

# Osetljivost modela dvofaznog strujanja u cevi oružja na ulazne parametre

Dr Ljubiša Tančić, dipl.inž.<sup>1)</sup>  
Dr Miloje Cvetković, dipl.inž.<sup>2)</sup>

Razmatra se unutrašnjebalistički problem procesa opaljenja u cevi oružja. Koristi se matematički model tzv. dvofaznog strujanja, koji se opisuje sistemom gasodinamičkih parcijalnih diferencijalnih jednačina, ne ulazeći u njihovo izvođenje. Sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina rešava se numerički pomoću teorije konačnih razlika. Vrši se numerička analiza variranja ulaznih parametara i njihov uticaj na rezultate proračuna. Rezultati proračuna upoređuju se sa eksperimentalnim rezultatima i izvode se određeni zaključci.

*Ključne reči:* Model dvofaznog strujanja, numeričko rešenje, eksperiment, analiza uticaja ulaznih parametara, pritisak barutnih gasova, brzina projektila, streljačko oružje.

## Uvod

PROCES opaljenja u cevi streljačkog oružja je gasodinamički proces koji je u prostoru između nepokretnog dna cevi i pokretnog projektila okarakterisan strujanjem dve faze: čvrste - sagorevajuća barutna zrna i gasovite - barutnih gasova kao produkata sagorevanja. Matematički model se razvija za proizvoljan momenat vremena u toku sagorevanja baruta, a proces opaljenja se posmatra od momenta kada se sagorevanjem baruta iza projektila stvorи dovoljan pritisak pri kojem će se košuljica projektila urezati u žlebove cevi i doći do pokretanja projektila. Pretpostavlja se da su u tom momentu poznati svi početni i granični uslovi. Nakon završetka sagorevanja baruta, dvofazno strujanje prelazi u jednofazno, tj. u strujanje samo barutnih gasova. Postavljeni matematički model tada prelazi u klasičan gasodinamički model.

## Sistem jednačina u Lagranžovim koordinatama

Sistem jednačina izvodi se u Ojlerovim koordinatama  $t$  (vreme) i  $x$  (proizvoljan položaj u cevi od čela zatvarača do dna projektila), a zatim se transformiše u sistem sa Lagranžovim koordinatama  $t$  i  $s$  (smeša baruta i barutnih gasova u pojedinim tačkama iza projektila). Polazne prepostavke i celokupno izvođenje je dato u [1], a ovde se daje samo konačan oblik jednačina:

### 1. Jednačina kontinuiteta za barut :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \rho \varepsilon (u - u_b) \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} - a_2 (1 - \varepsilon) \frac{\partial u_b}{\partial s} = b \quad (1)$$

uz oznake:

$$a_2 = \rho \varepsilon + \rho_b (1 - \varepsilon)$$

$$b = (1 - \varepsilon) \rho_b \frac{u_z S_z}{m_z}$$

### 2. Jednačina kontinuiteta za barutne gasove :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + a_1 \frac{\partial \rho}{\partial s} + a_2 \frac{\rho(u - u_b)}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} + \rho a_2 \frac{\partial u}{\partial s} + \rho a_2 \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\partial u_b}{\partial s} = \frac{b(\rho_b - \rho)}{\varepsilon} \quad (2)$$

uz oznaku :

$$a_1 = \rho_b (1 - \varepsilon) (u - u_b)$$

### 3. Jednačina kretanja barutnih gasova :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a_1 \frac{\partial u}{\partial s} + a_2 \frac{(k-1)}{(1-\alpha\rho)} \frac{\partial e}{\partial s} + a_2 \frac{e}{\rho} \frac{(k-1)}{(1-\alpha\rho)^2} \frac{\partial \rho}{\partial s} = f_1 \quad (3)$$

gde je:

$$f_1 = \frac{1}{\rho \varepsilon} [b \rho_b (u_b - u) - f]$$

### 4. Jednačina kretanja barutnih zrna:

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} - a_1 \frac{\rho}{\rho_b} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)} \frac{\partial u_b}{\partial s} + a_2 \frac{\rho}{\rho_b} \frac{(k-1)}{(1-\alpha\rho)} \frac{\partial e}{\partial s} + a_2 \frac{e}{\rho_b} \frac{(k-1)}{(1-\alpha\rho)^2} \frac{\partial \rho}{\partial s} = \frac{f}{\rho_b (1-\varepsilon)} \quad (4)$$

### 5. Jednačina energije :

$$\frac{\partial e}{\partial t} + a_1 \frac{\partial e}{\partial s} + a_3 \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} + \frac{\rho a_2}{\rho} \frac{\partial u}{\partial s} + a_4 \frac{\partial u_b}{\partial s} = f_3 - \frac{p b}{\varepsilon \rho} \quad (5)$$

<sup>1)</sup> Vojnotehnička akademija VJ, 11133 Žarkovo, Ratka Resanovića 1

<sup>2)</sup> Uprava za naučnu i izdavačku delatnost, 11000 Beograd, Neznanog junaka 38

uz oznake :

$$a_3 = p(u - u_b) + \frac{pa_1}{\varepsilon\rho}$$

$$a_4 = a_2 \frac{p(1-\varepsilon)}{\rho - \varepsilon}$$

$$f_2 = b\rho_b \left( e_b + \frac{p}{\rho_b} + \frac{u_b^2}{2} \right) - fu_b - \frac{bq}{u_z}$$

$$f_3 = \frac{1}{\varepsilon\rho} \left[ f_2 - f_1 \rho \varepsilon u - b\rho_b \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \right]$$

6. Iz definicije Lagranžove koordinate "s" dobija se :

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{a_2} \quad (6)$$

gde su parametri strujanja:  $\varepsilon$  - poroznost;  $\rho$  - gustina barutnih gasova;  $u$  - brzina barutnih gasova;  $u_b$  - brzina barutnih zrna;  $p$  - pritisak barutnih gasova;  $q$  - jedinična toploplota preneta sa barutnih gasova na barutno zrno;  $e$  - jedinična unutrašnja energija barutnih gasova;  $x$  - proizvoljan položaj u cevi od čela zatvarača do dna projektila.

Koeficijenti  $a_1$  do  $a_4$ ,  $b$ ,  $f$ ,  $f_1$  i  $f_3$  su funkcije parametara strujanja. Sistem jednačina (1 do 6) povezuje sve parametre strujanja osim pritiska barutnih gasova koji se definiše jednačinom stanja barutnih gasova.

$$p = \frac{\varepsilon\rho(k-1)}{(1-\alpha\rho)}$$

Navedeni sistem jednačina važi dok traje sagorevanje barutnih zrna. Za slučaj, kada je završeno sagorevanje važe sledeći uslovi :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0, \quad u_b = 0, \quad b = 0, \quad f_1 = f_2 = f_3 = 0, \\ a_1 &= 0, \quad a_2 = \rho \quad i \quad q = 0 \end{aligned}$$

pa se sistem jednačina (1 do 6) transformiše u sistem koji važi do izletanja projektila iz cevi.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{e(k-1)}{(1-\alpha\rho)^2} \frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{\rho(k-1)}{(1-\alpha\rho)} \frac{\partial e}{\partial s} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{\partial u}{\partial s} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial u}{\partial s} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{\rho} \quad (10)$$

Zamenom (10) u (7 do 9) dobijaju se klasične Ojlerove gasodinamičke jednačine. Dopunske jednačine, početni i granični uslovi dati su u [2].

Za numeričko rešavanje datog sistema jednačina koristi se teorija konačnih razlika. Izvode se uslovi stabilnosti i konvergencije numeričke šeme [1,2] i izrađuje program za personalni računar koji se koristi za analizu osetljivosti modela na ulazne parametre.

### Rezultati faktorskog plana eksperimenta 2<sup>n</sup>

Programsko rešenje teorijsko-numeričkog modela se može testirati različitim vrednostima polaznih podataka koji različito utiču na izlazne rezultate. Svi polazni podaci mo-

raju zadovoljavati *Propis o kvaliteti proizvoda (PKP)* [4] ili *Propis internacionalne permanentne komisije CIP* [5] koji definišu dozvoljene tolerancije za pojedine parametre. Međutim, kao dozvoljena vrednost pojedinih parametara može se sa istom pouzdanošću uzeti kako gornja vrednost, tako i donja vrednost parametra.

Da bi se ocenio uticaj polaznih podataka na izlazne rezultate matematičkog modela i izvršilo rangiranje realizovan je faktorski plan eksperimenta 2<sup>n</sup> na osnovu [6]. Rezultati faktorskog plana 2<sup>n</sup> su sledeći:

- Postoje polazni podaci koji nemaju značajan uticaj na model kako samostalno, tako i u kombinaciji sa ostalim polaznim parametrima i to su : koeficijent provođenja toplove ( $\alpha_0$ ), vreme prethodnog perioda ( $t_0$ ), početni položaj projektila ( $X_0$ ), gustina barutnih gasova na početku prvog perioda ( $\rho_0$ ), koeficijent dinamičke viskoznosti ( $\eta$ ), koeficijent prelaza toplove ( $\alpha_b$ ) i početna temperatura barutnog zrna ( $T_{b0}$ ).
- Postoje i parametri koji bitno utiču na izlazne parametre bilo samostalno bilo u kombinaciji sa ostalim polaznim parametrima a to su: pritisak forsiranja ( $p_0$ ), masa projektila ( $m$ ), masa barutnog punjenja ( $m_b$ ), kovolumen barutnih gasova ( $\alpha$ ), poprečni presek cevi ( $S$ ) i jedinična brzina sagorevanja baruta ( $u_{z0}$ ),

U tabeli 1 se daju dozvoljene tolerancije od nazivne mере u procentima, za parametre od prvorazrednog uticaja na izlazne rezultate za automatsku pušku 7.62 mm i municiju koju ona koristi na osnovu PKP-a [4] i CIP-a [5]. Rang uticaja parametara na izlazne rezultate dobija se realizacijom programskog rešenja za faktorski plan eksperimenta 2<sup>n</sup> u kome je definisan kriterijum o relativnom odnosu ulaznog i izlaznog uticaja parametara.

**Tabela 1.** Uticaj ulaznih parametara na izlazne rezultate

Rang ulaza	Parametar	Nivo	Procenat (%)	$p_m$ (bar)	$V_0$ (m/s)	Rang izlaza
1.	$p_0$	+	20	3009	712	6
		-	20	3009	710	
2.	$m$	+	1.56	3055	709.7	4
		-	1.56	2964	710	
3.	$m_{b0}$	+	1.55	3059	717	3
		-	1.55	2959	702	
4.	$\alpha$	+	1.46	3032	713	5
		-	1.46	2990	709	
5.	$S_{20}$	+	1.3	3075	715	2
		-	1.3	2945	704.8	
6.	$u_{z0}$	+	1.3	3112	721	1
		-	1.3	2906	700	

Očigledno je da parametri imaju različiti gradijent udela na izlazne rezultate, tako npr. jedinična brzina baruta  $u_{z0}$  na ulazu ima najmanji procenat promene, a izlazne parametre najviše promeni, dok je obrnuta slika sa pritiskom forsiranja.

Nakon napravljenje selekcije uticajnih parametara uzimaju se svi polazni parametri koji povećavaju izlazne rezultate da se dobije jedna granica izlaznih rezultata (tabela 2). Polazni parametri su (po PKP-u) sa dozvoljenim plusom i sa dozvoljenim minusom. Zatim se uzimaju svi polazni parametri koji smanjuju izlazne rezultate i tako se dobija druga granica izlaznih rezultata.

Tabela 2. Ulazni podaci (maksimalni, srednji i minimalni)

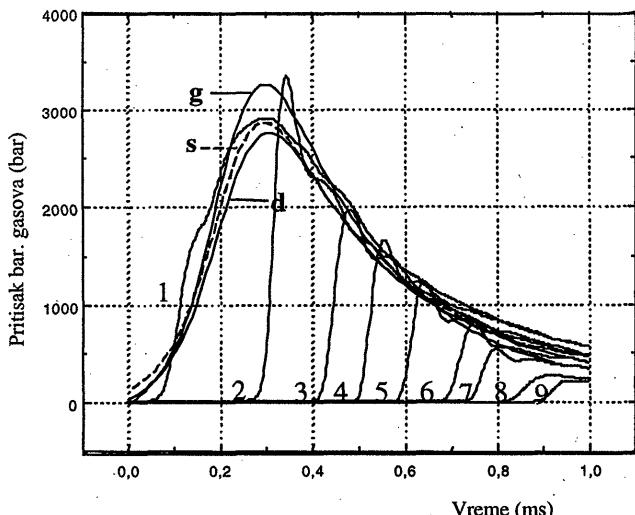
	ULAP762.max	ULAP762.sred	ULAP762.min
$u_{z0}$ (m/sPa)	$8 \times 10^{-10}$	$7.9 \times 10^{-10}$	$7.8 \times 10^{-10}$
$m_b$ (kg)	0.001645	0.00162	0.0015948
$m$ (kg)	0.0080232	0.0079	0.0077767
$S$ ( $\text{m}^2$ )	$4.0733 \times 10^{-07}$	$4.127 \times 10^{-07}$	$4.1806 \times 10^{-07}$
$\alpha$ ( $\text{m}^2/\text{kg}$ )	0.0009243	0.00091	0.00089769
$p_0$ (Pa)	$1.5 \times 10^{+07}$	$1.25 \times 10^{+07}$	$1 \times 10^{+07}$
$p_m$ (Pa)	$333.8 \times 10^{+06}$ (+9.3%)	$311 \times 10^{+06}$	$279.5 \times 10^{+06}$ (-8.45%)
$V_0$ (m/s)	736.7 (+3.1%)	720.8	689.8 (-3.47%)

Izvođenjem proračuna sa graničnim vrednostima ulaznih parametara dobijaju se najniže i najviše strujne karakteristike. Od svih strujnih karakteristika u radu [8] se prikazuje i analizira samo pritisak barutnih gasova a u ovom radu i brzina projektila u cevi oružja. Ukoliko je matematički model dobro postavljen, unutar ovih graničnih proračunskih rezultata ili u neposrednoj njihovoj blizini trebalo bi da se dobiju eksperimentalni rezultati.

### Komparativna analiza proračunskih i eksperimentalnih rezultata

Eksperimentalna istraživanja su realizovana sa ciljem dobijanja stvarnih podataka u cevi za vreme opaljenja i radi upoređenja sa proračunskim podacima. Eksperimentima su registrovane krive razvoja pritiska barutnih gasova na pojedinih mestima duž cevi u funkciji vremena. Pri svakom opaljenju na odabranom kalibru meren je pritisak na 9 mesta u cevi. Merno mesto 1 registruje pritisak barutnih gasova u čahuri metka a ostala merna mesta su postavljena duž vodišta projektila. Eksperiment je ponavljan najmanje 30 puta. Rezultati su prezentirani u [2], a ovde se koriste samo srednji eksperimentalni rezultati (sl.1 i 2) za automatsku pušku 7.62 mm.

Na sl.1 su prikazane krive pritisaka svih mernih mesta i krive modela na mernom mestu 1 dobijene sa "maksimalnim" - (kriva g), "srednjim" - (kriva s) i "minimalnim" - (kriva d) ulaznim podacima. S obzirom da u eksperimentalnoj cevi vladaju drugačiji uslovi opaljenja nego u bojevoj cevi, izvršena je korekcija matematičkog modela i programskog rešenja prema uslovima za eksperimentalnu cev i

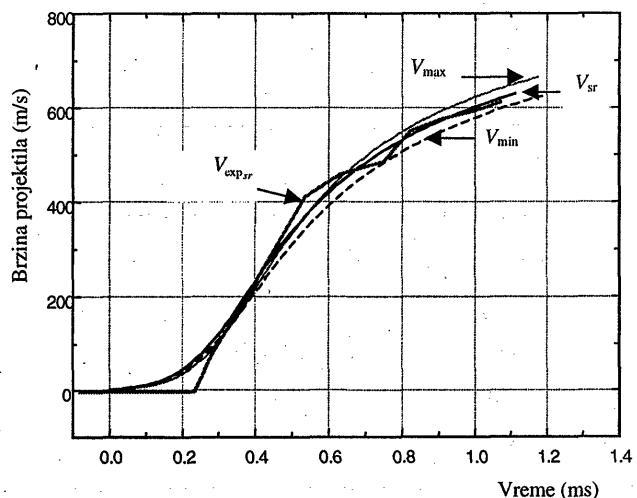


Slika 1. Dijagrami  $p(t)$  modela srednjih, minimalnih i maksimalnih polaznih podataka i srednjih vrednosti eksperimenata za sva merna mesta na AP 7,62 mm

sa takvim programom su izvršeni proračuni. Sl.1 ukazuje da se usrednjeni rezultati eksperimenata nalaze unutar pojasa izlaznih rezultata proračuna ograničenih rezultatima "maksimalnog" i "minimalnog" ulaza. Zato se, nadalje, upoređuju "srednji" rezultati proračuna sa srednjim vrednostima eksperimenata za ceo tok procesa opaljenja u cevi.

Srednja eksperimentalna vrednost maksimalnog pritiska barutnih gasova (294.77 MPa) praktično je poklopljena sa modelom (295.1 MPa) za 20 elemenata po promenljivoj s, a i ceo tok eksperimentalne i proračunske krive se dosta dobro poklapaju čime se potvrđuje ispravnost postavljene teorije. Rezultati eksperimenta potvrđuju karakter razvoja pritiska u cevi oružja kao funkcije vremena i položaja u cevi. Izuzetak su krive na mernom mestu 2, 8 i 9 koje su posledica reagovanja mernog lanca i ne mogu se uzeti u obzir kao tačno izmereni podatak. Najverovatnije je da su razlike posledica vrlo kratkog vremena i inercije samog mernog pretvarača pritiska, koji je mehanički elemenat. Sam proizvod električnih mernih pretvarača pritiska daje mogućnost kako pozitivnog nadvišenja tj. "overshoot", tako i negativnog nadvišenja signala tj. "undershoot".

Srednja eksperimentalna brzina projektila u cevi određuje se na osnovu udaljenosti mernih mesta i vremena dolaska talasa pritiska na merno mesto. Pošto su merna mesta relativno blizu jedno drugom, može se na osnovu eksperimentalnih rezultata doneti zaključak o promeni brzine projektila duž cevi. Brzina projektila u cevi kod svih oružja je rastuća funkcija tokom celog procesa, s tim što je u prvoj polovini cevi znatno veći intenzitet priraštaja brzine. Karakter promene brzine projektila u cevi logično prati priliv barutnih gasova, tj. zakon razvoja pritiska barutnih gasova u cevi. Pošto merna mesta predstavljaju diskretne tačke u procesu, da bi se bolje uočile tačke eksperimentalnih rezultata nije vršena interpolacija niti polaganje polinoma kroz tačke.



Slika 2. Dijagrami  $V(t)$  modela srednjih, minimalnih i maksimalnih polaznih podataka i srednjih vrednosti eksperimenata za sva merna mesta na AP 7,62 mm

Na sl.2 su prikazane krive modela dobijene sa "maksimalnim", "srednjim" i "minimalnim" ulaznim podacima i eksperimentalna kriva usrednjениh vrednosti. Očigledno je, da se eksperimentalna kriva usrednjениh vrednosti nalazi unutar pojasa dobijenog sa "maksimalnim" i "minimalnim" ulaznim podacima. Karakteri promena "srednje" brzine u modelu i eksperimentu su slični a red veličina brzina u potpunosti je identičan, jedino što postoji vremenski pomak za

tzv. vreme predopaljenja. Ovde je izvršen pomak eksperimentalne krive unapred za tzv. vreme predopaljenja i ako se izvrši polaganje polinoma kroz tačke eksperimentalnih brzina dobija se skoro potpuno poklapanje funkcija eksperimentata i modela. Prosečna srednja eksperimentalna vrednost početne brzine projektila iznosi 723.6 m/s, a proračunska iznosi 721.7 m/s. Ovo odstupanje je neznatno i ukazuje na vrlo dobru saglasnost srednje eksperimentalne brzine i proračunske brzine projektila u cevi oružja.

### Zaključak

Rad daje teorijsko-eksperimentalnu analizu procesa opticanja u cevi oružja na osnovu eksperimentalnih istraživanja i numeričkog modeliranja na računaru. Analizom se došlo do saznanja da srednji uslovi proračuna daju optimalne ulazno-izlazne parametre i prihvatljive rezultate proračuna za konkretno oružje.

Komparativnom analizom su obuhvaćeni pritisak barutnih gasova i brzina projektila u cevi oružja u funkciji vremena. Rezultati eksperimentata i modela potvrđuju karaktere promena pritiska i brzine i osnovnu pretpostavku matematičkog modela da su pritisak barutnih gasova i brzina projektila funkcije vremena i puta projektila. Upoređenjem eksperimentalnih i proračunskih rezultata pritisaka barutnih gasova i brzina projektila uočava se njihova dobra međusobna usaglašenost što potvrđuje korektnost matematičkog modela.

### Literatura

- [1] CVETKOVIĆ,M. *Primena nestacionarne gasodinamike na unutrašnje balistički problem oružja malih kalibara.* doktorska disertacija. Visoke vojnotehničke škole KoV JNA, Zagreb, 1984.
- [2] TANČIĆ,LJ. *Numeričko rešenje nestacionarnog modela unutrašnje balistike oružja malih kalibara.* doktorska disertacija. Vojnotehnička akademija VJ, Beograd, 1997.
- [3] CVETKOVIĆ,M., TANČIĆ,LJ. *Analiza uslova numeričkog modeliranja dvofaznog strujanja u oružju.* XXII jugoslovenski kongres teorijske i primenjene mehanike JUMEH '97, Vrnjačka Banja, 1997.
- [4] ... Propis o kvalitetu proizvoda (PKP), SOUR "Prvi partizan" RO Namenska proizvodnja, Užice, 1987.
- [5] ... Commission Internationale Permanente (CIP), Geneve, 1985.
- [6] PANTELIĆ,I. *Uvod u teoriju inženjerskog eksperimenta.* Radnički univerzitet - "Radivoj Ćirpanov", Novi Sad, 1976.
- [7] CVETKOVIĆ,M., TANČIĆ,LJ. *A comparisons analysis experimental and calculations results for two-phase flow in the small arms.* II International Symposium Contemporary Problems of Fluid Mechanics, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Chair of Fluid Mechanics, Beograd, 1996.
- [8] Tančić,LJ., Cvetković,M. *Initial parameters influence on two phase flow model in the small arms barrel.* 6-th Symposium On Theoretical and Applied Mechanics, Republic of Macedonia, Struga, October 1-3, 1998.

Rad primljen: 30.6.1999.god.