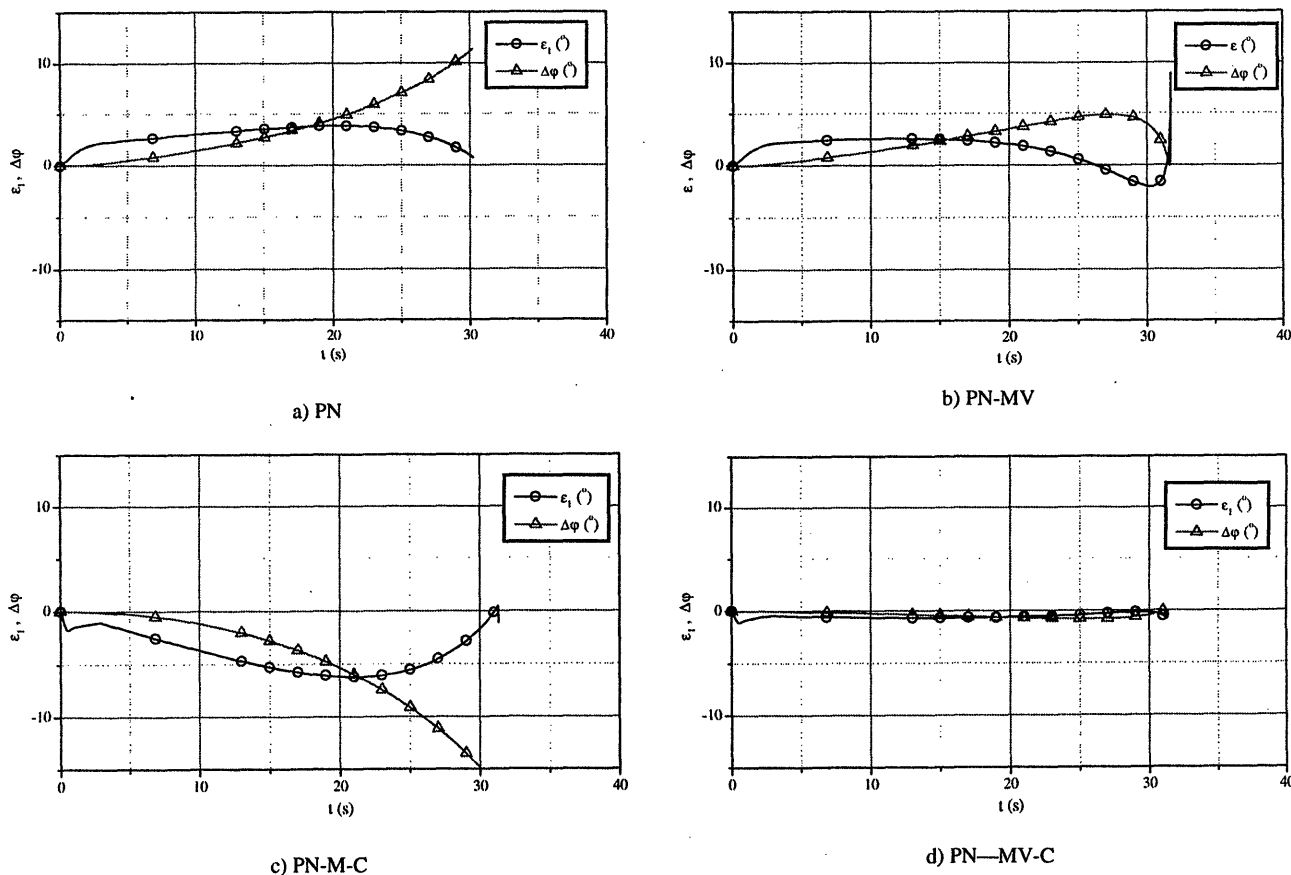


d) PN-MV-C

Slika 14. Uticaj metode vođenja na trajektoriju rakete vazduh-zemlja



Slika 15. Uticaj metode vođenja na promenu ugaone brzine linije viziranja cilja i normalnog ubrzanja za raketu vazduh-zemlja



Slika 16. Uticaj metode vođenja na promenu cilja ugla linije viziranja cilja i ugla pelenga za raketu vazduh-zemlja

Metoda vođenja PN-M-C daje nadvišenu putanju u odnosu na pravolinijski let.

Iako se kod metode vođenja PN-MV ne vrši kompenzacija ekvivalentnog manevra cilja, devijacija putanje ima zadovoljavajuće vrednosti, koje ne izazivaju prevremeni udar rakete u zemlju. To je ostvareno zahvaljujući informaciji o promeni ugla linije viziranja cilja ($\Delta\phi$).

Zaključak

Ispitan je uticaj različitih metoda optimalnog vođenja na karakter trajektorija besplatformnih samonavodjenih raketa u vertikalnoj ravni. Razmatrane su dve varijante primene jedne rakete: zemlja-vazduh i vazduh-zemlja. Predloženi zakoni optimalnog vođenja zasnivaju se na određivanju ekvivalentnog manevra cilja. Numeričkom simulacijom kre-

tanja rakete u vertikalnoj ravni određen je uticaj pojedinih zakona vođenja na tip trajektorije.

Pokazano je da je ekvivalentni manevar cilja vremenski promenljiva veličina, bez obzira što cilj vrši manevar konstantnim normalnim ubrzanjem. On zavisi od normalnog ubrzanja cilja, gravitacionog i tangentskog ubrzanja rakete i geometrijskih odnosa susreta rakete i cilja. Korišćenjem informacije o ekvivalentnom manevaru cilja tokom leta u zakonu vođenja, uspešno se vrši kompenzacija ovog poremećaja čime se dobija trajektorija sa manjom krivinom. Numeričkom simulacijom je uspešno potvrđena ideja o mogućnosti kompenzacije manevara cilja.

Analizirano je više zakona optimalnog vođenja. Dokazano je da klasična metoda proporcionalne navigacije ima loše performanse i u nekim slučajevima (primena za raketu vazduh-zemlja, gađanje u režimima sa velikom vrednošću ekvivalentnog manevara cilja) uopšte se ne može primeniti.

Pri gađanju vazdušnih manevrišućih ciljeva dobre rezultate daju obe metode sa kompenzacijom manevara cilja: metoda sa minimizacijom kvadrata promašaja (PN-M-C) i metoda sa minimizacijom kvadrata promašaja i poprečne relativne brzine (PN-MV-C). Obe metode obezbeđuju male vrednosti normalnog ubrzanja rakete i ugaone brzine linije viziranja cilja. Najmanja promena ugla linije viziranja cilja nastaje kod metode PN-MV-C. Izbor metode vođenja nema bitnog uticaja na promenu ugla pelenga cilja.

Slični zaključci o primeni metoda PN-M-C i PN-MV-C mogu se izvesti i za raketu vazduh-zemlja, pri čemu je kod prve metode (PN-M-C) efekat ekvivalentnog manevara cilja prekompenziran tako da se dobija nadvišena trajektorija. Kod druge metode, PN-MV-C, praktično se dobija pravolinijska putanja. Pokazano je da se kod rakete vazduh-zemlja može uspešno primeniti i metoda vođenja koja se zasniva na minimizaciji kvadrata promašaja i poprečne relativne brzine (PN-MV). Zahvaljujući informaciji o promeni ugla linije viziranja cilja i maloj vrednosti ekvivalentnog manevara cilja koji obuhvata gravitaciono i tangentsko ubrzanje rakete, nije neophodna kompenzacija ovog poremećaja te je devijacija trajektorije u takvim granicama da ne dolazi do prevelikog udara o zemlju.

U nekim primenama raketa zemlja-vazduh, kao što je gađanje manevrišućeg cilja u odlasku, metode vođenja bez kompenzacije ekvivalentnog manevara (PN i PN-MV) ne mogu se uopšte primeniti, dok metode vođenja koje se zasnivaju na kompenzaciji pomenutog poremećaja daju dobre rezultate i promašaj svode na malu vrednost (PN-M-C i PN-MV-C).

Buduća istraživanja iz oblasti izučavanja besplatformnih sistema samonavedenih raketa trebalo bi da obuhvata probleme estimacije i filtriranja ugla i ugaone brzine linije viziranja cilja i ekvivalentnog manevara cilja za slučaj prostornog kretanja rakete i cilja. Posebnu pažnju treba posvetiti numeričkim metodama određivanja i filtriranja ovih veličina koje predstavljaju neophodne informacije za algoritam vođenja.

Literatura

- [1] WILLIAMS, D., RICHMAN, J., FRIEDLAND, B. *Design of an Integrated Strapdown Guidance and Control System for a Tactical Missile*. AIAA Guidance and Control Conference, Gatlinburg, August 1983, p.57-66.
- [2] CALLEN, T. *Guidance Law for Tactical Weapons with Strapdown Sensors*. AIAA Guidance and Control Conference, 1979, p.281-293.
- [3] BEN-ASHER, J., YAESH, I.: *Advances in Missile Guidance Theory*, AIAA, 1998.
- [4] ČUK, D., MANDIĆ, S. Analiza mogućih zakona vođenja besplatformnih sistema samonavedenih raketa. *Naučnotehnički pregled*, 1999, vol. XLIX, no. 5, p.3-12.

- [5] GARNEL, P. *Guided Weapon Control Systems*. Pergamon Press, 1980.

DODATAK A: Matematički model kretanja rakete i cilja u vertikalnoj ravni

Matematički model kretanja rakete kao krutog tela sa tri stepena slobode kretanja obuhvata 6 diferencijalnih jednačina prvog reda:

$$\dot{U} = -qw + \frac{1}{m}(X + F_x) - g \sin \theta \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{w} = qU + \frac{1}{m}(Z + F_z) + g \cos \theta \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{q} = \frac{1}{J_y}(M + M^F) \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{\theta} = q \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{x} = U \cos \theta + w \sin \theta \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{h} = -\dot{z} = U \sin \theta - w \cos \theta \quad (\text{A.6})$$

Veličine stanja za raketu su: projekcije brzine na ose dinamičkog koordinatnog sistema (U , w), ugao (θ) i ugaona brzina propinjanja (q), koordinate položaja rakete u inercijalnom koordinatnom sistemu (x , h).

Veličine F_x i F_z su projekcije sile potiska na ose dinamičkog koordinatnog sistema, a M^F moment reaktivne sile za centar mase rakete.

Aerodinamičke sile i moment propinjanja nalaze se iz:

$$\begin{aligned} X &= C_x Q \cdot S \\ Z &= C_z \cdot Q \cdot S \\ M &= C_m Q \cdot S \cdot d \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

gde su:

$$Q = \frac{1}{2} \rho V^2 - \text{dinamički pritisak,}$$

S , d - referentna površina, odnosno dužina.

Aerodinamički koeficijenti dati su izrazima:

$$\begin{aligned} C_x &= -C_A(M) \\ C_z &= C_{z\alpha}(M) \cdot \alpha + C_{z\eta}(M) \eta + C_{zq}(M) \cdot q^* \\ C_m &= C_{m\alpha}(M) \cdot \alpha + C_{m\eta}(M) \eta + C_{mq}(M) q^* \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Aerodinamički derivativi su funkcije Mahovog broja:

$$M = \frac{V}{a} \quad (\text{A.9})$$

gde su: a - brzina zvuka
 V - brzina rakete

$$V = \sqrt{U^2 + w^2} \quad (\text{A.10})$$

Napadni ugao α i bezdimenziono ugaona brzina q^* određuju se iz:

$$\alpha = \frac{w}{U}, \quad q^* = \frac{q \cdot V}{d} \quad (\text{A.11})$$

Usvajajući veličine stanja za cilj: brzinu (V_c), ugao putanje (γ_c), položaj u inercijalnom koordinatnom sistemu (x_c i h_c) i pretpostavljajući da su normalno (f_c) i tangentno ubrzanje (f_{tc}) cilja poznate funkcije vremena, matematički model se svodi na četiri diferencijalne jednačine prvog reda:

$$\dot{V}_c = f_{tc}(t) \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{\gamma}_c = \frac{f_{nc}(t)}{V_c} \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{x}_c = V_c \cos \gamma_c \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{h}_c = V_c \sin \gamma_c \quad (\text{A.15})$$

Relativno rastojanje raketa-cilj (r) i ugao linije viziranja cilja (φ) nalaze se iz:

$$r = \sqrt{(x_c - x)^2 + (h_c - h)^2} \quad (\text{A.16})$$

$$\varphi = \arcsin \frac{h_c - h}{r} \quad (\text{A.17})$$

Ugao preticanja rakete je:

$$\varepsilon = \gamma - \varphi \quad (\text{A.18})$$

gde je γ -ugao putanje rakete.

$$\gamma = \theta - \varphi \quad (\text{A.19})$$

Ugao preticanja cilja je:

$$\varepsilon_c = \gamma_c - \varphi \quad (\text{A.20})$$

Rad primljen: 27.12.1999.god.