

Analiza mogućih zakona vođenja besplatfornih sistema samonavođenih raketa

Dr Danilo Ćuk, dipl.inž.¹⁾
Mr Slobodan Mandić, dipl.inž.¹⁾

Analiziraju se mogući zakoni optimalnog vođenja samonavođenih raketa sa besplatfornom glavom za određivanje položaja cilja. Izvedena je jednačina relativnog kretanja rakete u odnosu na cilj, pri čemu je pokazano da se uticaj normalnog ubrzanja cilja, tangencijalnog ubrzanja rakete i gravitacionog ubrzanja mogu obuhvatiti ekvivalentnim manevrom cilja. U radu su određeni parametri sličnosti sistema. Na bazi rezultata simulacije analizirani su efekti greške ugla preticanja i ekvivalentnog manevra cilja za različite varijante zakona vođenja. Dobijeni su dijagrami zavisnosti promašaja od karakterističnih parametara koji su pogodni za projektovanje i sintezu sistema besplatfornih sistema samonavođenih raketa.

Ključne reči: Samonavođena raketa, vođenje i upravljanje, optimalno upravljanje, besplatforna glava za samonavođenje.

Uvod

VEĆINA samonavođenih raketa koje se nalaze u operativnoj upotrebi koristi zakon proporcionalnog vođenja i žiroskopski stabilisanu glavu za samonavođenje na cilj (GSN). Proporcionalno vođenje, po kome je normalno ubrzanje rakete srazmerno ugaonoj brzini linije viziranja cilja, predstavlja optimalni zakon kada cilj i raketa imaju približno konstantne brzine [1,2]. Zbog ograničenja vidnog ugla, glava za samonavođenje se projektuje kao veoma složeni elektromehanički prateći sistem cilja. Razvoj novih tehnologija u oblastima optičkih, radarskih i laserskih senzora omogućio je konstrukciju takvih GSN koje imaju povećan vidni ugao čime nije više neophodan prateći sistem koji usmerava svoju osu na cilj. Glava za samonavođenje je kruto vezana za telo rakete i daje informaciju o položaju linije viziranja cilja u odnosu na referentni koordinatni sistem tela rakete. Konstrukcijom tzv. besplatfornne glave za samonavođenje [3,4] izbegava se ograničenje ugaone brzine praćenja cilja, kao i složeni elektromehanički sistem koji obično znatno povećava cenu vođene rakete.

Međutim, i pored pomenutih prednosti besplatfornne u odnosu na žirostabilisanu glavu za samonavođenje, postoje određeni problemi koje treba rešiti, kao što su izbor zakona vođenja zavisno od taktičke namene (npr. kod raketa vazduh-zemlja, ili zemlja-vazduh protiv manevrišućih ili nemanevrišućih ciljeva). Metoda posrednog određivanja ugaone brzine linije viziranja cilja [4], kao veoma korisne veličine za realizaciju zakona vođenja, zahteva diferenciranje ugla greške linije viziranja cilja u odnosu na telo rakete i kompenzaciju ugaonog kretanja rakete oko centra mase. Takva metoda određivanja ugaone brzine linije viziranja cilja je osetljiva na šum senzora u GSN i tačnost određiva-

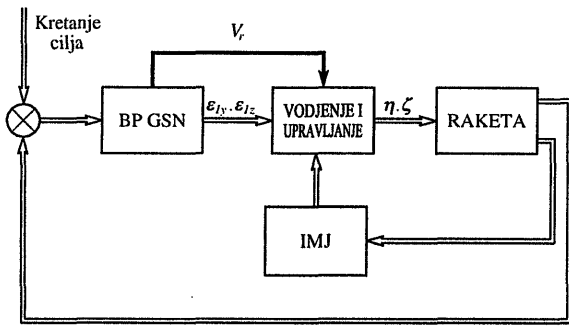
nja parametara ugaone orijentacije tela rakete. Prednost besplatfornne konstrukcije ogleda se u tome što se isti senzori (brzinski žiroskopi) mogu koristiti za realizaciju i zakona upravljanja i zakona vođenja. Primena besplatfornih GSN zahteva razvoj procesora koji će u realnom vremenu vršiti estimaciju i filtraciju ugaone brzine linije viziranja cilja, kao i drugih parametara potrebnih za realizaciju zakona vođenja.

Analiziraju se različiti algoritmi vođenja za raketu sa kruto vezanim sensorima koji se nalaze u besplatfornnoj glavi za samonavođenje i inercijalnoj mernoj jedinici (brzinski žiroskopi i akcelerometri). Vršiti se procena potrebnih informacija da bi se formirao zakon vođenja zavisno od konkretne namene rakete. Analiziraju se efekti osnovnih poremećaja u sistemu kao što su: normalno ubrzanje cilja, greška u zauzimanju ugla preticanja, gravitaciono ubrzanje, tangencijalno ubrzanje rakete i greška u kompenzaciji poprečnog ugaonog kretanja rakete.

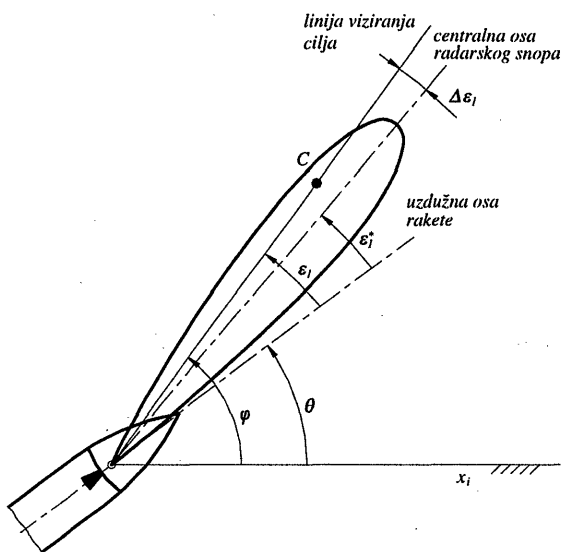
Opis sistema

Opšti blok-dijagram sistema samonavođene rakete sa besplatfornom aktivnom GSN i inercijalnom mernom jedinicom prikazan je na sl.1. Pomoću besplatfornne GSN dobijaju se informacije o uglu linije viziranja u odnosu na telo rakete (sl.2) i relativnoj brzini zblizavanja rakete i cilja (V_r). Inercijalni senzori obuhvataju brzinske žiroskope koji mere ugaone brzine tela rakete (p, q, r) i akcelerometre koji mere specifične sile (f_x, f_y i f_z) u dinamičkom koordinatnom sistemu. Izlaz iz integrisanog sistema vođenja i upravljanja su otkloni upravljačkih krilaca. Promena para-

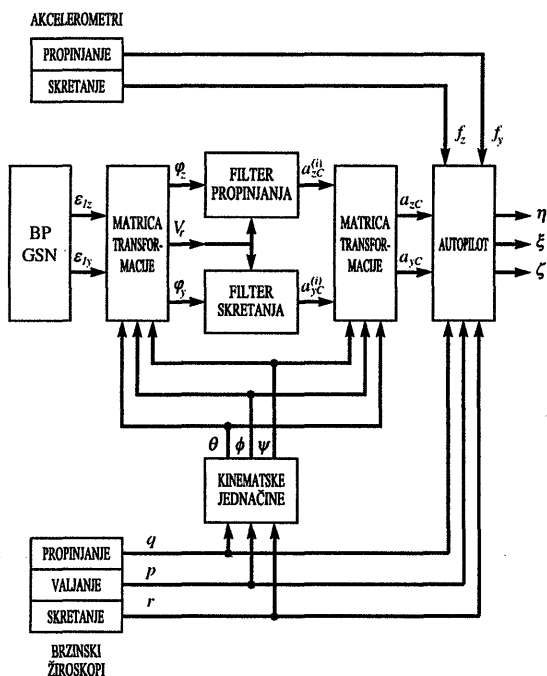
¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15



Slika 1. Besplatformni sistem samonavodene rakete (BPGSN-besplatformna glava za samonvaodenje; IMJ- inercijalno merna jedinica; $\epsilon_{1y}, \epsilon_{1z}$ - uglovi pelenga cilja; η, ζ - otkloni upravljačkih krilaca; V_r - relativna brzina zblizavanja



Slika 2. Definicija uglova kod BP GSN



Slika 3. Šema integrisanog sistema vođenja i upravljanja ($\epsilon_{1y}, \epsilon_{1z}$ - uglovi pelenga cilja u vezanom koordinatnom sistemu; φ_y, φ_z - uglovi linije viziranja cilja u inercijalnom sistemu; $a_{yc}^{(i)}, a_{zc}^{(i)}, a_{yc}, a_{zc}$ - zahtevana normalna ubrzanja u inercijalnom, odnosno vezanom koordinatnom sistemu; η, ζ, ξ - otkloni upravljačkih krilaca)

metara kretanja rakete se registruje pomoću besplatformne GSN i inercijalnih senzora čime se zatvara sistem automatskog upravljanja rakete.

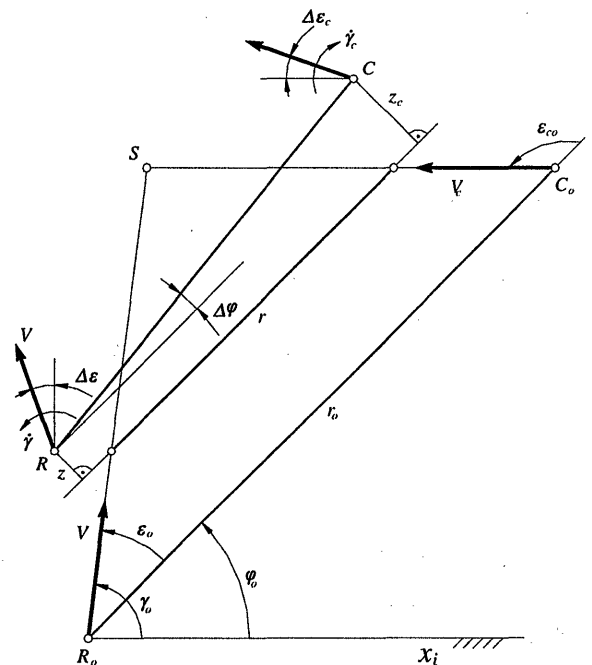
Detaljnija blok-šema integrisanog sistema vođenja i upravljanja (podsistem vođenja+autopilot) prikazan je na sl.3.

S obzirom da je cilj ovog rada izučavanje mogućih algoritama vođenja, posmatrač se samo površinski problem (kretanje rakete u vertikalnoj ravni). U radu se pretpostavlja da postoje sve potrebne informacije za sintezu algoritma vođenja koje su rezultat posebne numeričke procedure određivanja ugaonog položaja tela rakete i filtracije i estimacije parametara relativnog kretanja cilja u odnosu na raketu (ugla i ugaone brzine linije viziranja cilja, relativne brzine zblizavanja cilja i rakete i dr.)

Jednačina relativnog kretanja rakete u odnosu na cilj

Osnovni parametri kretanja rakete i cilja u vertikalnoj ravni prikazani su na sl.4. Jednačine relativnog poremećajnog kretanja rakete i cilja biće izvedene uz sledeće pretpostavke:

1. Brzina i normalno ubrzanje cilja su konstantni.
2. Brzina rakete je promenljiva, pri čemu je tangencijalno ubrzanje konstantno.
3. Normalno ubrzanje cilja, tangencijalno ubrzanje rakete i gravitaciono ubrzanje su male veličine tako da je moguće izvršiti linearizaciju kinematičkih jednačina kretanja u odnosu na početni pravac koji obezbeđuje idealan susret rakete i cilja, tj. nultu vrednost ugaone brzine linije viziranja cilja.



Slika 4. Geometrijski prikaz susreta rakete i cilja u vertikalnoj ravni

Ako se sa z_c i z označe odstupanja cilja i rakete u pravcu upravnom na referentni pravac (sl. 4), kinematičke jednačine relativnog kretanja imaju oblik:

$$\dot{r} = V_c \cos \epsilon_c - V \cos \epsilon \quad (1)$$

$$r\dot{\phi} = \Delta\dot{z} = \dot{z}_c - \dot{z} = V_c \sin \epsilon_c - V \sin \epsilon \quad (2)$$

Referentni ugao preticanja ε_0 određen je iz uslova nulte ugaone brzine linije viziranja cilja ($\dot{\varphi} = 0$):

$$V_c \sin \varepsilon_{c0} - V_0 \sin \varepsilon_0 = 0 \quad (3)$$

odnosno:

$$\varepsilon_0 = \arcsin\left(\frac{V_c}{V_0} \sin \varepsilon_{c0}\right) \quad (4)$$

Nominalna vrednost relativne brzine zблиžavanja rakete i cilja dobija se iz:

$$V_r = -\dot{r} = V_0 \cos \varepsilon_0 - V_c \cos \varepsilon_c \quad (5)$$

a ukupno vreme leta iz:

$$T = \frac{r_0}{V_r} \quad (6)$$

gde je r_0 početno rastojanje rakete od cilja.

Ako se definišu odstupanja parametara kretanja cilja i rakete u odnosu na nominalne vrednosti

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(t) - V_0 \\ \Delta \varepsilon &= \varepsilon(t) - \varepsilon_0 \\ \Delta \varepsilon_c &= \varepsilon_c(t) - \varepsilon_{c0} \end{aligned} \quad (7)$$

jednačina (2) postaje

$$\Delta \dot{z} = V_c \sin(\varepsilon_{c0} + \Delta \varepsilon_c) - (V_0 + \Delta V) \sin(\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon) \quad (8)$$

Ako su odstupanja $\Delta \varepsilon_c$ i $\Delta \varepsilon$ dovoljno mala, biće:

$$\begin{aligned} \sin(\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_c) &\approx \sin \varepsilon_{c0} + \Delta \varepsilon_c \cos \varepsilon_{c0} \\ \sin(\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon) &\approx \sin \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon \cos \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Smenom izraza (9) u (8) imajući u vidu uslov idealnog susreta (3), posle zanemarivanja proizvoda malih veličina ($\Delta V \Delta \varepsilon = 0$), dobija se:

$$\Delta \dot{z} = V_c \cos \varepsilon_{c0} \cdot \Delta \varepsilon_c - V_0 \cos \varepsilon_0 \cdot \Delta \varepsilon - \Delta V \sin \varepsilon_0 \quad (10)$$

Diferenciranjem jednačine (10) dobija se:

$$\Delta \ddot{z} = V_c \cos \varepsilon_{c0} \Delta \dot{\varepsilon}_c - V_0 \cos \varepsilon_0 \Delta \dot{\varepsilon} - \Delta \dot{V} \sin \varepsilon_0 \quad (11)$$

Imajući u vidu da su poremećaji u uglovima preticanja cilja i rakete jednaki poremećajima uglova brzine ($\Delta \varepsilon_c = \Delta \gamma_c$, $\Delta \varepsilon = \Delta \gamma$), mogu se izvesti sledeće relacije:

$$V_c \cdot \Delta \dot{\varepsilon}_c = V_c \Delta \dot{\gamma}_c = f_c \quad (12)$$

$$V_0 \cdot \Delta \dot{\varepsilon} = V_0 \Delta \dot{\gamma} = f - g \cos \gamma_0 \quad (13)$$

gde su:

$$\begin{aligned} f_c &- \text{normalno ubrzanje cilja,} \\ f &= \frac{L}{m} - \text{normalno ubrzanje rakete zbog uzgonske sile i} \\ g &- \text{gravitaciono ubrzanje.} \end{aligned}$$

Smenom (12) i (13) u jednačinu (11) dobija se:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{z} &= -f \cos \varepsilon_0 + \\ &+ \left(f_c - \Delta \dot{V} \frac{\cos \varepsilon_0}{\cos \varepsilon_{c0}} + g \cos \gamma_0 \frac{\cos \varepsilon_0}{\cos \varepsilon_{c0}} \right) \cos \varepsilon_{c0} \end{aligned} \quad (14)$$

Manevar cilja (f_c), tangencijalno ubrzanje rakete ($f_i = \Delta \dot{V}$) i gravitaciono ubrzanje (g) imaju isti efekat na

poremećajno relativno kretanje rakete u odnosu na cilj, pa se ekvivalentni manevar cilja može definisati:

$$f_{cek} = f_c - f_i \frac{\cos \varepsilon_0}{\cos \varepsilon_{c0}} + g \cos \gamma_0 \frac{\cos \varepsilon_0}{\cos \varepsilon_{c0}} \quad (15)$$

Time jednačina (14) konačno dobija oblik:

$$\Delta \ddot{z} = -f \cos \varepsilon_0 + f_{cek} \cos \varepsilon_{c0} \quad (16)$$

Ako se definišu veličine stanja, upravljačka veličina i poremećaj koji deluje na sistem, jednačina (16) se može transformisati u oblik pogodan za izučavanje optimalnih zakona vođenja rakete:

$$x_1 = \Delta z, \quad x_2 = \Delta \dot{z}, \quad u = -f \cos \varepsilon_0, \quad w = f_{cek} \cos \varepsilon_{c0} \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{D}w \quad (18)$$

gde su

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pri realizaciji zakona vođenja obično se određuju ili mere promene uglova i ugaone brzine linije viziranja cilja, kao i relativna brzina zблиžavanja, odnosno rastojanje cilja od rakete. Zavisnosti veličina stanja od merenih veličina su date sledećim relacijama:

$$\Delta z = r \Delta \varphi = V_r (T - t) \Delta \varphi \quad (19)$$

$$\Delta \dot{z} = \dot{r} \Delta \varphi + r \Delta \dot{\varphi} = -V_r \Delta \varphi + V_r (T - t) \Delta \dot{\varphi} \quad (20)$$

ili

$$\begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{bmatrix} = V_r \begin{bmatrix} T - t & 0 \\ -1 & T - t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Optimalni zakoni vođenja rakete

Optimalni zakoni vođenja rakete su mnogo izučavani poslednjih desetak godina [5], a njihova primena je postala posebno aktuelna razvojem računarske tehnologije i kvalitetnih senzora koji se ugrađuju u raketu.

Problem optimalnog vođenja svodi se na nalaženje takvog upravljanja u koje, u najopštijem slučaju, minimizira sledeći indeks performanse:

$$\min_u J = \frac{\lambda}{2} x_1^2(T) + \frac{\mu}{2} x_2^2(T) + \frac{1}{2} \int_0^T u^2(t) dt \quad (22)$$

Pokazuje se da je optimalno upravljanje, tj. normalno ubrzanje rakete linearna funkcija veličina stanja (Δz , $\Delta \dot{z}$) i može se uspešno rešiti u konačnom obliku za bezinercioni sistem samonavođenja rakete.

Pomoću veličina λ i μ daju se određeni težinski faktori minimizacije promašaja rakete i poprečne brzine u trenutku susreta rakete i cilja. Ako je $\lambda = \mu = 0$, vrši se minimizacija normalnog ubrzanja, odnosno utroška energije tokom leta rakete.

Idealan susret sa nultim promašajem ($\Delta z = 0$) postiže se za $\lambda \rightarrow \infty$. Ako se zahteva idealan susret sa nultom poprečnom brzinom ($\Delta \dot{z} = 0$), potrebno je da oba težinska faktora teže beskonačnosti: $\lambda \rightarrow \infty$ i $\mu \rightarrow \infty$. Treba imati u vidu da minimizacija poprečne brzine uključuje minimalnu ugaonu brzinu linije viziranja cilja (20).

Rešavanjem optimalnog vođenja za bezinercioni sistem samonavođene rakete (18) dobija se [5]:

$$u(t) = -[g_1 \Delta z + g_2 \Delta \dot{z} + g_3 f_{cek} \cos \varepsilon_{c0}] \quad (23)$$

gde su:

$$\begin{aligned} g_1 &= \lambda \tau \left(\frac{1}{2} \tau \mu + 1 \right) f^{-1}(\tau) \\ g_2 &= \left(\frac{1}{3} \tau^3 \mu \lambda + \mu \lambda + \mu \right) f^{-1}(\tau) \\ g_3 &= \left(\frac{1}{2} \tau^3 \lambda + \frac{1}{12} \tau^4 \lambda \mu + \mu \tau \right) f^{-1}(\tau) \\ f(\tau) &= \frac{1}{12} \tau^4 \lambda \mu + \mu \tau + \frac{1}{3} \tau^3 \lambda + 1 \\ \tau &= T - t \end{aligned} \quad (24)$$

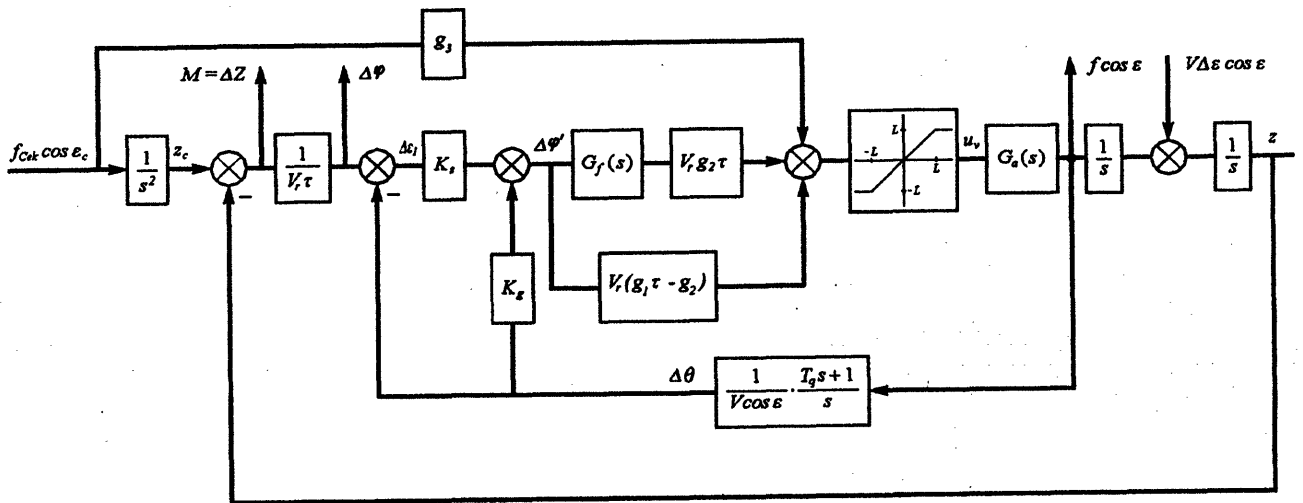
Veličina τ je vreme leta rakete do susreta s ciljem.

$$f \cos \varepsilon = 4V_r \Delta \dot{\varphi} + \frac{2}{\tau} V_r \Delta \varphi + f_{cek} \cos \varepsilon_{c0} \quad (29)$$

Analizom izraza (27) može se zaključiti da se radi o proširenom optimalnom zakonu proporcionalnog vođenja sa kompenzacijom manevra cilja i nultim ubrzanjem rakete pri susretu s ciljem [2]. Kinematički faktor pojačanja sistema je $N = 3$. U slučaju zakona (29) kinematički faktor pojačanja iznosi $N = 4$, a pojačanje po manevru cilja iznosi 1.

Simulacija sistema samonavođene rakete

Polazeći od strukture zakona samonavođene rakete, formiran je blok-dijagram za sistem sa besplatformnom glavom koji je prikazan na sl.5.



Slika 5. Blok-dijagram besplatformnog sistema samonavođene rakete

Smenom (17) u (21) i vodeći računa o vezi između veličina stanja i merenih veličina (19), (20) dobija se:

$$f \cos \varepsilon_0 = V_r [(g_1 \tau - g_2) \Delta \varphi + g_2 \tau \Delta \dot{\varphi}] + g_3 f_{cek} \cos \varepsilon_c \quad (25)$$

Formiranje optimalnog zakona vođenja zahteva merenje ili estimaciju relativne brzine zblizavanja, vremena leta do susreta rakete s ciljem, promene ugla i ugaone brzine linije viziranja cilja i ekvivalentnog manevra cilja.

Prikazani su neki od posebnih slučajeva optimalnog vođenja zavisno od izabranog indeksa performanse:

1. Idealni susret sa nultim promašajem $[\Delta z(T) = 0]$ bez ograničenja poprečne brzine $\Delta \dot{z}$ ($\lambda \rightarrow \infty$, $\mu = 0$):

$$g_1 = \frac{3}{\tau^2}, \quad g_2 = \frac{3}{\tau}, \quad g_3 = \frac{3}{2} \quad (26)$$

$$f \cos \varepsilon_0 = 3V_r \Delta \dot{\varphi} + \frac{3}{2} f_{cek} \cos \varepsilon_{c0} \quad (27)$$

2. Idealni susret sa nultim promašajem $[\Delta z(T) = 0]$ i nultom poprečnom brzinom $[\Delta \dot{z}(T) = 0]$ ($\lambda \rightarrow \infty$, $\mu \rightarrow \infty$):

$$g_1 = \frac{6}{\tau^2}, \quad g_2 = \frac{4}{\tau}, \quad g_3 = 1 \quad (28)$$

Filter u glavi za samonavođenje, koji služi za određivanje ugaone brzine linije viziranja cilja, i autopilot predstavljani su elementima drugog reda:

$$G_f(s) = \frac{s}{\frac{s^2}{\omega_f^2} + \frac{2\zeta_f}{\omega_f} s + 1} \quad (30)$$

$$G_a(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_a^2} + \frac{2\zeta_a}{\omega_a} s + 1} \quad (31)$$

gde su ω_f , ω_a sopstvene učestanosti, a ζ_f i ζ_a faktori relativnog prigušenja filtra i autopilota, respektivno. Netačnost u određivanju ugla linije viziranja cilja uzeta je u obzir kroz različite vrednosti faktora pojačanja senzora u GSN (K_s) i žiroskopa (K_g). Ovom prilikom su analizirani efekti dva poremećaja, greške u zauzimanju ugla preticanja ($\Delta \varepsilon$) i ekvivalentnog manevra cilja (f_{cek}), na promenu normalnog ubrzanja rakete (f), tekućeg promašaja M i ugla linije viziranja cilja ($\Delta \varphi$). I pored toga što je sistem linearizovan, njegova inherentna nestacionarnost, predstavljena članom $1/(V_r \tau)$, zavisnost koeficijenata zakona vođenja od vremena, ograničenje maksimalnog zahtevanog ubrzanja, dinamika autopilota i filtra u glavi za samonavođe-

nje, koje su predstavljene elementima drugog reda, onemogućavaju analitičko izučavanje performansi sistema. Zato se pristupilo metodama simulacije određujući minimalan broj parametara sličnosti za koje će različiti sistemi samonavođenih raketa imati približno iste karakteristike. Poznato je iz teorije samonavođenih raketa [6], [1], da u slučaju bezinercionih sistema sa proporcionalnim vođenjem postoji samo jedan faktor sličnosti, a to je kinematički faktor pojačanja kao funkcija konstante proporcionalnog vođenja, brzine i ugla preticanja rakete i relativne brzine zbližavanju rakete i cilja.

Uvodeći bezdimenziono vreme kao odnos tekućeg vremena t i ukupnog vremena leta:

$$\bar{t} = \frac{t}{T} \quad (32)$$

a pošto je:

$$\frac{d}{dt}(\) = \frac{1}{T} \frac{d}{d\bar{t}} \quad (33)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(\) = \frac{1}{T^2} \frac{d^2}{d\bar{t}^2}$$

strukturni blok-dijagram se transformiše u oblik prikazan na sl.6 sa Laplasovim operatorom u odnosu na bezdimenziono vreme ($S = sT$). Funkcije prenosa filtra u GSN i autopilotu postaju:

$$G_f(s) = \frac{s}{\frac{s^2}{(\omega_f T)^2} + \frac{2\zeta_f}{(\omega_f T)} s + 1} \quad (34)$$

$$G_a(s) = \frac{s}{\frac{s^2}{(\omega_a T)^2} + \frac{2\zeta_a}{(\omega_a T)} s + 1}$$

Koeficijenti optimalnog zakona vođenja se mogu podešavati pomoću određenih faktora korekcije (k_1^*, k_2^*, k_3^*):

$$\begin{aligned} k_1(\bar{t}) &= k_1^* [g_1(\tau)\tau - g_2(\tau)]T \\ k_2(\bar{t}) &= k_2^* [g_2(\tau)]\tau \\ k_3(\bar{t}) &= k_3^* [g_3(\tau)] \end{aligned} \quad (35)$$

gde je vreme do susreta rakete i cilja

$$\tau = (1 - \bar{t})T \quad (36)$$

Netačnost u određivanju ugla linije viziranja cilja primenom kompenzacije poprečnih oscilacija ugla propinjanja rakete obuhvaćeno je povratnom vezom koja zavisi od bezdimenzione vremenske konstante kašnjenja ugla brzine (T_q/T) i pojačanja $p \cdot m$:

$$p = \frac{V_r}{V \cos \epsilon_0} \quad (37)$$

$$m = 1 - \frac{K_g}{K_s} \quad (38)$$

Ograničenje zahtevanog normalnog ubrzanja (L) definisano je u odnosu na stacionarnu vrednost normalnog ubrza-

nja rakete koja se dobija za proporcionalno vođenje pri jediničnom manevru cilja [1]:

$$L = \ell \frac{N}{N-2} \quad (39)$$

gde su: N - kinematički faktor pojačanja, a ℓ - definiše koliko je puta zahtevano normalno ubrzanje (ili raspoloživo ubrzanje) rakete veće od stacionarne vrednosti ubrzanja pri manevru cilja.

Deljenjem izlaznih veličina sa odskočnom funkcijom ulaza zbog greške ugla preticanja ($\Delta\epsilon$) ili ekvivalentnog manevra cilja (f_{cek}), dobijaju se:

1. bezdimenziono ubrzanje rakete:

$$\bar{f}_\epsilon = \frac{f \cdot T}{V \Delta\epsilon}, \quad \bar{f}_a = \frac{f \cos \epsilon_0}{f_{cek} \epsilon_{c0}}$$

2. bezdimenzioni tekući promašaj:

$$\bar{M}_\epsilon = \frac{M_\epsilon}{V \cdot T \cdot \Delta\epsilon \cos \epsilon_0}, \quad \bar{M}_a = \frac{M_a}{f_{cek} T^2 \cos \epsilon_{c0}}$$

3. bezdimenzioni ugao linije viziranja:

$$\Delta \bar{\varphi}_\epsilon = \frac{V_r \Delta \varphi}{V \Delta\epsilon \cos \epsilon_0}, \quad \Delta \bar{\varphi}_a = \frac{V_r \Delta \varphi}{f_{cek} T \cos \epsilon_{c0}}$$

4. bezdimenziona ugaona brzina linije viziranja cilja:

$$\Delta \bar{\dot{\varphi}}_\epsilon = \frac{k T \Delta \dot{\varphi}}{N \Delta\epsilon}, \quad \Delta \bar{\dot{\varphi}}_a = \frac{V_r \Delta \dot{\varphi}}{f_{cek} \omega \epsilon_{c0}}$$

gde je $\frac{k}{N} = \frac{V_r}{V \cos \epsilon_0} = p$.

Bezdimenzioni stvarni promašaj (s) u funkciji od veličine $\omega_f T$ dobija se množenjem veličine \bar{M}_ϵ sa $\omega_f T$, a \bar{M}_a sa $(\omega_f T)^2$:

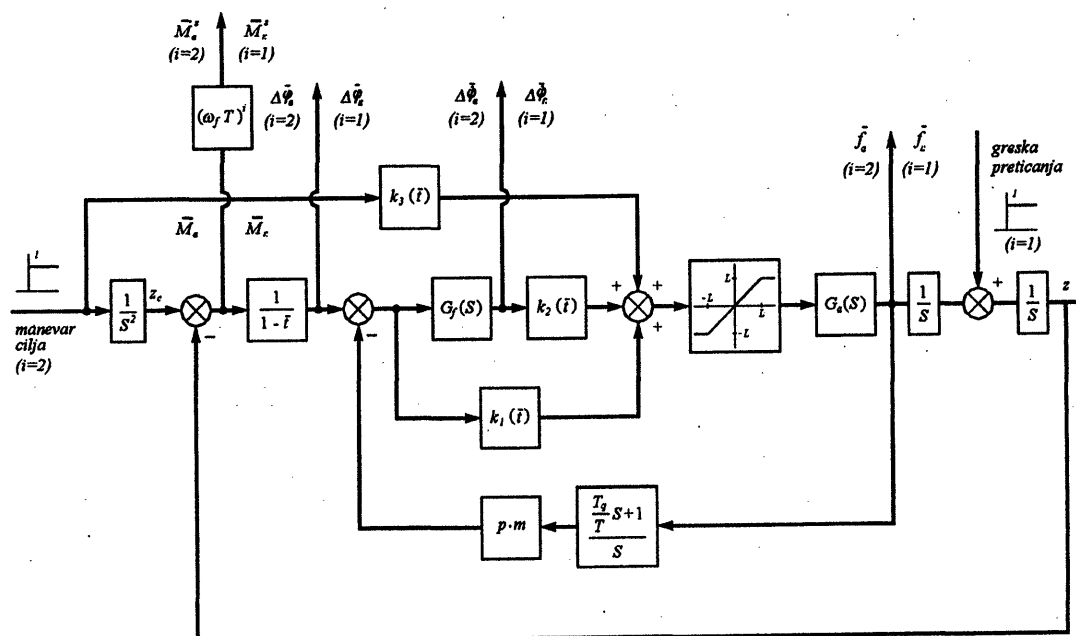
$$\bar{M}_\epsilon^s = \bar{M}_\epsilon \cdot \omega_f T = \frac{M_\epsilon \omega_f}{V \Delta\epsilon \cos \epsilon_0}$$

$$\bar{M}_a^s = \bar{M}_a \cdot (\omega_f T)^2 = \frac{M_a \omega_f^2}{f_{cek} \cos \epsilon_{c0}}$$

Postupak formiranja svih bezdimenzionih parametara sistema samonavođene rakete je prikazan na sl.6.

Prema tome, parametri sličnosti koji određuju dinamičko ponašanje sistema samonavođene rakete su:

1. Zakon vođenja: težinski koeficijenti λ, μ koji određuju indeks performanse (22) i faktori korekcije k_1^*, k_2^* i k_3^* (35).
2. Filtar GSN: bezdimenziona sopstvena učestanost ($\omega_f T$) i faktor relativnog prigušenja ζ_f .
3. Autopilot: bezdimenziona sopstvena učestanost ($\omega_a T$), faktor relativnog prigušenja (ζ_a) i ograničenje po raspoloživom normalnom ubrzanju rakete L (39).
4. Povratna veza zbog netačne kompenzacije ugaonog kretanja rakete oko centra mase: bezdimenziona konstanta T_q/T i pojačanje $p \cdot m$ (37), (38).



Slika 6. Prikaz besplatformnog sistema samonavodene rakete u bezdimenzionom obliku

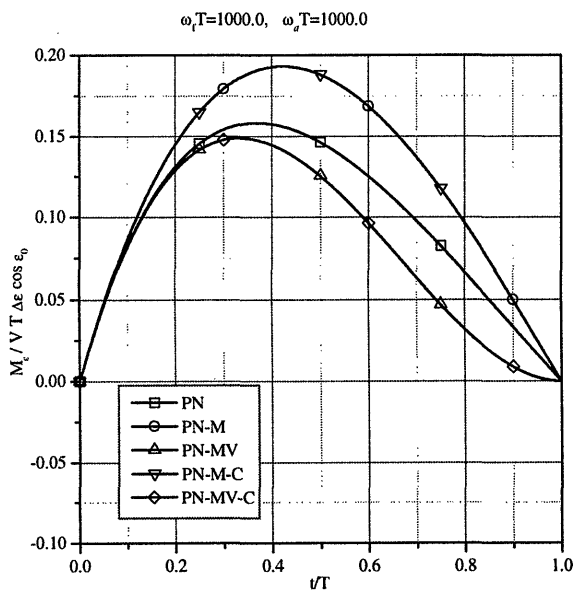
Program za simulaciju sistema samonavodene rakete je urađen pomoću softverskog paketa SIMULINK u dve varijante: a) za određivanje parametara sistema u toku jedne misije i b) za višestruku simulaciju radi određivanja stvarnog promašaja rakete variranjem konkretnog parametra sistema (npr. $\omega_f T$ ili $\omega_a T$).

Analiza rezultata simulacije sistema

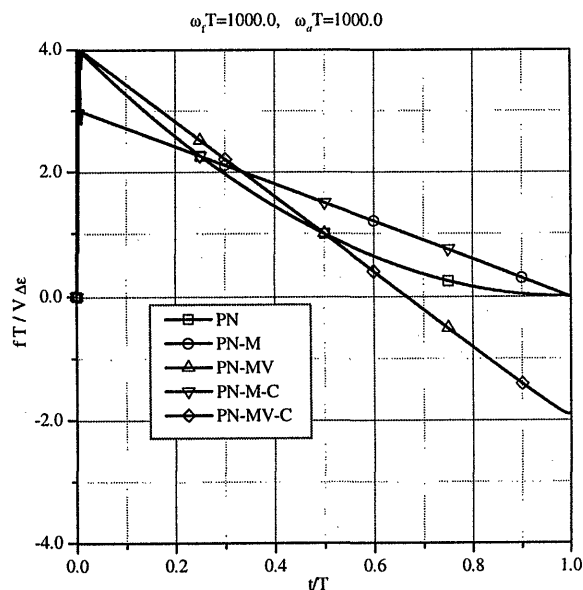
Zavisnost parametara bezdimenzionog sistema samonavodene rakete od bezdimenzionog vremena (t/T) za različite zakone vođenja prikazana je na sl.7 za grešku ugla preticanja, a na sl.8 za ekvivalentni manevar cilja. Analizirani su sledeći zakoni vođenja:

- proporcionalna navigacija sa kinematičkim faktorom pojačanja $N = 4$, (PN);

- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja ($\lambda = \infty, \mu = 0$), (PN-M); ovaj zakon je, u suštini, proporcionalna navigacija sa kinematičkim faktorom pojačanja $N = 3$;
- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i poprečne relativne brzine zblizavanja rakete i cilja ($\lambda = \infty, \mu = \infty$), (PN-MV);
- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i kompenzacijom ekvivalentnog manevra cilja, (PN-M-C);
- optimalni zakon vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i poprečne relativne brzine zblizavanja rakete i cilja i kompenzacijom manevra cilja (PN-MV-C).

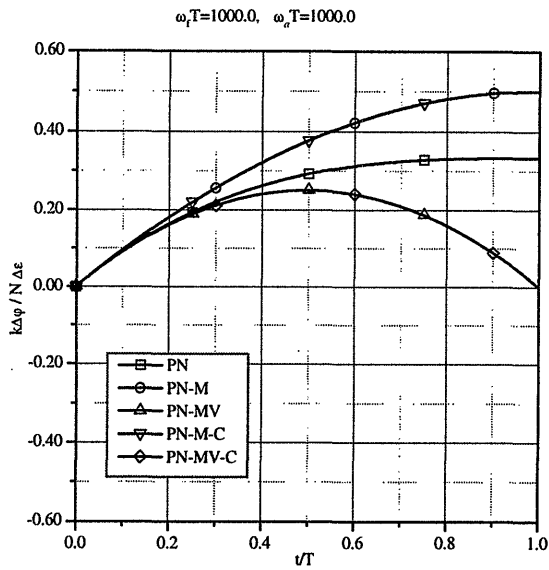


a) Trenutni promašaj

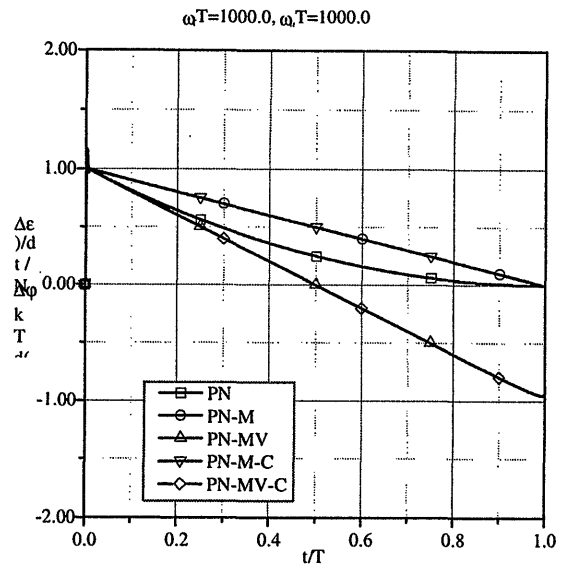


b) Ubrzanje

Slika 7. Uticaj greške preticanja na parametre bezineracionog sistema samonavodene rakete

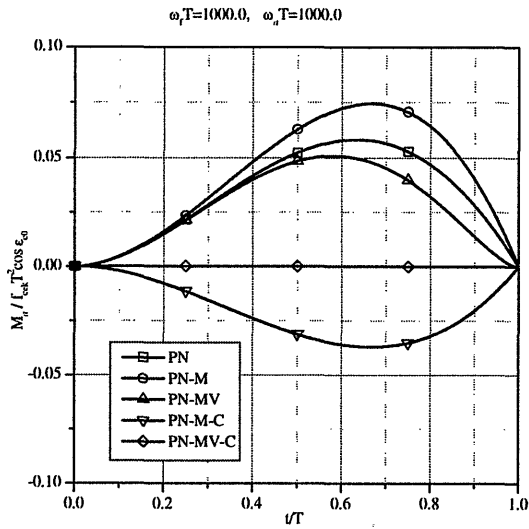


c) Ugao pelenga cilja

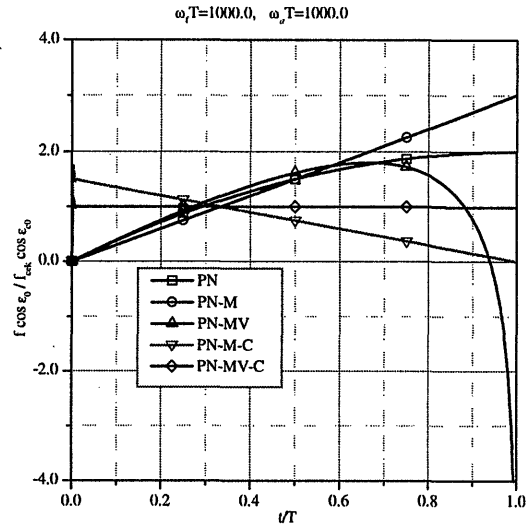


d) Ugaona brzina linije viziranja cilja

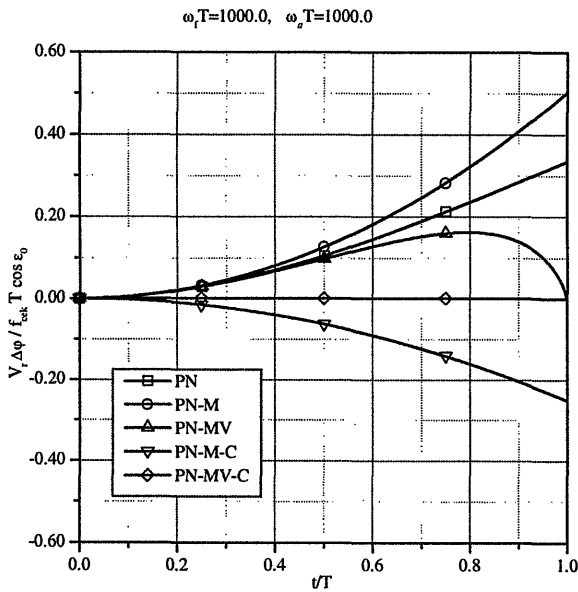
Slika 7. Uticaj greške preticanja na parametre bezinercionog sistema samonavodene rakete



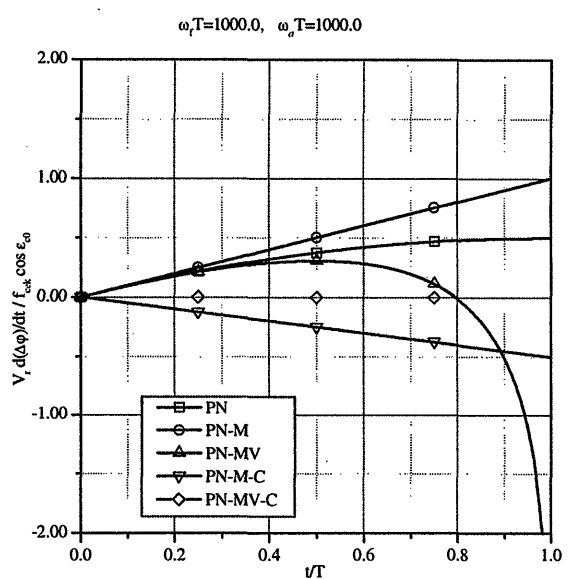
a) Trenutni promašaj



b) Ubrzanje



c) Ugao pelenga cilja



d) Ugaona brzina linije viziranja cilja

Slika 8. Uticaj ekvivalentnog manevra cilja na parametre bezinercionog sistema samonavodene rakete

Simulacija bezinercionog sistema samonavodene rakete je izvršena zadavanjem velike vrednosti bezdimenzionog karakteristične učestanosti ($\omega_f T = 1000$). Bez obzira na idealizaciju, rezultati simulacije bezinercionog sistema pružaju korisne informacije o karakteru promene pojedinih veličina koje utiču na mogućnost primene besplatformne ili žirostabilisane glave za samonavođenje.

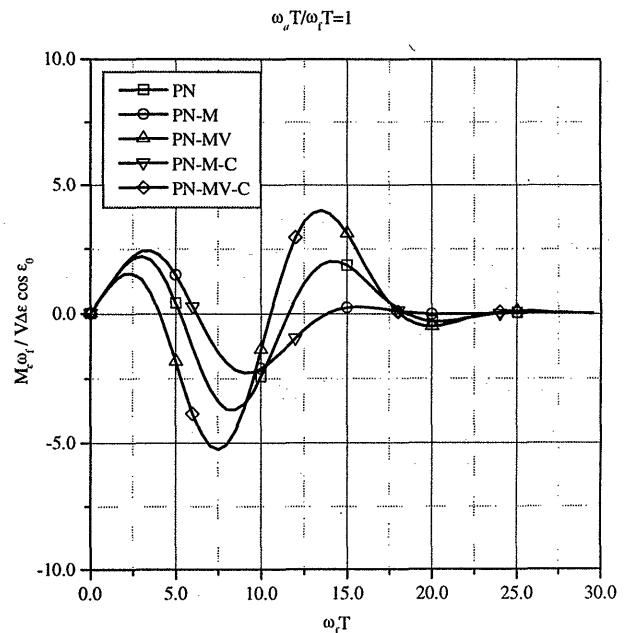
Trenutni promašaj rakete u odnosu na pravolinijski let je najveći u slučaju proporcionalne navigacije za $N = 3$ (sl.7a, sl.8a). Porastom kinematičkog faktora pojačanja, deformacija putanje u odnosu na pravolinijski let se smanjuje zbog delovanja gravitacionog ubrzanja. Devijacija putanje rakete vazduh-zemlja sa proporcionalnom navigacijom je uvek takva da dolazi do prevremenog udara u zemlju, što izaziva veliki promašaj [8]. U [7 i 8] izučavani su modifikovani zakoni proporcionalne navigacije i potere u cilju smanjenja devijacije putanje od referentne pravolinijske putanje i normalnog ubrzanja rakete. Primena zakona vođenja sa minimizacijom kvadrata promašaja i brzine smanjuje ovaj negativan efekat, dok u kompenzaciji gravitacionog ubrzanja (PN-MV-C) u potpunosti eliminiše devijaciju putanje (sl.8a). Minimizacija promašaja i kompenzacija ekvivalentnog manevra cilja (gravitacionog ubrzanja) izazivaju devijaciju putanje u suprotnom smeru od delovanja gravitacionog ubrzanja, tako da stvarna putanja rakete uvek nadvisuje pravolinijsku (PN-M-C).

Kada cilj manevriše konstantnim ubrzanjem, normalno ubrzanje rakete raste pri proporcionalnoj navigaciji ka stacionarnoj vrednosti koja je utoliko veća, ukoliko je kinematički faktor pojačanja N manji (sl. 8b). Pri minimizaciji kvadrata promašaja i kompenzaciji manevra cilja (PN-M-C), normalno ubrzanje rakete teži nuli, dok je pri PN-MV-C konstantno. Primenom zakona vođenja sa minimizacijom promašaja i brzine (PN-MV) bez kompenzacije manevra cilja, dolazi do eksponencijalnog povećanja normalnog ubrzanja rakete, tako da ona na završnom delu putanje uvek leti maksimalnim raspoloživim ubrzanjem, što može uticati na povećani promašaj.

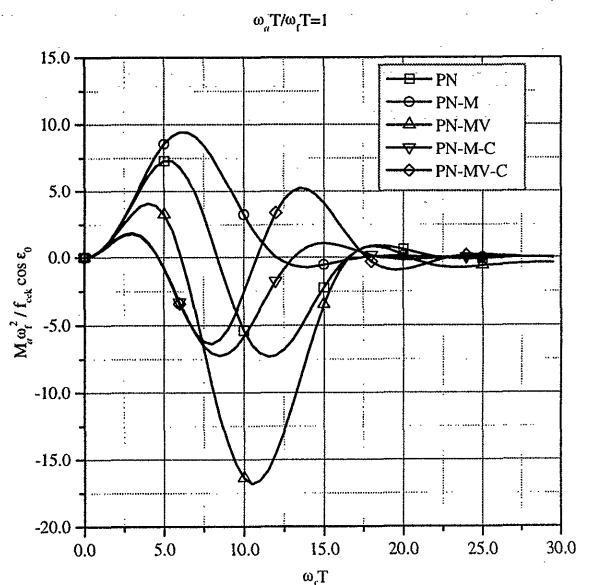
Na sl.7c i sl.8c je prikazana promena ugla pelenga cilja. Manje vrednosti ovog ugla dobijaju se kada se primeni zakon vođenja zasnovan na minimizaciji kvadrata promašaja i brzine (PN-MV-C ili PN-MV). Prema tome, ova dva zakona vođenja su povoljnija za primenu kod besplatformnih glava, jer je ugao pelenga cilja ograničen iz konstrukcionih razloga. Ugaona brzina linije viziranja cilja zbog manevra cilja teži beskonačnosti u slučaju zakona PN-MV (sl.8d) što ne predstavlja ograničenje za besplatformnu GSN, već za žirostabilisanu glavu, koja može da prati cilj samo ako je ugaona brzina linije viziranja manja od konstrukcijom određene maksimalne brzine praćenja cilja. Sličan zaključak o promeni ugla pelenga cilja se može izvesti i posmatranjem odgovora sistema na grešku preticanja (sl.7c).

Uticaj bezdimenzionog karakteristične učestanosti sistema na promašaj rakete za različite zakone vođenja je prikazan na sl.9 za grešku preticanja, a na sl.10 za ekvivalentni manevra cilja. Može se zaključiti da je uticaj greške preticanja i manevra cilja na promašaj zanemarljiv ako je $\omega_f T > 25$. Porastom kinematičkog faktora pojačanja pri $\omega_f T < 25$, raste promašaj. Najveće prednosti promašaja se javljaju pri

realizaciji zakona vođenja sa minimizacijom promašaja i brzine bez kompenzacije manevra cilja (PN-MV).

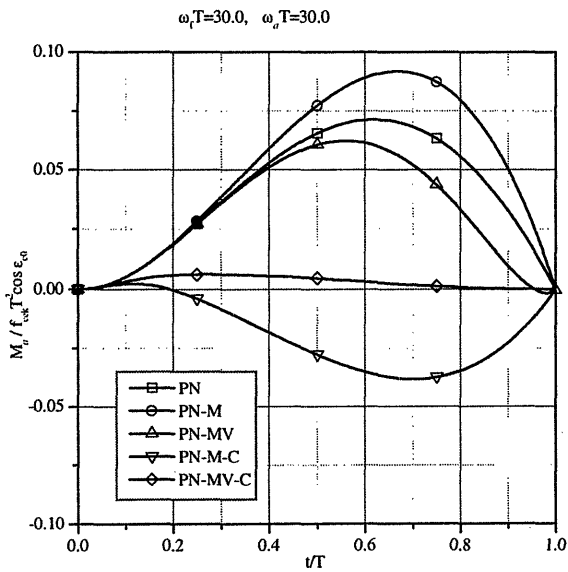


Slika 9. Stvarni promašaj rakete zbog greške preticanja u funkciji od karakteristične bezdimenzionog učestanosti sistema ($\xi_f = 0.5$, $\zeta_a = 0.5$)

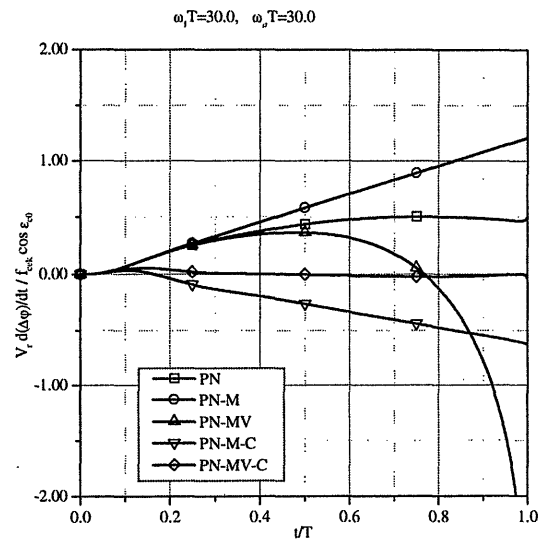


Slika 10. Stvarni promašaj rakete zbog ekvivalentnog manevra cilja u funkciji od karakteristične bezdimenzionog učestanosti sistema ($\xi_f = 0.5$, $\zeta_a = 0.5$)

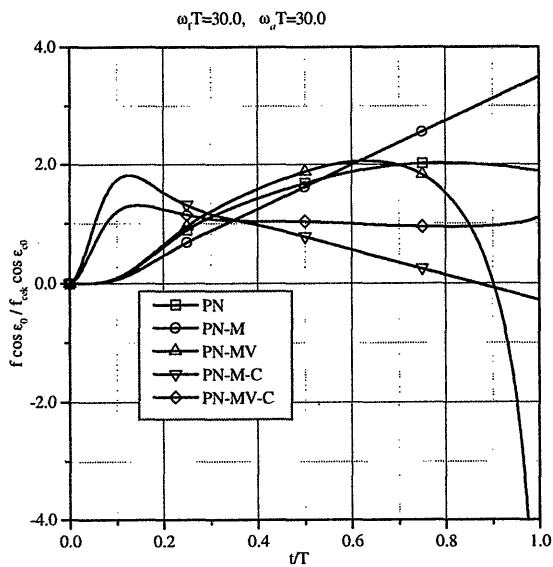
Uticaj manevra cilja na promenu parametara leta rakete za različite zakone vođenja je prikazan na sl.11, ako je karakteristična bezdimenzionog učestanost $\omega_f T = 30$. Pošto je $\omega_f T > 25$, može se zaključiti da je ponašanje sistema veoma blisko bezinercionom sistemu za koji važe optimalni zakoni vođenja. Visoka vrednost karakteristične bezdimenzionog učestanosti može se postići ili povećanjem učestanosti filtra (ω_f), što obično dovodi do većeg uticaja šuma u sistemu, ili povećanjem vremena leta, odnosno daljine lansiranja, što utiče na smanjenje zone lansiranja. Pri projektovanju besplatformne glave za samonavođenje traži se određeni kompromis između zahteva za maksimalnom učestanošću filtra i minimalnim vremenom leta rakete.



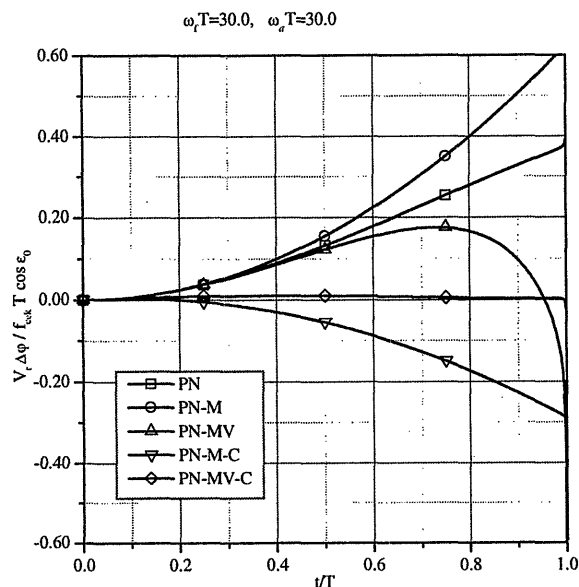
a) Trenutni promašaj



d) Ugaona brzina linije viziranja cilja

Slika 11. Uticaj ekvivalentnog manevra cilja na parametre sistema samonavođene rakete na kašnjenju ($\omega_r T = 30$, $\zeta_f = 0.5$, $\zeta_a = 0.5$)

b) Ubrzanje



c) Ugao pelenga cilja

Zaključak

Polazeći od ideje ekvivalentnog manevra cilja, postavljen je matematički model i formiran blok-dijagram besplatformnog sistema samonavođene rakete sa osnovnim faktorima sličnosti koji su bitni za sinteze ovog sistema.

Analizom uticaja ekvivalentnog manevra cilja na parametre leta rakete, mogu se objasniti efekti manevra cilja, tangencijalnog ubrzanja rakete i gravitacionog ubrzanja čiji pojedinačni značaj zavisi od konkretne primene sistema. U sistemima zemlja-vazduh dominantan je uticaj manevra cilja, a u lansiranju rakete vazduh-zemlja na nepokretni cilj od podjednake važnosti su tangencijalno ubrzanje rakete i gravitaciono ubrzanje.

Pokazano je da se najveća deformacija putanje rakete u odnosu na pravolinijski let javlja kod sistema sa proporcionalnom navigacijom. Pored toga, porast ubrzanja i ugla pelenga cilja tokom leta smanjuju mogućnost primene besplatformne glave za samonavođenje, posebno u sistemima vazduh-zemlja. Zakon vođenja, koji se zasniva na minimizaciji kvadrata promašaja i poprečne relativne brzine zблиžavanja rakete i cilja ($\mu = \infty$, $\lambda = \infty$) i kompenzaciji manevra cilja, ima najbolje performanse s aspekta primene u besplatformnim sistemima samonavođenih raketa: minimalni ugao pelenga cilja i približno konstantno normalno ubrzanje rakete koje je jednako ekvivalentnom manevru cilja. Međutim, treba imati u vidu da primena ovog zakona vođenja zahteva estimaciju ekvivalentnog manevra cilja i relativne brzine zблиžavanja rakete i cilja, što uslovljava ugradnju odgovarajućih senzora i procesora u raketu. Pored toga, polazeći od dinamike sistema potrebno je dodatno podešavanje osnovnih pojačanja u zakonu vođenja da bi se postigao maksimalni indeks performanse za konkretnu primenu (sistem zemlje-vazduh ili vazduh-zemlja), a koji se svodi na minimalne vrednosti promašaja, ugla pelenga cilja i normalnog ubrzanja rakete.

Literatura

- [1] GARNEL, P. *Guided Weapon Control Systems*. Pergamon Press, 1980.
- [2] ZARCHAN, P. *Tactical and Strategic Missile Guidance*. AIAA, 1998.

- [3] WILLIAMS, D., RICHMAN, J., FRIEDLAND, B. Design of an Integrated Strapdown Guidance and Control System for a Tactical Missile, *AIAA Guidance and Control Conference*, Gatlinburg, August 1983, p. 57-66.
- [4] CALLEN, T. Guidance Law for Tactical Weapons with Strapdown Seekers, *AIAA Guidance and Control Conference*, 1979, p. 281-293.
- [5] BEN-ASHER, J., YAESH, I. Advances in Missile Guidance Theory, *AIAA*, 1998.
- [6] MINOVIĆ, S. *Osnove teorije samonavođenih raketa*. Beograd, VINC, 1988.
- [7] ĆUK, D., MANDIĆ, S. Izbor algoritma vođenja kod samonavodenih raketa sa promenljivom brzinom leta. *Naučnotehnički pregled*, 1990, vol. XL, no. 8-9, p. 12-20.
- [8] ĆUK, D., MANDIĆ, S. Izbor parametara modifikovanog zakona potere samonavođene letelice. *Naučnotehnički pregled*, 1998, vol. XLIII, no. 3, p. 3-12.

Rad primljen: 15.12.1999.god.