UDK: 535.317.2.001.26(047)=861
COSATI: 20-06, 12-01, 05-02

Teorijske osnove i programsko rešenje evolucionih strategija primenjenih u optimizaciji optičkih sistema

Dr Darko Vasiljević, dipl.inž.[1)]

Prikazane su teorijske osnove i programsko rešenje nekoliko metoda evolucionih strategija (dvočlane evolucione strategije varijanta EVOL, višečlane evolucione strategije varijante GRUP, REKO i KORR) primenjene u optimizaciji optičkih sistema. Sam algoritam evolucionih strategija zasnovan je na analogiji sa teorijom evolucije. Opisano je potrebno prilagođavanje navedenih metoda za potrebe optimizacije optičkih sistema. Sve metode su ugrađene u program za kompletno projektovanje optičkih sistema, APOS, i dat je njihov dijagram toka.

Ključne reči: **Evolucione strategije, projektovanje optičkih sistema, optimizacija optičkih sistema, aberacije optičkih sistema.**

Uvod

PROBLEM optimizacije optičkih sistema je veoma stari problem, jer čim su optičari dobili mogućnost da projektuju optičke sisteme javila se potreba za optimizacijom tih projekata, odnosno njihovim stalnim poboljšavanjem. Dugo vremena optimizacija optičkih sistema je bila čvrsto vezana za poznate matematičke teorije optimizacije, koje su davale dobre rezultate ali su zahtevale od projektanta optičkih sistema veliko predznanje o optičkom sistemu koji se optimizuje. Vremenom su razvijene i neke moderne metode koje nisu bile zasnovane samo na matematičkim teorijama, već uglavnom na analogiji sa prirodnim pojavama. U tehnici je čest slučaj da se uspešne metode iz jedne oblasti pokušavaju primeniti u drugoj oblasti često potpuno različitoj. Tragajući za uspešnim optimizacionim metodama primećeno je da metoda organske evolucije (poznata Darwinova teorija evolucije) predstavlja optimalnu strategiju adaptacije živih bića na njihovu okolinu. Na osnovu toga zaključeno je da bi bilo korisno primeniti principe biološke evolucije na probleme optimizacije složenih tehničkih sistema, a samim tim i optičkih i optoelektronskih sistema.

Ovaj rad predstavlja rezultat istraživanja u oblasti savremenih metoda optimizacije optičkih sistema koje se obavlja već dugi niz godina u *Vojnotehničkom Institutu Vojske Jugoslavije*. Kao rezultat tih dugogodišnjih istraživanja objavljeno je više radova i odbranjene su dve doktorske disertacije [1 do 5]. U prvom delu rada je data matematička teorija evolucionih strategija kako za dvočlane tako i za višečlane evolucione strategije. U drugom delu rada je prikazana njihova implementacija u problemima optimizacije složenih optičkih sistema i dat je njihov dijagram toka.

Evolucione strategije

Evolucione strategije (ES) su optimizacione metode zasnovane na analogiji sa teorijom evolucije. ES su samo jedan od mogućih načina primene tih analogija u optimizaciji. Drugi poznati načini su genetski algoritmi, evoluciono programiranje i genetsko programiranje [6-10]. Svi ovi načini razvijeni su u SAD tokom 80-ih i 90-ih godina, dok su evolucione strategije razvijene u Nemačkoj. Tvorci prvih ES tokom 60-ih godina su Bienert, Rechenberg i Schwefel na *Tehničkom univerzitetu* u Berlinu [11,12]. Od samog početka ove metode su zamišljene kao optimizacione metode za složene tehničke sisteme koji se ne mogu analitički rešavati. Tokom 70-ih i 80-ih godina Rechenberg i naročito Schwefel su nastavili istraživanja i razvili sve do sada poznate metode evolucionih strategija: dvočlane evolucione strategije varijanta EVOL, višečlane evolucione strategije varijante GRUP, REKO i KORR.

Dvočlane evolucione strategije

Dvočlane evolucione strategije predstavljaju minimalan koncept za imitaciju organske evolucije. Principi mutacije i selekcije, koje je Darwin u knjizi *Poreklo vrsta* označio kao najvažnije, uzeti su za promenu parametara i izbor jedinki prilikom optimizacije.

Schwefel je u [11] dao opis algoritma koristeći poznate biološke termine:

Korak 0: (Inicijalizacija)

Data populacija se sastoji iz dve jedinke, od kojih je jedna roditelj a druga potomak. Polazni sistem za optimizaciju predstavlja roditelja za prvu iteraciju.

Korak 1: (Mutacija)

Roditelj $E^{(g)}$ iz generacije g proizvodi potomka $N^{(g)}$ koji je malo različit od roditelja.

Korak 2: (Selekcija)

Pošto se razlikuju, dve jedinke imaju različite mogućnosti opstanka u istoj okolini. Samo bolja jedinka može da stvara potomke u sledećoj generaciji.

Ovo je najjednostavnija simulacija evolucije kod koje su usvojene sledeće pretpostavke:

[1)] Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

- populacija je konstantna;
- jedinka, u principu, ima beskonačno dug životni vek i mogućnost proizvodnje potomaka na aseksualan način;
- radi se samo sa mutacijama u jednoj tački, koje se javljaju nezavisno jedna od druge i mogu se pojaviti na svakom mestu, odnosno na svakom promenljivom konstruktivnom parametaru;
- okolina, a na osnovu toga i kriterijum za preživljavanje, su konstantni i ne menjaju se sa vremenom.

Matematičku formulaciju dvočlanih evolucionih strategija je dao Michalewicz u [10].

Populaciju sačinjavaju samo dve jedinke – roditelj i potomak.

Mutacija je jedini genetski operator koji se koristi u evolucionom procesu.

Svaka jedinka je predstavljena kao par vektora sa realnim brojevima V=(**X**, **σ**) gde prvi vektor **X** predstavlja tačku u n-dimenzionalnom prostoru pretraživanja, dok drugi vektor **σ** predstavlja vektor standardnih devijacija.

Mutacije se realizuju zamenom vektora $\mathbf{X}^{(g)}$ vektorom:

$$\mathbf{X}^{(g+1)} = \mathbf{X}^{(g)} + \mathbf{z}^{(g)} \tag{1}$$

gde je $\mathbf{z}^{(g)}$ - vektor nezavisnih slučajnih brojeva.

Potomak se prihvata kao novi član populacije (i on zamenjuje svog roditelja) samo ako ima bolju (u slučaju minimizacije manju) funkciju za ocenu i pri tome su zadovoljeni svi granični uslovi.

Glavni problem u ovako definisanom algoritmu je kako izabrati slučajne vektore $\mathbf{z}^{(g)}$ koji imaju ulogu mutacije. Schwefel se u [11] opredelio da mutacije posmatra kao zbir mnogih individualnih događaja kod kojih se male promene dešavaju veoma često a velike promene retko, što je u saglasnosti sa centralnom graničnom teoremom iz statistike. On se odlučio za Gaussovu, odnosno normalnu raspodelu sa osnovnim parametrima:

- srednja vrednost ξ_i komponenti z_i ima vrednost nula;
- varijacija σ_i^2, srednja vrednost kvadrata odstupanja od srednje vrednosti, je nula.

Funkcija verovatnoće za normalno raspoređene slučajne događaje je:

$$\omega(z) = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot\sigma_i}\cdot\exp\left(-\frac{(z_i-\xi_i)^2}{2\cdot\sigma_i^2}\right) \tag{2}$$

Ako se usvoji $\xi_i = 0$, dobija se poznata $(0,\sigma_i^2)$ normalna raspodela. Po analogiji sa drugim determinističkim optimizacionim strategijama, Schwefel je u [11] nazvao σ_i korakom optimizacije, u smislu da one predstavljaju srednje vrednosti za slučajne korake optimizacije.

Za konkretni slučajni vektor $\mathbf{z} = \{z_i,\quad i = 1\,(1)\,n\}$ sa nezavisnim $(0,\sigma_i)$ raspoređenim komponentama z_i funkcija verovatnoće je:

$$\begin{aligned}\omega(z_1,z_2,\dots,z_n) &= \prod_{i=1}^{n}\omega(z_i) = \\ &= \frac{1}{(2\cdot\pi)^{\frac{n}{2}}\cdot\prod_{i=1}^{n}\sigma_i}\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{z_i}{\sigma_i}\right)^2\right)\end{aligned} \tag{3}$$

ili kompaktnije ako je $\sigma_i = \sigma$ za svako $i = 1\,(1)\,n$:

$$\omega(z) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot\sigma}\right)^n\cdot\exp\left(\frac{-z\cdot z^T}{2\cdot\sigma^2}\right) \tag{4}$$

Ovde će biti date formule za prevođenje uniformno raspoređenih slučajnih brojeva, koji se lako generišu na bilo kom računaru, na normalno raspoređene slučajne brojeve. Koristeći transformacije Boxa i Mullera, kao što je opisano u [11], mogu se generisati dva nezavisna normalno raspoređena slučajna broja, sa srednjom vrednosti nula i standardnom devijacijom 1, polazeći od dva slučajna broja sa uniformnom raspodelom u oblasti [0,1]:

$$\begin{aligned} z_1' &= \sqrt{-2\cdot\ln Y_1}\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot Y_2) \\ z_2' &= \sqrt{-2\cdot\ln Y_1}\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot Y_2)\end{aligned} \tag{5}$$

gde su: Y_i - uniformno raspoređeni slučajni brojevi u oblasti [0,1]; z_i' - [0,1] normalno raspoređeni brojevi.

Da bi se dobila raspodela sa standardnom devijacijom različitom od 1, z_i' treba pomnožiti željenom standardnom devijacijom σ_i:

$$z_i = \sigma_i\cdot z_i' \tag{6}$$

Kontrola koraka optimizacije

U problemima matematičke optimizacije, promenljive često imaju različite vrednosti koje mogu veoma mnogo da se razlikuju. Zato u takvim problemima korak optimizacije mora konstantno da se menja ako se želi da algoritam bude efikasan. Ako je korak optimizacije previše mali, izvršava se preveliki broj iteracija u optimizaciji, dok ako je korak optimizacije prevelik, tada se može samo grubo prići optimumu, odnosno optimizacija može da se „zaglavi" u nekom lokalnom minimumu koji je mnogo udaljen od globalnog minimuma. Zato je kod svih optimizacionih metoda kontrola koraka optimizacije najvažniji deo algoritma posle same rekurzione formule koji je usko povezan sa konvergencijom algoritma.

Schwefel u [11] definiše sledeće pravilo za kontrolu veličine slučajnih promena:

Pravilo 1/5 uspeha

Povremeno tokom optimizacije treba proračunati frekvenciju uspeha, tj. odnos uspešnih mutacija koje su proizvele jedinke sa boljom funkcijom za ocenu prema ukupnom broju mutacija. Ako je taj odnos veći od 1/5 treba povećati standardnu devijaciju, a ako je manji od 1/5, treba smanjiti standardnu devijaciju.

U mnogim optimizacionim problemima ovo pravilo je veoma efikasno u održavanju aproksimativno najveće moguće brzine prema optimumu.

Schwefel u [11] daje detaljnu matematičku analizu i kao rezultat toga navodi precizniju, sa matematičke tačke gledišta, formulaciju pravila 1/5 uspeha za numeričku optimizaciju:

Posle svakih n mutacija treba proveriti koliko je bilo uspešnih mutacija u prethodnih $10\cdot n$ mutacija. Ako je taj broj manji od $2\cdot n$, treba pomnožiti korake optimizacije sa 0.85, odnosno podeliti sa 0.85 ako je broj uspešnih mutacija veći od $2\cdot n$.

Pošto se numerička optimizacija obično izvodi na digitalnim kompjuterima, koji računaju sa određenim konačnim brojem tačnih cifara, potrebno je da su zadovoljeni sledeći uslovi:

$$\sigma_i^{(g)} \geq \varepsilon_a \text{ za sve } i = 1(1)n$$
$$\sigma_i^{(g)} \geq \varepsilon_b \cdot \left|x_i^{(g)}\right| \text{ za sve } i = 1(1)n \tag{7}$$

gde su:

$\varepsilon_a \geq 0$ - apsolutna vrednost donje granice koraka optimizacije. Mora se izabrati dovoljno velika vrednost za $\varepsilon_a > 0$ da bi se mogla smatrati za različitu od nule u okviru tačnosti datog računara;

$1+\varepsilon_b > 1$ - donja granica koraka optimizacije relativno u odnosu na vrednosti promenljivih. Mora se izabrati dovoljno velika vrednost za $\varepsilon_b > 0$ da bi se moglo smatrati da je $1+\varepsilon_b$ za različito od 1.0 u okviru tačnosti datog računara.

Kriterijum konvergencije

U numeričkoj optimizaciji, kada se proračuni vrše na računaru, mora se u program ugraditi pravilo koje omogućava završetak iteracija. Kako se približava minimumu, dužina koraka optimizacije i pređena rastojanja postaju sve manja. Čest kriterijum za okončanje procesa optimizacije je veličina promena varijabli. Naime, kada promena varijabli teži nuli, završava se proces konvergencije. Ovaj kriterijum konvergencije ima nedostatak a to je da se male vrednosti koraka optimizacije ne pojavljuju samo ako je minimum u blizini, već i ako se optimizacija kreće, slikovito rečeno, kroz usku dolinu. Optimizacija se tada može praktično i zaustaviti mnogo pre nego što se pronađe tražena minimalna vrednost. Vrednost koraka optimizacije prenosi informacije o kompleksnosti problema minimizacije koji se ogleda u broju promenljivih i širini dolina na koje se nailazi. Zahtevi $\sigma > \varepsilon$ i $\left\|x^{(g)} - x^{(g-1)}\right\| > \varepsilon$ za nastavak optimizacije nisu dovoljna garancija za uspešnu konvergenciju.

Alternativni kriterijum konvergencije može biti promena vrednosti funkcije za ocenu. Ako razlika vrednosti funkcije za ocenu u dve iteracije postane nula (ili manja od unapred zadatog broja), optimizacija se završava. I ovaj uslov konvergencije može se ispuniti daleko od minimuma ako je dolina u kojoj se traži najdublja tačka veoma ravna po obliku. Najbolje je koristiti oba kriterijuma konvergencije jer kada je npr. $\Delta F = 0$, kontrola koraka optimizacije koji je različit od nule omogućava nastavak optimizacije i prelazak preko ravnog dela doline.

Kriterijum konvergencije se može definisati kao:

- korak optimizacije mora da bude manji od dovoljno male vrednosti i definisan je u apsolutnom i relativnom obliku:

$$\sigma_i^{(g)} \leq \varepsilon_a \text{ za sve } i = 1(1)n$$
$$\sigma_i^{(g)} \geq \varepsilon_a \cdot \left|x_i^{(g)}\right| \text{ za sve } i = 1(1)n$$

- razlika u vrednosti funkcija za ocenu mora da bude manja od dovoljno male vrednosti i definisana je u apsolutnom i relativnom obliku:

$$F\left(x_E^{(g-\Delta g)}\right) - F\left(x_E^{(g)}\right) \leq \varepsilon_c$$
$$\frac{1}{\varepsilon_d} = \left|F\left(x_E^{(g-\Delta g)}\right) - F\left(x_E^{(g)}\right)\right| \leq F\left(x_E^{(g)}\right) \tag{8}$$

gde je:

$$\Delta g \geq 20 \cdot n$$
$$\varepsilon_c > 0$$
$$1+\varepsilon_d > 1$$

Uslov $\Delta g \geq 20 \cdot n$ omogućava da se, u ekstremnom slučaju, standardne devijacije smanjuju ili povećavaju u posmatranom periodu bar za faktor $(0.85)^{\pm 20} \approx 25$. Poznato je da što više promenljivih konstruktivnih parametara ima u problemu koji se optimizuje, to optimizacija sporije napreduje. Zato se preporučuje da se testira tek svakih $20 \cdot n$ mutacija.

Višečlane evolucione strategije

Dva člana populacije – jedan roditelj i jedan potomak – predstavljaju najnužniju osnovu za simulaciju evolucije. Da bi ta simulacija bila približnija stvarnosti, potrebno je da se poveća broj članova populacije, kako roditelja tako i potomaka. Schwefel je u [11] opisao algoritam koristeći poznate biološke termine:

Korak 0: (Inicijalizacija)

Polazna populacija se sastoji od μ jedinki (roditelja) koje su generisane na slučajan način po Gaussovoj (normalnoj) raspodeli polazeći od inicijalne jedinke.

Korak 1: (Varijacija)

Svaki pojedinačni roditelj proizvodi u proseku λ/μ potomaka tako da je ukupan broj potomaka λ. Način proizvodnje potomaka može biti dvojak: mutacijom ili ukrštanjem. Svi potomci se malo razlikuju od roditelja.

Korak 2: (Selekcija)

Samo μ najboljih jedinki od λ potomaka se bira da postanu roditelji za sledeću generaciju.

Za razliku od dvočlanih ES gde je postojao samo jedan genetski operator – mutacija, kod višečlanih ES postoje dva genetska operatora - mutacija i ukrštanje (rekombinacija).

Matematičku formulaciju dao je Michalewicz u [10].

Svaka jedinka je predstavljena, kao i kod dvočlanih ES, kao par vektora sa realnim brojevima V = (**X**, **σ**). Kod dvočlanih ES genetski operator - mutacija, se primenjivao samo na vektoru sa promenljivim konstruktivnim parametrima **X**, dok se standardna devijacija, odnosno korak optimizacije **σ**, određivao po fiksnom determinističkom algoritmu (pravilo "1/5 uspeha"). Kod višečlanih ES kompletna jedinka vektor promenljivih konstruktivnih podataka **X** i vektor standardne devijacije **σ**, podležu procesu evolucije.

Formiranje novog potomka sada je znatno složeniji proces koji se može izvršiti na više načina:

- primenom samo mutacije na kompletnu jedinku kao što se radi u varijanti GRUP:

$$\sigma' = \sigma \cdot e^{z(0,\Delta\sigma)}$$
$$x' = x + z(0,\sigma') \tag{9}$$

gde su:

$\Delta\sigma$ - ulazni parametar metode;

$z(0,\Delta\sigma), z(0,\sigma')$ - vektor nezavisnih slučajnih brojeva raspoređenih po Gaussovom normalnom zakonu raspodele.

- primenom ukrštanja i mutacije na kompletnu jedinku kao što se radi u varijanti REKO. Postoje dva tipa ukrštanja koja se mogu primeniti: diskretno i srednje. Oba tipa ukrštanja kao ulazni podatak uzimaju dve jedinke i formiraju jednog potomka.

Ukrštanje:

Izaberu se dva roditelja:

$$(x^1,\sigma^1)=\left[(x_1^1,\ldots,x_n^1),(\sigma_1^1,\ldots,\sigma_n^1)\right]$$
$$(x^2,\sigma^2)=\left[(x_1^2,\ldots,x_n^2),(\sigma_1^2,\ldots,\sigma_n^2)\right]$$

i primeni se jedan od dva tipa ukrštanja:

Diskretno:

$$(x,\sigma)=\left[(x_1^{q1},\ldots,x_n^{qn}),(\sigma_1^{q1},\ldots,\sigma_n^{qn})\right] \tag{10}$$

gde je q_i= 1 ili q_i= 2 (svaka komponenta potomka se na slučajan način bira od prvog ili drugog roditelja).

Srednje:

$$(x,\sigma)= =\left[\left(\frac{x_1^1+x_1^2}{2},\ldots,\frac{x_n^1+x_n^2}{2}\right),\left(\frac{\sigma_1^1+\sigma_1^2}{2},\ldots,\frac{\sigma_n^1+\sigma_n^2}{2}\right)\right] \tag{11}$$

Kao što se vidi iz navedene jednačine, svaka komponenta potomka predstavlja aritmetičku sredinu komponenti izabranih roditelja.

Mutacija:

Mutacija je ista kao i u varijanti GRUP.

Operator selekcije, koji se koristi u ES, je potpuno deterministički. To znači da će jedinka sa boljom funkcijom za ocenu uvek biti izabrana da bude roditelj za sledeću generaciju. Schwefel je u [11] uveo elegantnu notaciju mehanizma selekcije u ES, koja opisuje osnovnu metodu i broj roditelj i potomaka. On je definisao sledeća dva tipa selekcije:

- ($\mu+\lambda$) selekcija ili *plus* selekcija – bira se μ najboljih jedinki iz skupa od $\mu+\lambda$ jedinki, tj. od skupa svih jedinki roditelja i potomaka i one čine roditelje u sledećoj generaciji.
- (μ,λ) selekcija ili *koma* selekcija – bira se μ najboljih jedinki iz skupa od λ jedinki (potomaka) i one čine roditelje u sledećoj generaciji.

Na prvi pogled može se učiniti da je ($\mu+\lambda$) selekcija bolja jer garantuje preživljavanje najboljih jedinki. Bäck u [1], međutim, iznosi nedostatke ($\mu+\lambda$) selekcije u odnosu na (μ, λ) selekciju:

- u slučaju promenljivih okolina ($\mu+\lambda$) selekcija čuva zastarela rešenja i nije u stanju da prati optimum koji se stalno pomera;
- sposobnost (μ, λ) selekcije da zaboravi dobra rešenja u principu dozvoljava napuštanje lokalnih optimuma, a to je velika prednost kod multimodalnih topologija koje imaju veliki broj lokalnih minimuma;
- ($\mu+\lambda$) selekcija ometa mehanizam adaptacije koraka optimizacije da radi efikasno, zato što neodgovarajuće adaptirani koraci optimizacije mogu preživeti relativno veliki broj generacija i tada dovode do samo slučajnog poboljšanja funkcije za ocenu.

Zato Bäck u [12] pokazuje da manje vrednosti broja roditelja μ dovode do veće brzine konvergencije, dok povećanje broja roditelja dovodi do većeg i detaljnijeg pretraživanja optimalnog prostora i smanjenja brzine konvergencije.

<u>Kontrola koraka optimizacije</u>

Osnovno pitanje koje se postavlja je kako treba da se radi da bi se dobila maksimalna brzina progresa, tj. da se održi optimalna vrednost promene koraka optimizacije u slučaju višečlanih ES. Za dvočlane ES taj cilj je postignut pravilom 1/5 uspeha. To je spoljašnji kontrolni parametar i to ne odgovara u potpunosti biološkoj paradigmi. Kod višečlanih ES se pokušava što više simulirati prirodni proces pa se tako kontrola koraka optimizacije vrši unutar samog algoritma, tj. na način na koji se vrši i sama optimizacija.

Svaki roditelj, pored promenljivih $x_{E,j}$, $i=1(1)n$, ima i skup parametara $\sigma_{E,j}$, $i=1(1)n$, koji opisuju standardne devijacije slučajnih promena. Svaki potomak N_l od roditelja E treba da se razlikuje kako u vektoru promenljivih parametara $x_{l,i}$ tako i u vektoru standardnih devijacija $\sigma_{l,1}$. Promene standardnih devijacija treba da budu slučajne i male. Da li će potomak postati roditelj u sledećoj generaciji zavisi samo od njegove funkcije za ocenu, a sámim tim i samo od vektora promenljivih podataka $x_{l,i}$. Vrednosti promenljivih parametara zavise ne samo od promenljivih parametara roditelja x_{Ei} već i od standardnih devijacija $\sigma_{l,1}$ koje utiču na veličinu promena $z_i=x_{l,i}-x_{E,i}$. Na taj način standardne devijacije, odnosno koraci optimizacije, imaju indirektnu ulogu u mehanizmu selekcije.

Na osnovu analize koju navodi Schwefel u [11], najveća moguća verovatnoća da je potomak bolji od roditelja je:

$$\omega_{l_{\max}}=0.5 \tag{12}$$

Da bi se sprečilo da smanjenje vrednosti σ_i uvek daje prednost u selekciji, broj potomaka λ mora biti ≥ 2. Optimalne vrednosti koraka optimizacije mogu imati uticaja samo za:

$$\lambda>\frac{1}{\omega_{opt}} \tag{13}$$

To znači, da u proseku bar jedan potomak predstavlja poboljšanje vrednosti funkcije za ocenu.

Schwefel u [11] predlaže sledeći način generisanja novih vrednosti koraka optimizacije na osnovu starih:

$$\sigma_N^{(g)}=\sigma_E^{(g)}\cdot\overline{z}^{(g)} \tag{14}$$

Medijana $\overline{\xi}$ slučajne raspodele vrednosti $\overline{z}$ mora biti jednaka jedinici da zadovolji uslov da ne postoji determinističko pomeranje bez selekcije. Povećanje koraka optimizacije treba da se dešava sa istom frekvencijom kao i smanjenje, ili preciznije, verovatnoća pojave određene slučajne vrednosti mora biti ista kao i verovatnoća pojave recipročne vrednosti. Treći zahtev je da se male promene događaju češće nego velike promene. Sva tri zahteva su ispunjena sa log–normalnom raspodelom. Slučajne vrednosti na osnovu ove raspodele sa dobijaju iz skupa $(0,\tau^2)$ normalno raspoređenih brojeva Y:

$$\overline{z}=e^{Y} \tag{15}$$

Raspodela verovatnoće za $\overline{z}$ je:

$$\omega(\overline{z})=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot\tau}\cdot\frac{1}{\overline{z}}\cdot\exp\left(-\frac{(\ln\overline{z})^2}{2\cdot\tau^2}\right) \tag{16}$$

gde je τ- standardna devijacija normalno raspoređenih slučajnih brojeva Y.

Standardne devijacije τ normalno raspoređenih slučajnih brojeva Y, na osnovu kojih se proizvode slučajni množioci po log-normalnom zakonu raspodele za standardne devijacije (korake optimizacije) promenljivih parametara, moraju biti inverzno proporcionalne broju promenljivih parametara. Konkretna vrednost zavisi od očekivane brzine konvergencije φ i od broja potomaka λ.

Umesto samo jednog zajedničkog parametra strategije σ, svaka jedinka sada može da ima kompletan skup od n različitih σ_i, $i = 1(1)n$ za svaku promenu u odgovarajućih n promenljivih parametara $x_i = 1\,(1)\,n$. Schwefel u [11] predlaže sledeću šemu:

$$\sigma_{N,i}^{(g)} = \sigma_{E,i}^{(g)} \cdot \bar{z}_i^{(g)} \cdot \bar{z}_0^{(g)} \tag{17}$$

Na kraju razmatranja kontrole koraka optimizacije Schwefel u [11] zaključuje da se maksimalna brzina konvergencije dobija ako je broj potomaka po jednom roditelju ≥ 5.

Kriterijum konvergencije

Kriterijum konvergencije je sličan kao i kod (1+1) ES: razmatraju se promene vrednosti funkcija za ocenu. Budući da se radi o višečlanim ES, znači da su u svakom trenutku zapisane vrednost promenljivih parametara i koraka optimizacije za svaki od μ roditelja i μ najboljih potomaka od mogućih λ potomaka. U opštem slučaju, najbolje jedinke generacije će se razlikovati u vrednostima promenljivih parametara i samim tim vrednosti funkcije za ocenu sve dok se ne pronađe optimum. Ova analiza omogućava definisanje prostog kriterijuma za konvergenciju.

Iz populacije od μ roditelja E_k $k = 1(1)\mu$. Neka je F_b najbolja vrednost funkcije za ocenu:

$$F_b = \min_k \left\{ F\left(x_k^{(g)}\right),\ k = 1(1)\mu \right\}$$

i F_W najlošija vrednost funkcije za ocenu:

$$F_w = \min_k \left\{ F\left(x_k^{(g)}\right),\ k = 1(1)\mu \right\}$$

Kriterijum za kraj optimizacije je

$$\begin{gathered} F_w - F_b \leq \varepsilon_c \\ \frac{\mu}{\varepsilon_d} \cdot (F_w - F_b) \leq \left| \sum_{k=1}^{\mu} F\left(x_k^{(g)}\right) \right| \end{gathered} \tag{18}$$

gde su ε_c i ε_d definisani na isti način kao i za (1+1) ES - - EVOL.

Iz (18) jasno se vidi da apsolutne ili relativne vrednosti funkcije za ocenu roditelja u jednoj generaciji moraju biti bliske pre nego što se zaključi da je optimizacija konvergirala.

Opis metode dvočlane evolucione strategije (1+1) ES - EVOL primenjene u optimizaciji optičkih sistema

U prethodnom poglavlju data je matematička teorija metode dvočlane evolucione strategije (1+1) ES – EVOL. Ovde će detaljno biti opisana potrebna prilagođavanja metode za potrebe optimizacije složenih optičkih i optoelektronskih sistema. Dijagram toka za optimizacionu metodu (1+ 1) ES - EVOL je dat na sl.1. Dvočlane evolucione strategije predstavljaju najveće moguće pojednostavljene procese evolucije u kojoj učestvuju samo dve jedinke – roditelj i njegov potomak i primenjuje se samo jedan genetski operator – mutacija. Roditelj u prvoj generaciji je polazni optički sistem. U programu za projektovanje optičkih sistema APOS svaki optički sistem se opisuje pomoću jednog sloga koji u sebi sadrži konstruktivne podatke o optičkom sistemu kao što su:

- radijusi za svaku prelomnu površinu optičkog sistema;
- rastojanja između prelomnih površina optičkog sistema;
- stakla od kojih su napravljena sočiva optičkog sistema i koja se definišu preko naziva stakla iz određene baze podataka o staklima ili preko indeksa prelamanja stakla za tri Fraunhoferove linije spektra (obično d, C, F) za koje se vrši proračun optičkog sistema i disperzije;
- slobodni svetlosni otvor svake prelomne površine optičkog sistema.

Da bi se optički sistem kompletno opisao i da bi mogao da se dalje analizira potrebno je, pored osnovnog sloga sa konstruktivnim podacima, definisati pomoćne podatke koji će sadržati tačan raspored snopa zraka na ulaznoj referentnoj površini i mesto za proračun svih potrebnih aberacija. Ovako definisani optički sistem se detaljno proverava da se vidi da li su ispunjeni svi potrebni uslovi da polazni optički sistem može da postane roditelj. Provera obuhvata:

- proveru geometrijskih graničnih uslova koja se sastoji iz:
  - optički sistem mora da ima tačno definisanu žižnu daljinu,
  - da je moguće proračunti unapred zadatu šemu zraka za takav optički sistem,
  - da se svi radijusi i rastojanja fizički mogu uraditi,
  - da su minimalne debljine sočiva na osi i na periferiji veće od određenih unapred utvrđenih vrednosti,
  - da su maksimalni slobodni svetlosni otvori manji od određenih unapred utvrđenih vrednosti,
- proračun paraksijalnih veličina;
- proračun aberacija i funkcije za ocenu.

Funkcija za ocenu se nasleđuje iz klasične optimizacije pomoću metode prigušenih najmanjih kvadrata. Tu se funkcija za ocenu definiše kao zbir kvadrata aberacija:

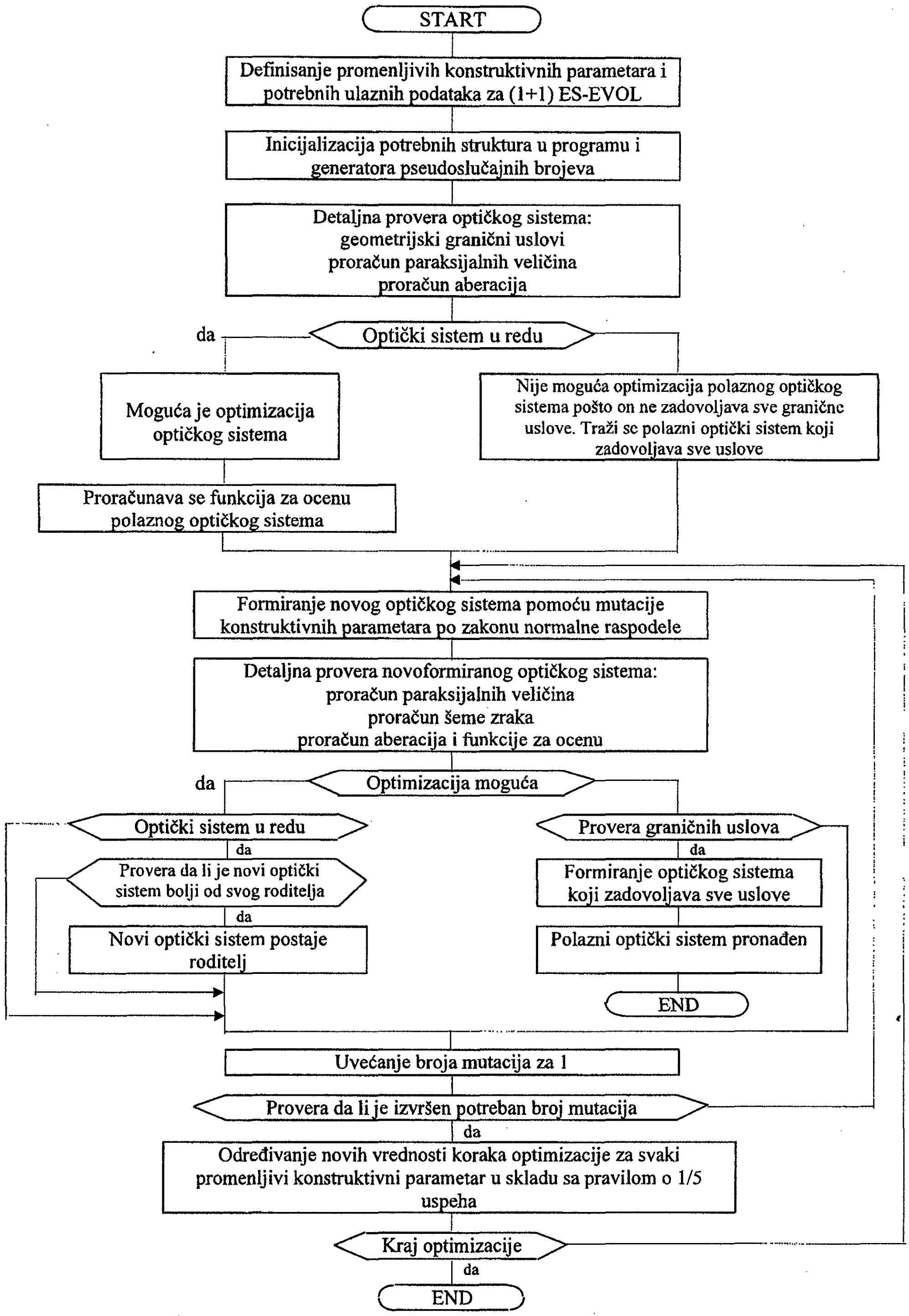
$$\psi = \sum_{i=1}^{m} (\omega_i \cdot f_i)^2 \tag{19}$$

gde su: f_i - aberacije dobijene proračunom hoda zraka kroz optički sistem; ω_i - težinski faktor za svaku aberaciju pojedinačno.

Pošto se u funkciji za ocenu obično nalaze razni tipovi aberacija kao što su poprečne (*transverse ray*), ugaone (*angular*) i talasne (*waveform*) koje se često razlikuju i za ceo red veličina, neophodno je svaku pomnožiti odgovarajućim koeficijentom (težinskim faktorom) da bi prilikom formiranja funkcije za ocenu sve aberacije bile istog reda veličine;

Gruba struktura funkcije za ocenu bi bila:

- **paraksijalne veličine** koje se predstavljaju u obliku konačnih razlika stvarno sračunate veličine i željene veličine;
- **aberacije** koje se računaju na osnovu proračuna hoda osnih zraka, glavnog zraka, kosih i vanmeridionalnih zraka. Ako se računa za tri linije spektra, u funkciju za ocenu ulaze i hromatske aberacije, odnosno, ako se računa samo za jednu talasnu dužinu, u funkciju za ocenu ulazi i razlika optičkih puteva (*optical path difference - - OPD*);
- **odstupanja od graničnih uslova** koja se tretiraju kao aberacije i predstavljaju se u vidu konačnih razlika sračunate i granične vrednosti.



Slika 1. Dijagram toka optimizacije pomoću metode (1+1) ES-EVOL

Sve aberacije koje ulaze u formiranje funkcije za ocenu se računaju za određeni broj uglova vidnog polja (obično na osi, na 0.7 od maksimalnog ugla vidnog polja i za maksimalni ugao vidnog polja) i za određeni broj visina na aperturnoj dijafragmi (obično na osi, na 0.7 od maksimalne visine i za maksimalnu visinu).

Ako bilo koji od uslova nije zadovoljen, nije moguće da polazni optički sistem postane roditelj u prvoj generaciji i da krene optimizacija optičkog sistema, tj. traženje optičkog sistema sa minimalnom funkcijom za ocenu, odnosno sa minimalnim aberacijama. Tada se umesto optimizacije vrši potraga za optičkim sistemom koji zadovoljava sve granične uslove. Za to se koristi ista optimizaciona metoda, samo što se tada formira pomoćna funkcija za ocenu koja predstavlja veličinu odstupanja od graničnih uslova. Ta funkcija za ocenu se minimizira, tj. teži da se dovede do nule, odnosno do zadovoljavanja svih graničnih uslova.

Posle detaljne provere polaznog optičkog sistema pristupa se formiranju novog optičkog sistema mutacijom svakog promenljivog konstruktivnog parametra. Mutacija se vrši na sledeći način:

- Generiše se slučajni broj po normalnoj raspodeli koji se dobija korišćenjem formula (5) polazeći od pseudoslučajnog broja po uniformnoj raspodeli. Tako generisani slučajni broj po normalnoj raspodeli se množi sa korakom optimizacije, tj. standardnom devijacijom za taj promenljivi konstruktivni parametar.

- Dobijena veličina se sabira sa promenljivim konstruktivnim parametrom i formira se nova vrednost promenljivog konstruktivnog parametra. Pošto se koristi normalna raspodela koja ima srednju vrednost 0 i standardnu devijaciju jednaku koraku optimizacije, znači da će se najveći broj vrednosti promenljivih konstruktivnih parametara nalaziti veoma blizu polazne vrednosti konstruktivnog parametra, ali će se izvestan broj novih vrednosti tog promenljivog konstruktivnog parametra nalaziti podjednako daleko i u pozitvnu i u negativnu stranu od polazne vrednosti promenljivog konstruktivnog parametra. To je naročito tačno u početku optimizacije kada je vrednost standardne devijacije dosta velika, što omogućava pretraživanje velikih optimizacionih prostora. Osnovna pretpostavka prilikom optimizacije je da se pokušava poboljšati usvojeni tip optičkog sistema, a ne formirati novi optički sistem. To znači da ako se vrši optimizacija klasičnog slepljenog dublea sa sabirnim sočivom kao prvom komponentom i rasipnim sočivom kao drugom komponentom, to će i posle optimizacije biti isti raspored komponenti (sabirno pa rasipno sočivo) samo će imati promenjene radijuse, odnosno, radijuse i rastojanja u zavisnosti šta je dozvoljeno da se menja tokom optimizacije. Ni u jednom trenutku tokom optimizacije nije moguće promeniti raspored komponenti pa da umesto sabirnog sočiva rasipno bude prvo. Takođe sva rastojanja, odnosno debljine sočiva potrebno je da se mogu fizički realizovati, tj. moraju biti veća od neke minimalne aksijalne debljine. Ti zahtevi se moraju odmah proveriti čim se formira nova vrednost promenljivog konstruktivnog parametra i, ako oni nisu ispunjeni taj novoformirani promenljivi konstruktivni parametar se odbacuje i formira se novi promenljivi konstruktivni parametar. Formiranje novog konstruktivnog parametra se odvija u kompjuterskoj petlji sve dok se ne ispune svi potrebni uslovi. Na kraju se dobija novi optički sistem koji je sličan polaznom optičkom sistemu, odnosno, ima isti raspored komponenti (sočiva). Nakon formiranja novog optičkog sistema pristupa se njegovoj detaljnoj proveri kroz:

-proračun paraksijalnih veličina,
-proračun šeme zraka,
-proračun aberacija i funkcija za ocenu.

Pošto se izvrše sve potrebne provere optičkog sistema, mora se proveriti da li se radi prava optimizacija optičkog sistema, tj. traženje najboljeg mogućeg optičkog sistema ili se vrši potraga za polaznim optičkim sistemom koji zadovoljava sve granične uslove. Ako se vrši prava optimizacija, onda se prvo proveri da li novoformirani optički sistem zadovoljava sve uslove. Ako zadovoljava, pristupa se izboru roditelja za sledeću generaciju. To se radi na potpuno deterministički način jer se upoređuju funkcije za ocenu roditelja i potomka i optički sistem koji ima manju funkciju za ocenu se bira za roditelja u sledećoj generaciji. Na kraju se broj izvršenih mutacija i eventualno broj uspešnih mutacija povećava za 1. Pod uspešnom mutacijom se podrazumeva mutacija prilikom koje je proizveden optički sistem koji ima manju funkciju za ocenu od svog roditelja.

Ako se traži polazni optički sistem, vrši se provera da li novoformirani optički sistem zadovoljava sve uslove. Da bi moglo da se pronađe polazni optički sistem koji zadovoljava sve uslove, formira se pomoćna funkcija za ocenu koja sadrži zbir odstupanja od graničnih uslova za dati optički sistem. Optimizacija pokušava da minimizira tu pomoćnu funkciju za ocenu, tj. da je dovede na vrednost nula – nema odstupanja od graničnih uslova. Za minimiziranje pomoćne funkcije za ocenu prilikom traženja polaznog optičkog sistema se koristi isti algoritam – dvočlane evolucione strategije.

Ako se pronađe optički sistem koji zadovoljava sve uslove, završava se potraga za optičkim sistemom i taj optički sistem postaje polazni optički sistem za pravu optimizaciju u kojoj se vrši minimizacija aberacija. Ukoliko novoformirani optički sistem ne zadovoljava sve uslove, proverava se da li je vrednost pomoćne funkcije za ocenu manja od odgovarajuće vrednosti roditelja. Ako jeste, novoformirani optički sistem postaje roditelj u sledećoj generaciji, a ako nije, novoformirani optički sistem se odbacuje i roditelj iz prethodne generacije ostaje roditelj u sledećoj generaciji.

Broj mutacija koje se izvršavaju pre određivanja novih vrednosti koraka optimizacije, odnosno standardne devijacije, direktno je proporcinalan broju promenljivih konstruktivnih parametara. Kad se izvrši potreban broj mutacija, tj. kada se formira onoliko novih optičkih sistema koliko ima promenljivih konstruktivnih parametara, pristupa se određivanju novih vrednosti koraka optimizacije, odnosno standardne devijacije za svaki promenljivi konstruktivni parametar prema pravilu o 1/5 uspeha.

Ako je broj uspešnih mutacija veći od 1/5 ukupno izvršenih mutacija, korak optimizacije se smanjuje, odnosno množi sa kontrolnom promenljivom koja ima podrazumevanu vrednost 0.85. Ako je broj uspešnih mutacija manji od 1/5 ukupno izvršenih mutacija, korak optimizacije se povećava, odnosno deli sa istom tom kontrolnom promenljivom. Korak optimizacije može se smanjivati samo do određene unapred zadate vrednosti, a posle toga on ima konstantnu vrednost jednaku toj minimalnoj vrednosti.

Kada se proračunavaju novi koraci optimizacije može se proveriti da li je došlo vreme za završetak optimizacije. Kriterijum konvergencije, odnosno završetka optimizacije, već je opisan u ovom radu.

Kada se zadovolji kriterijum konvergencije, trenutno najbolji optički sistem se proglašava za optimizovani optički sistem.

Opis metode višečlane evolucione strategije (μ, λ) ES – GRUP i REKO primenjene u optimizaciji optičkih sistema

Dvočlane evolucione strategije predstavljaju najjednostavniji model simulacije evolucije sa samo dva člana – jednim roditeljem i jednim potomkom i samo jednim genetskim operatorom – mutacijom. Višečlane evolucione strategije predstavljaju znatno složeniji model simulacije evolucije. Ovde će biti opisane dve metode koje je njihov pronalazač Schwefel u [11] nazvao:

(μ,λ) ES – GRUP višečlana evoluciona strategija sa mutacijom po Gaussovom zakonu normalne raspodele kao jedinim genetskim operatorom

(μ,λ) ES – REKO višečlana evoluciona strategija sa dva genetska operatora:

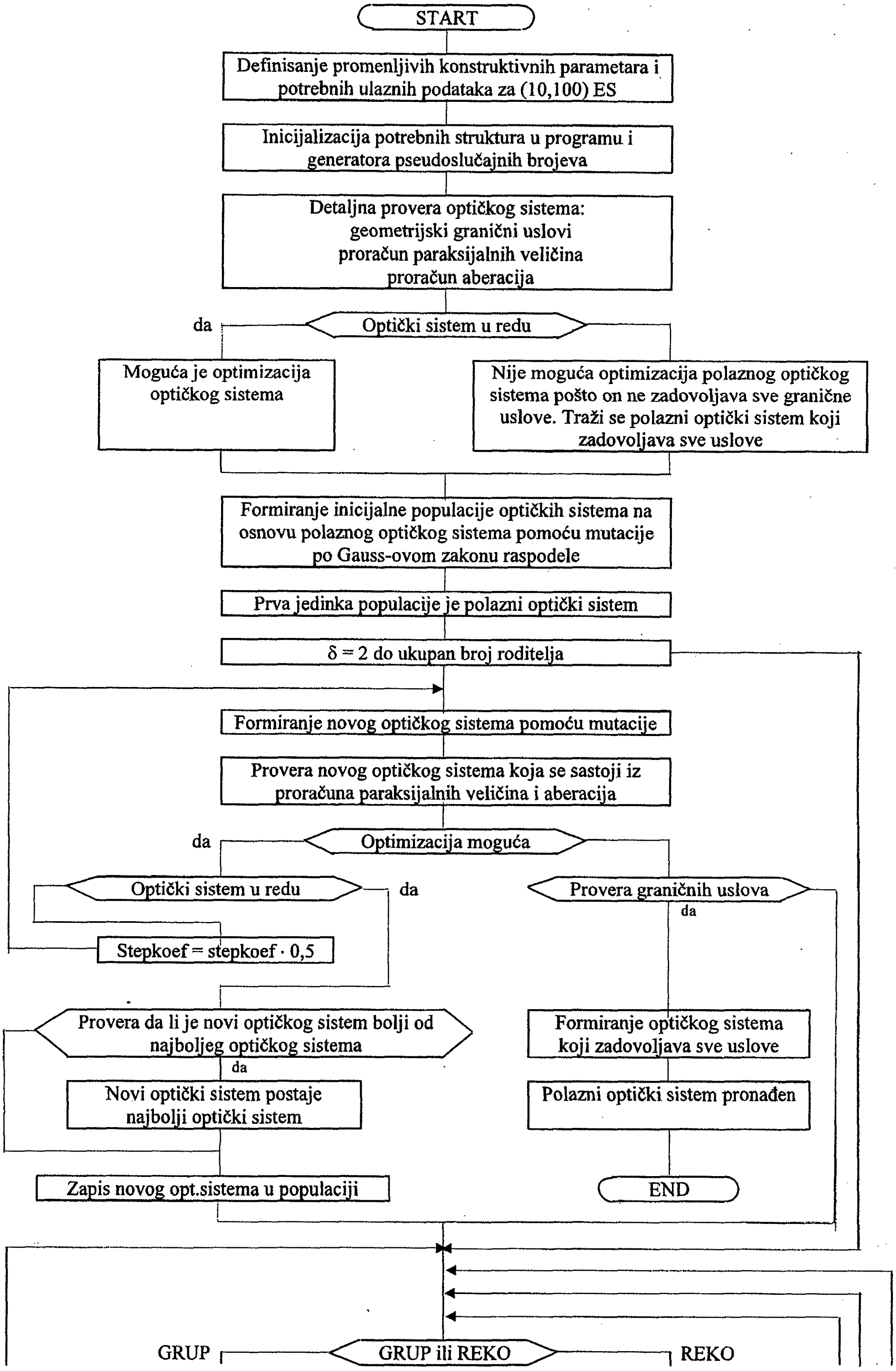
-mutacijom promenljivih konstruktivnih parametara po Gaussovom zakonu normalne raspodele i
-rekombinacijom koraka optimizacije, odnosno, proračunom srednje vrednosti koraka optimizacije.

Detaljna matematička teorija evolucionih strategija već je opisana u radu, a ovde će biti opisana primena metode višečlane evolucione strategije u optimizaciji optičkih sistema.

Dijagram toka za optimizacione metode (μ,λ) ES – –GRUP i REKO je dat na sl.2. Tokom istraživanja usvojen je sledeći broj roditelja i potomaka:

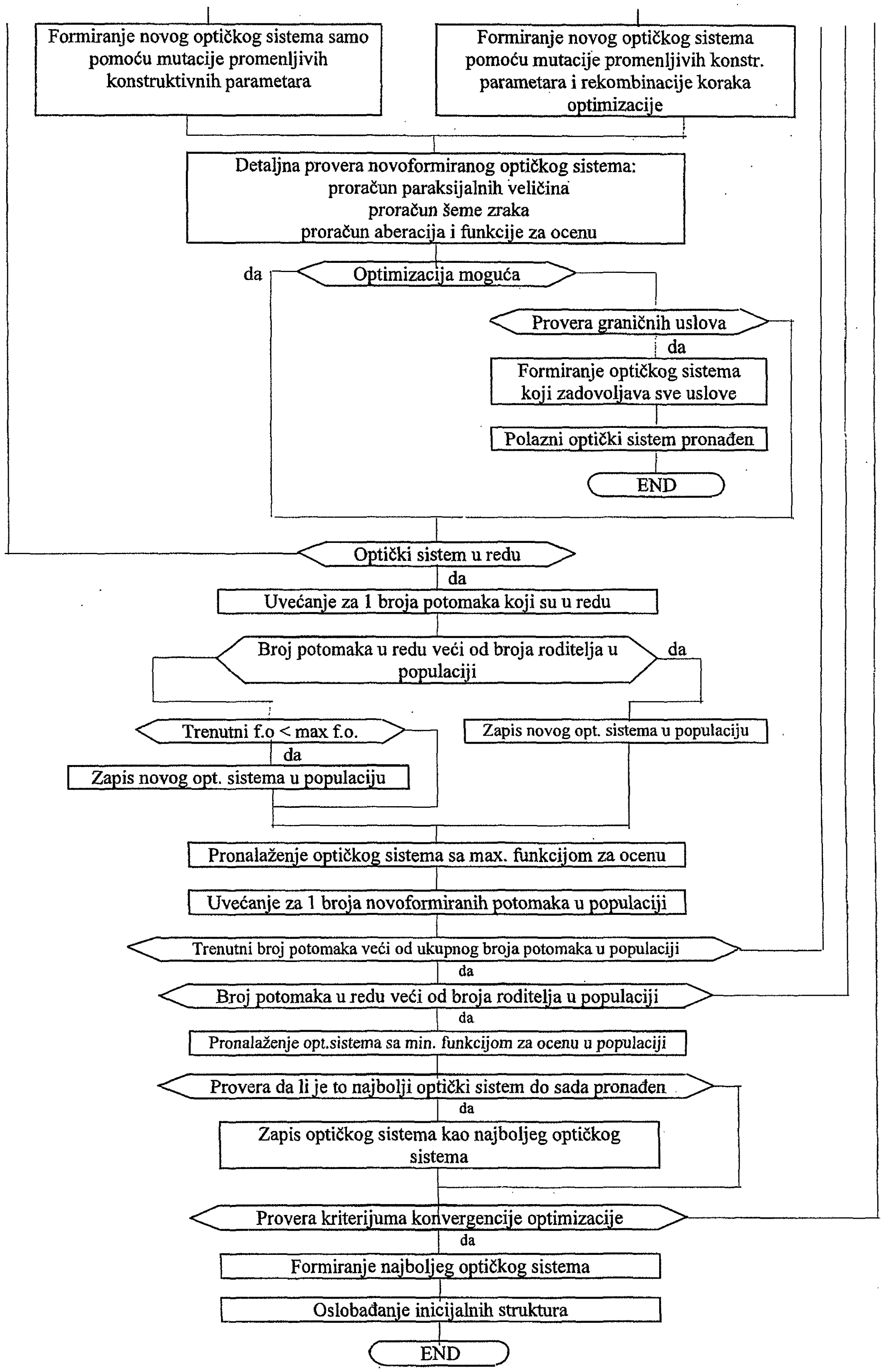
- broj roditelja u populaciji 10,
- broj potomaka u populaciji 100.

Bitno je još jednom napomenuti da su i GRUP i REKO nastali daljim razvojem i usavršavanjem optimizacione metode (1+ 1) ES - EVOL, pa su zato pojedini delovi optimizacionih metoda GRUP, REKO i EVOL identični.



Slika 2. Dijagram toka optimizacije pomoću metoda (10,100) ES-GREUP ili REKO (dijagram se nastavlja na str.37)

(nastavak sa str.36)



Slika 2. Dijagram toka optimizacije pomoću metoda (10,100) ES-GRUP ILI REKO

Pre početka same optimizacije moraju se definisati sledeći ulazni podaci:

- promenljiva koja definiše da li se radi metodom GRUP ili metodom REKO, koje su identične osim što se u metodi GRUP potomak bira samo pomoću mutacije promenljivih konstruktivnih parametara po Gaussovom zakonu normalne raspodele, dok se u metodi REKO potomak formira mutacijom promenljivih konstruktivnih parametara optičkog sistema i rekombinacijom koraka optimizacije – standardne devijacije,

- broj roditelja (μ) u populaciji koji mora biti veći od 1. Podrazumevana vrednost je 10, a projektant optičkih sistema može proizvoljno da menja tu vrednost.
- broj potomaka (λ) koji se stvara u toku jedne generacije i koji mora biti $\lambda \geq 6 \cdot \mu$. Podrazumevana vrednost je 100.
- broj promenljivih konstruktivnih parametara optičkog sistema koji zavisi od složenosti samog optičkog sistema. Budući da je program APOS za projektovanje i optimizaciju optičkih sistema razvijen pod MS DOS operativnim sistemom koji ima velika ograničenja u pogledu dostupne memorije, to je maksimalan broj promenljivih parametara ograničen na 40. Da je program razvijen na nekom drugom operativnom sistemu, bez memorijskih ograničenja, maksimalan broj promenljivih konstruktivnih parametara se ne bi ni postavljao. Sam program proverava ukupan broj promenljivih konstruktivnih parametara za dati optički sistem.
- maksimalan broj dozvoljenih generacija predstavlja, u stvari, vreme koje je dozvoljeno programu da se izvršava, odnosno posle kog vremena program završava optimizaciju bez obzira na ostale kriterijume optimizacije;
- minimalna vrednost za korak optimizacije, odnosno standardnu devijaciju;
- minimalna vrednost razlike funkcije za ocenu optičkih sistema u jednoj generaciji. Tu ne postoji podrazumevana vrednost, već se ona mora odrediti pri svakoj optimizaciji na osnovu iskustva projektanta optičkih sistema o komplikovanosti same optimizacije. Obično se uzima 0.0001 do 0.000001, s tim da se manja vrednost uzima kod složenih optičkih sistema sa većim brojem promenljivih konstruktivnih parametara,
- promenljiva koja se koristi u prilagođavanju veličine koraka optimizacije. Schwefel u [11] predlaže da to bude 1.0 za $\mu = 10$ i $\lambda = 100$. Ta vrednost je usvojena za podrazumevanu vrednost i nju, kao i većinu ostalih ulaznih podataka, projektant optičkih sistema može slobodno da menja.

Da bi ova optimizaciona metoda mogla da radi, potrebno je inicijalizovati strukture u kojima će biti smeštena populacija optičkih sistema, proračunate aberacije optičkih sistema i generator pseudoslučajnih brojeva.

Kao i kod optimizacione metode (1+ 1) ES – EVOL, mora da postoji polazni optički sistem koji se veoma detaljno ispituje:

- prvo se proveravaju svi geometrijski granični uslovi,
- zatim se vrši proračun paraksijalnih veličina,
- na kraju se vrši proračun aberacija.

Ako bilo koji od uslova nije zadovoljen, onda nije moguće da se krene u optimizaciju optičkog sistema, tj. traženje optičkog sistema sa minimalnim aberacijama.

Tada se umesto optimizacije vrši potraga za optičkim sistemom koji zadovoljava sve granične uslove. Za to se koristi ista optimizaciona metoda, samo što se tada formira pomoćna funkcija za ocenu koja predstavlja veličinu odstupanja od graničnih uslova. Ta funkcija za ocenu se minimizira, tj. teži se zadovoljavanju svih graničnih uslova.

Posle provere polaznog optičkog sistema pristupa se formiranju inicijalne populacije. Polazni optički sistem se direktno kopira u inicijalnu populaciju dok se ostali članovi te populacije dobijaju na osnovu polaznog optičkog sistema, putem malih varijacija promenljivih konstruktivnih parametara pomoću mutacije po Gaussovom zakonu normalne raspodele.

Svaki novoformirani optički sistem se mora detaljno proveriti kroz:

- proveru geometrijskih graničnih uslova,
- paraksijalni proračun,
- proračun aberacija i funkcija za ocenu,

i tek tada se može usvojiti u populaciju.

Ako optički sistem ne prođe sve provere, on se odbacuje i formira se novi optički sistem na isti način kao i prethodni samo što se koeficijent za korekciju, kojim se množi proizvod koraka optimizacije za taj promenljivi konstruktivni parametar i slučajnog broja po Gaussovom zakonu normalne raspodele, smanjuje na polovinu svoje vrednosti.

Ako optički sistem prođe sve provere, on se zapisuje u populaciju i ispituje se da li je njegova funkcija za ocenu manja od najmanje do tada sračunate funkcije za ocenu. Kada je ispunjen taj uslov, novoformirani optički sistem se označava kao najbolji optički sistem sa minimalnom funkcijom za ocenu.

Ako optimizacija nije moguća, odnosno ako se traži optički sistem koji zadovoljava sve postavljene uslove, vrši se provera da li novoformirani optički sistem zadovoljava sve uslove.

Ukoliko se pronađe optički sistem koji zadovoljava sve uslove, završava se potraga za optičkim sistemom i taj optički sistem postaje polazni optički sistem za pravu optimizaciju u kojoj se vrši minimizacija aberacija.

Ovim se završava formiranje inicijalne populacije i može da se startuje simulacija evolucije. Tu na samom početku se odlučuje da li se radi sa evolucionom strategijom GRUP ili REKO. To su, u suštini, iste višečlane evolucione strategije, samo što imaju različite genetske operatore koji dovode do formiranja novih optičkih sistema.

Kod evolucione strategije GRUP novi optički sistem se formira samo pomoću mutacije promenljivih konstruktivnih parametara, koja je skoro identična mutaciji u metodi dvočlane evolucione strategije i koja je u radu već detaljno opisana.

Kod evolucione strategije REKO novi optički sistem se formira pomoću dva genetska operatora: mutacije promenljivih konstruktivnih parametara i rekombinacije koraka optimizacije, tj. standardne devijacije za svaki promenljivi konstruktivni parametar. Proces formiranja novog konstruktivnog parametra je sledeći:

- prvo se vrši ukrštanje koraka optimizacije i to tako što se na potpuno slučajan način izaberu dva roditelja iz populacije i pronađe se srednja vrednost njihovih koraka optimizacije za posmatrani promenljivi konstruktivni parametar,
- zatim se na potpuno slučajan način izabere roditelj kod koga će se vršiti mutacija posmatranog promenljivog konstruktivnog parametra. Sama mutacija je ista kao u GRUP i EVOL metodama.

Kad god se formira novi optički sistem, on mora detaljno da se proveri pre nego što se može uvrstiti u populaciju. Provera obavezno obuhvata proračun paraksijalnih veličina i aberacija a, ako vršimo optimizaciju, i graničnih uslova, dok ako se traži polazni optički sistem za optimizaciju, provera graničnih uslova se ne izvršava.

Broj potomaka je zbog potrebe same metode višestruko veći od broja roditelja. Ako bi se svaki potomak zapisivao u populaciju, to bi bilo veoma neekonomično trošenje računarske memorije. Zato je odlučeno da se u populaciju zapisuju samo najbolji potomci. Broj zapisanih potomaka u populaciju je jednak broju roditelja. Algoritam za zapisivanje najboljih potomaka u populaciju je sledeći:

- broj potomaka odnosno optičkih sistema koji zadovoljavaju sve uslove uvećava se za 1;

- proverava se da li je broj ispravnih potomaka veći od broja roditelja u populaciji i ako je manji, novi optički sistem se automatski zapisuje u populaciju. Ako je broj ispravnih potomaka veći, treba da se proveri da li je funkcija za ocenu novoformiranog optičkog sistema manja od maksimalne funkcije za ocenu optičkog sistema koji se nalazi u populaciji, odnosno, da li je novoformirani optički sistem bolji od najlošijeg optičkog sistema u populaciji. Ako je bolji, novoformirani optički sistem ga zamenjuje u populaciji,
- pošto se ubaci novi optički sistem u populaciju, mora se ponovo pronaći najgori optički sistem sa maksimalnom funkcijom za ocenu.

Formiranje novih optičkih sistema se vrši sve dok je trenutni broj potomaka – novoformiranih optičkih sistema manji od ukupnog broja potomaka u populaciji, odnosno broj ispravnih potomaka manji od broja roditelja u populaciji. Kad se formira dovoljno potomaka da se popuni cela populacija pronalazi se najbolji optički sistem sa minimalnom funkcijom za ocenu. Nakon toga se proverava da li je najbolji optički sistem u toj populaciji i najbolji do sada pronađeni optički sistem; ako jeste, on se adekvatno označava.

Na kraju se proveravaju kriterijumi konvergencije već opisani u radu. Kada se zadovolji kriterijum konvergencije, trenutno najbolji optički sistem se proglašava za optimizovani optički sistem.

Opis metode višečlane evolucione strategije (μ, λ) ES – KORR primenjene u optimizaciji optičkih sistema

Optimizaciona metoda višečlane evolucione strategije (μ,λ) ES–KORR predstavlja sintezu svih dosadašnjih metoda evolucionih strategija i njihovo dalje poboljšanje. Nastala je kao rezultat višegodišnjih istraživanja koje je Schwefel sproveo da bi poboljšao postojeće metode GRUP i REKO. Ona u sebi sadrži i *plus* i *koma* strategiju. Metoda KORR u sebi sadrži čak pet različitih operatora rekombinacije i ima linearno korelisane mutacije. Ovde će prvo biti opisane specifičnosti vezane za ovu optimizacionu metodu, pa će nakon toga biti opisana sama metoda sa detaljnim prikazom toga njenog prilagođavanja optimizaciji optičkih sistema.

Opisana opšta matematička teorija višečlanih evolucionih strategija u potpunosti važi i za metodu KORR. Značajno poboljšanje koje je uvela metoda KORR u odnosu na ostale metode evolucionih strategija (EVOL, GRUP, REKO) se ogleda u tome da je moguće samopodešavanje koraka optimizacije, tj. standardnih devijacija pojedinačno za svaki promenljivi konstruktivni parametar. Kao rezultat toga dobija se automatsko podešavanje promenljivih konstruktivnih parametara koje u pojedinim slučajevima daje značajno poboljšanje u brzini konvergencije ka minimumu. Kod dvočlanih evolucionih strategija (1+ 1) ES - EVOL koraci optimizacije se mogu predstaviti u optimizacionom prostoru kao koncentrični krugovi sa podjednakom verovatnoćom. Kod višečlanih evolucionih strategija (μ, λ) ES – GRUP i REKO koncentrični krugovi prerastaju u elipse koje se mogu širiti, odnosno skupljati u pravcu glavnih osa. Kod metode KORR elipse prerastaju u hiperelipsoide koji mogu da se šire ili skupljaju duž svih koordinatnih osa prema n–dimenzionalnoj raspodeli skupa od n slučajnih komponenti z_i:

$$\omega(z)=\frac{1}{(2\cdot\pi)^{\frac{n}{2}}\cdot\prod_{i=1}^{n}\sigma_i}\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{z_i}{\sigma_i}\right)^2\right) \tag{20}$$

U ovom slučaju, hiperelipsoid može da se širi ili skuplja duž koordinatnih osa, odnosno da rotira da bi dobio najpovoljniji položaj u optimizacionom prostoru. Prilikom rotacije hiperelipsoida, slučajne komponente z_i postaju uzajamno zavisne, odnosno korelisane. Najjednostavniji tip korelacije je linearni, koji je i jedini mogući slučaj ako se želi da hiperelipsoidi budu površine sa konstantnom verovatnoćom koraka optimizacije.

U najopštijem slučaju broj uglova rotacije hiperelipsoida n_p, koji mogu da imaju bilo koju vrednost od 0° do 360°, je:

$$n_p=\frac{n}{2}\cdot(n-1) \tag{21}$$

gde je n– broj promenljivih konstruktivnih parametara. Ukupan broj parametara metode KORR koji se mogu specificirati u populaciji pomoću mutacije i selekcije je zbir uglova rotacije i koraka optimizacije ($n_s = n$) i iznosi:

$$n_{tot}=n_p+n_s=\frac{n}{2}\cdot(n+1) \tag{22}$$

U najprostijem slučaju, koji se može predstaviti kao obična elipsa ($n = n_s = 2$, $n_p = 1$), transformacija koordinata za rotaciju može se definisati kao [11]:

$$\begin{aligned}\Delta x_1&=\Delta x_1'\cdot\cos\alpha-\Delta x_2'\cdot\sin\alpha\\ \Delta x_2&=\Delta x_1'\cdot\sin\alpha+\Delta x_2'\cdot\cos\alpha\end{aligned} \tag{23}$$

Ako je $n = n_s = 3$, potrebno je izvršiti tri uzastopne rotacije:

- u $(\Delta x_1,\Delta x_2)$ ravni pomoću ugla α_1;
- u $(\Delta x_1',\Delta x_2')$ ravni pomoću ugla α_2;
- u $(\Delta x_2'',\Delta x_3'')$ ravni pomoću ugla α_3;

U opštem slučaju sa $(n-1)\cdot n/2$ rotacija, za svaku od rotacija koriste se samo dve koordinate kao što je to prikazano za tri rotacije.

Schwefel u [11] pokazuje da postoje slučajevi optimizacije kada je bolje imati manji broj promenljivih koraka optimizacije i uglova rotacije od maksimalno dozvoljenog broja. On zaključuje da se određivanje optimalnog broja koraka optimizacije može vršiti samo pomoću numeričkih eksperimenata.

Optimizaciona metoda višečlane evolucione strategije (μ,λ) ES – KORR ima sledeće mogućnosti:

- Promenljivi parametri optimizacije sada mogu da budu:
  - -konstruktivni parametar (radijusi i rastojanja optičkog sistema),
  - -koraci optimizacije odnosno standardne devijacije,
  - -uglovi rotacije mutacionog hiperelipsoida.
- Dva načina izbora roditelja za sledeću generaciju:
  - -plus strategija kod koje roditelji potomci iz tekuće generacije učestvuju u izboru roditelja za sledeću generaciju,
  - -koma strategija kod koje samo potomci koji su formirani u tekućoj generaciji učestvuju u izboru roditelja za sledeću generaciju.
- Pet različitih tipova genetskih operatora:
  - -mutacija po Gaussovom zakonu normalne raspodele, znači čista mutacija bez ikakve rekombinacije,

- diskretna rekombinacija parova roditelja – na slučajan način se biraju dva roditelja iz celokupne populacije i potomak dobija slučajno izabrane veličine bilo od prvog ili drugog roditelja,
- srednja rekombinacija parova roditelja – na slučajan način se biraju dva roditelja iz celokupne populacije i promenljivi parametri optimizacije kod potomaka se dobijaju kao srednja vrednost odgovarajućih promenljivih parametara kod roditelja,
- diskretna rekombinacija između svih roditelja populacije – za svaki promenljivi parametar optimizacije biraju se na slučajan način dva roditelja i između njih se na slučajan način bira parametar koji će da bude u sastavu potomak,
- srednja rekombinacija između parova svih roditelja – za svaki promenljivi parametar optimizacije biraju se na slučajan način dva roditelja i sračunava se srednja vrednost odgovarajućih promenljivih parametara.

Zbog svojih znatno većih mogućnosti normalno je da ova optimizaciona metoda ima i veći broj ulaznih parametara:

- broj roditelja, podrazumevana vrednost je 10, što je identično kao i kod metoda GRUP i REKO,
- broj potomaka, podrazumevana vrednost je 100, što je identično kao i kod metoda GRUP i REKO,
- logička promenljiva sa kojom se vrši izbor između koma i plus strategije; podrazumevana vrednost je koma strategija pošto je Schwefel u [11] dokazao da je to uspešnija strategija,
- logička promenljiva sa kojom se vrši uključivanje ili isključivanje mogućnosti rotacije mutacionog hiperelipsoida,
- posle koliko izvršenih generacija se vrši provera kriterijuma konvergencije; podrazumevana vrednost je 1, odnosno, provera kriterijuma konvergencije se vrši posle svake generacije,
- definiše se tip genetskog operatora za svaki tip promenljivih parametara optimizacije. To znači da promenljivi konstruktivni parametri, koraci optimizacije (standardne devijacije) i uglovi rotacije mutacijonog hiperelipsoida mogu imati različite genetske operatore. Podrazumevana vrednost je svi promenljivi parametri optimizacije imaju isti genetski operator i to srednju rekombinaciju između parova svih roditelja,
- broj promenljivih koraka optimizacije (standardnih devijacija). Podrazumevana vrednost je da broj promenljivih koraka optimizacije bude jednak broju promenljivih konstruktivnih parametara. U nekim posebnim slučajevima, kao što je Schwefel pokazao u [11], moguće je smanjiti broj koraka optimizacije,
- minimalna vrednost za korak optimizacije (standardnu devijaciju) izražena je kao apsolutna i relativna veličina,
- minimalna vrednost razlike funkcija za ocenu optičkih sistema u jednoj generaciji izražena kao apsolutna ili relativna veličina,
- početna vrednost koraka optimizacije (standardne devijacije). Podrazumevana vrednost je 1,
- početna vrednost za uglove rotacije mutacionog hiperelipsoida. Podrazumevana vrednost je 0. Ove dve podrazumevane vrednosti su potpuno proizvoljne, ali zbog ugrađene samoadaptacije one veoma brzo dobijaju odgovarajuće vrednosti,
- maksimalan dozvoljeni broj generacija sa kojim se ograničava vreme optimizacije što je veći broj promenljivih konstruktivnih parametara u optimizaciji to je potrebno povećati broj dozvoljenih generacija.

Dijagram toka optimizacione metode višečlane evolucione strategije (μ, λ) ES – KORR je dat na sl.3. Budući da je metoda KORR samo dalje usavršvanje već opisanih metoda GRUP i REKO to je veći deo ovih metoda veoma sličan. Početak kod svih metoda evolucionih strategija je identičan i sastoji se iz:

- definisanja promenljivih parametara optimizacije koji su kod metode KORR značajno prošireni uvođenjem uglova rotacije i sastoje se iz:
  - promenljivih konstruktivnih parametara optičkog sistema (radijusa i rastojanja);
  - koraka optimizacije (standardnih devijacija) za svaki promenljivi konstruktivni parametar ponaosob;
  - uglova rotacije osa mutacionog hiperelipsoida.
- definisanja ulaznih podataka koji su potrebni da bi optimizaciona metoda mogla uspešno da radi;
- inicijalizacija potrebnih strategija u programu i generatora slučajnih brojeva;
- detaljna provera polaznog optičkog sistema – da li zadovoljava sve uslove da postane polazna tačka u optimizaciji ili se mora pristupiti pronalaženju polaznog optičkog sistema koji zadovoljava sve uslove.

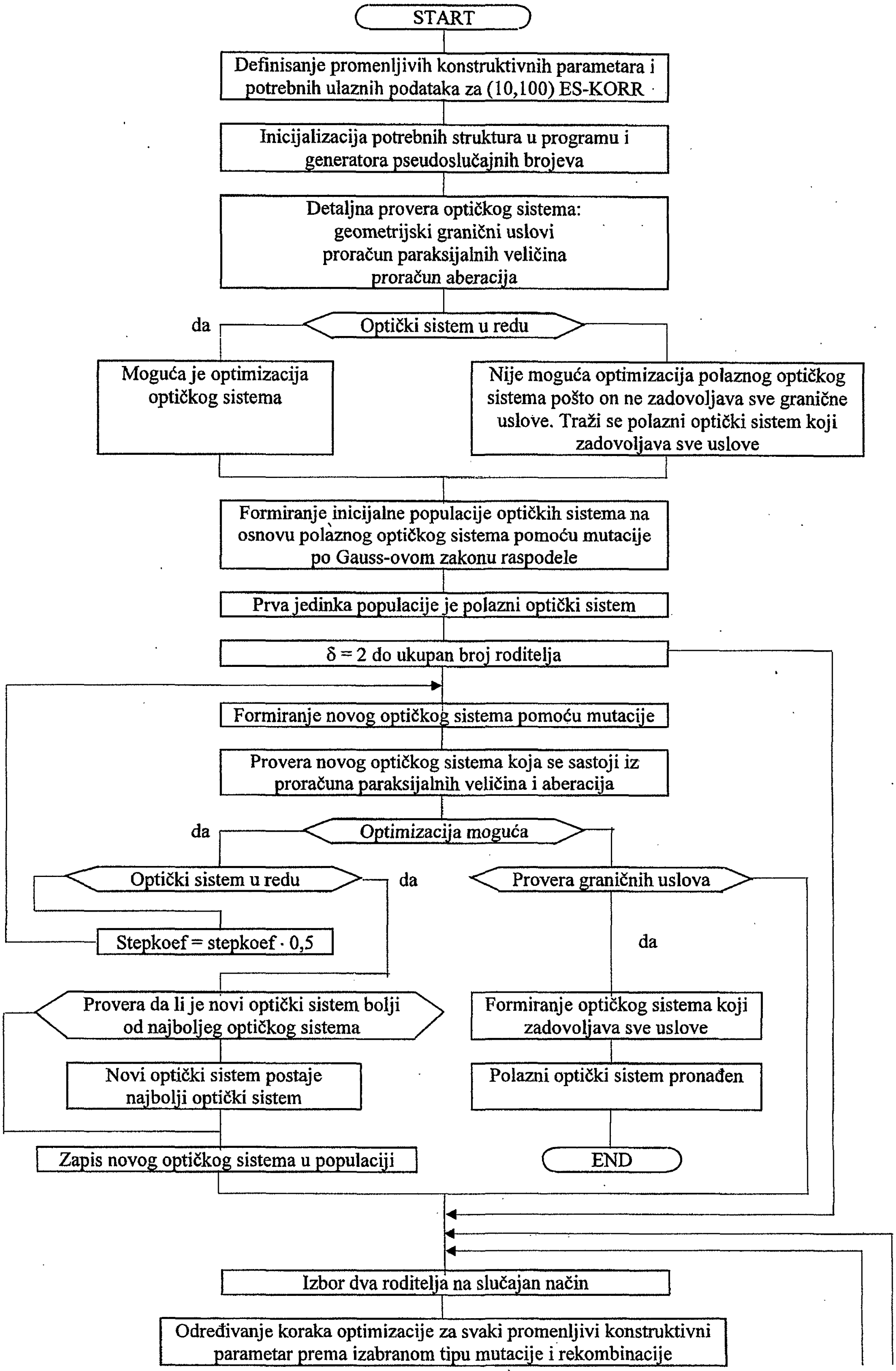
  Ona se sastoji iz:
  - provere geometrijskih graničnih uslova;
  - proračuna paraksijalnih veličina;
  - proračuna aberacija.

Ako optički sistem zadovoljava sve uslove, može se pristupiti optimizaciji tog optičkog sistema, odnosno minimizaciji funkcije za ocenu i aberacije. Ako optički sistem ne zadovoljava makar jedan od uslova, vrši se potraga za polaznim optičkim sistemom koji će da zadovolji sve uslove. Za to se koristi ista optimizaciona metoda, samo što se tada formira pomoćna funkcija za ocenu koja predstavlja veličinu odstupanja od graničnih uslova koja se minimizira, tj. teži se zadovoljenju svih graničnih uslova.

Kod svih višečlanih evolucionih strategija (GRUP, REKO i KORR) formira se inicijalna populacija optičkih sistema. Način formiranja te populacije je specifičan za svaku metodu. Kod metode KORR postoje pet različitih genetskih operatora koji omogućavaju veliku raznolikost u formiranju polazne populacije. Formiranje inicijalne populacije se vrši tako što se formira, pomoću odgovarajućih genetskih operatora, novi optički sistem i izvrši njegova provera. Ako optički sistem zadovolji sve postavljene uslove, on može da se zapiše u populaciju. Ako optički sistem ne zadovoljava makar jedan uslov, on se odbacuje i formira se novi optički sistem koji ima promenljive konstruktivne parametre po vrednosti bliže polaznom optičkom sistemu jer su standardne devijacije, odnosno koraci optimizacije za sve promenljive konstruktivne parametre, odgovarajuće smanjeni.

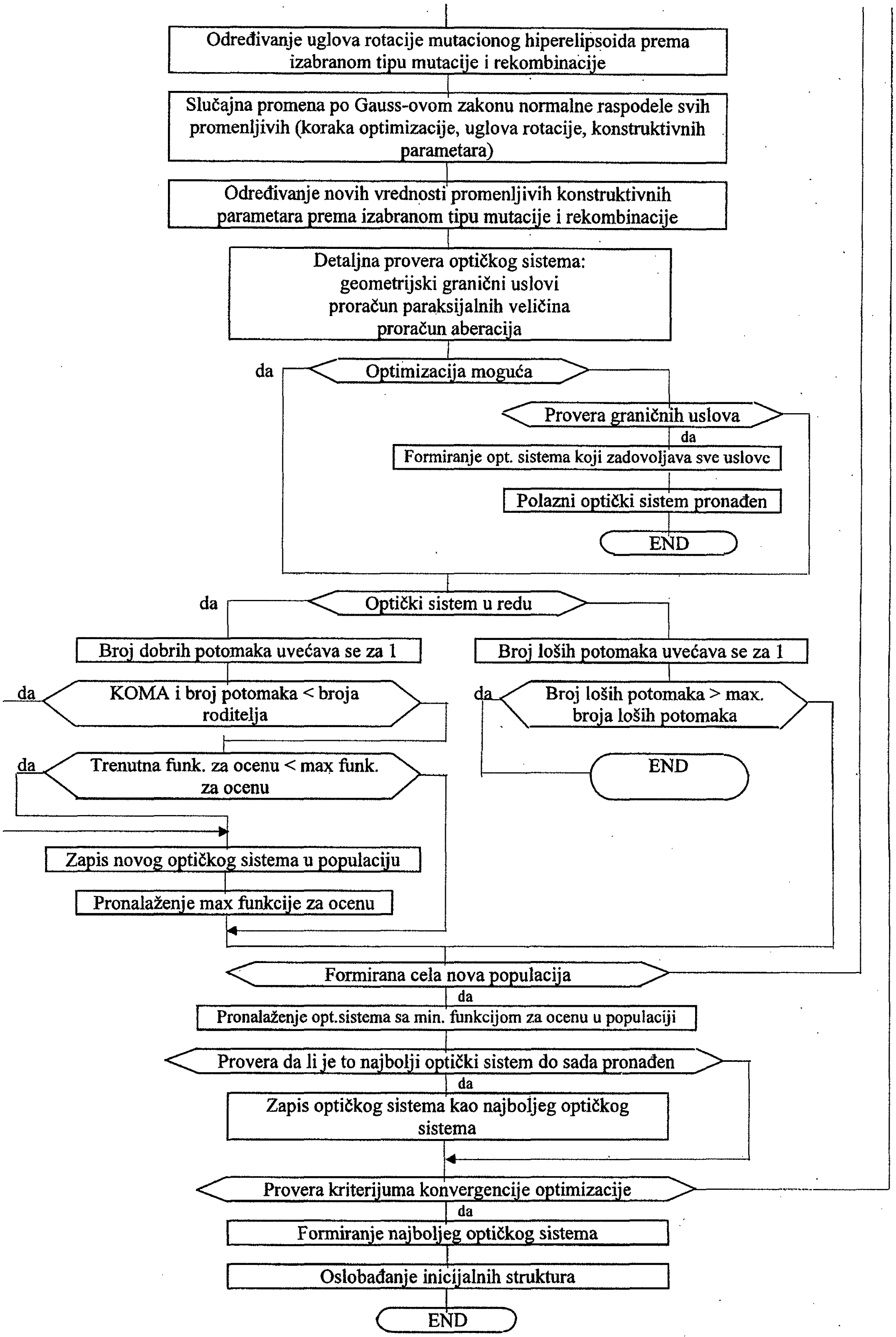
Kada se formira inicijalna populacija, može se konačno pristupiti procesu optimizacije. Najvažniji deo optimizacione metode je formiranje nove populacije optičkih sistema, koji je u metodi KORR mnogo složeniji nego u ostalim metodama. Da bi se formirao novi optički sistem potrebno je:

- na potpuno slučajan način izabrati dva optička sistema koji predstavljaju roditelje za formiranje novog optičkog sistema;



Slika 3. Dijagram toka optimizacije pomoću metoda (10,100) ES-KORR (dijagram se nastavlja na str.42)

(nastavak sa str.41)



Slika 3. Dijagram toka optimizacije pomoću metoda (10,100) ES-KORR

- na osnovu izabranog genetskog operatora određuje se vrednost koraka optimizacije (standardne devijacije) za svaki promenljivi konstruktivni parametar;
- ako je dozvoljena rotacija mutacionog hiperelipsoida, na osnovu izabranog genetskog operatora određuje se vrednost uglova rotacije mutacionog hiperelipsoida;
- na slučajan način po Gaussovom zakonu normalne raspodele promeniti sve promenljive parametre optimizacije (korake optimizacije, uglove rotacije i konstruktivne parametare);
- nove vrednosti promenljivih konstruktivnih parametara dobijaju se kao zbir između promenljivog dela konstruk-

tivnog parametra koji je dobijen mutacijom po Gaussovom zakonu normalne raspodele i fiksnog dela konstruktivnog parametra.

Nakon formiranja optičkog sistema pristupa se njegovoj detaljnoj proveri koja se sastoji iz:

- proračuna paraksijalnih veličina;
- proračuna šeme zraka;
- proračuna aberacija i funkcija za ocenu.

Posle detaljne provere optičkog sistema utvrđuje se da li optički sistem zadovoljava sve uslove. Ako ne zadovoljava, program će pokušati da formira novi optički sistem koji će da zadovolji sve uslove samo do određene granice posle čega će prijaviti da je isteklo vreme za pokušaje.

Ako optički sistem zadovoljava sve granične uslove, trebalo bi da se smesti u populaciju. Odluka da li će optički sistem biti zapisan u populaciju zavisi od tipa upotrebljene strategije (*koma* ili *plus*) i funkcije za ocenu samog optičkog sistema. To je zato što je broj potomaka znatno veći od broja roditelja; kao vid uštede memorije Schwefel je u [11] predložio da se u populaciju zapisuje samo onoliko najboljih potomaka koliko ima roditelja. To konkretno znači:

- ako se radi sa koma strategijom (u procesu selekcije učestvuju samo potomci), potomci se direktno zapisuju u populaciju sve dok se ne dostigne da je broj zapisanih potomaka jednak broju roditelja. Posle toga potomak se zapisuje u populaciju samo ako ima funkciju za ocenu manju od maksimalne funkcije za ocenu optičkog sistema iz populacije;
- ako se radi sa plus strategijom (u procesu selekcije učestvuju roditelji i potomci), nema direktnog zapisa optičkih sistema u populaciju jer ona nije prazna već je popunjena sa roditeljima. Novoformirani optički sistem se može zapisati u populaciju samo ako ima funkciju za ocenu manju od maksimalnne funkcije za ocenu optičkog sistema u populaciji. Tada taj novoformirani optički sistem u populaciji zamenjuje optički sistem sa maksimalnom funkcijom za ocenu.

Posle provere optičkih sistema utvrđuje se da li se vrši optimizacija polaznog optičkog sistema ili potraga za polaznim optičkim sistemom koji zadovoljava sve granične uslove.

Ako se pronađe optički sistem koji zadovoljava sve granične uslove, optimizaciju treba ponovo startovati sa tim novopronađenim optičkim sistemom kao polaznim optičkim sistemom i izvršiti minimizaciju funkcije za ocenu.

Kada se formira celokupna nova populacija, pronalazi se optički sistem sa najmanjom funkcijom za ocenu u datoj populaciji. Takav optički sistem poredi se sa do sada najboljim optičkim sistemom. Ako novi optički sistem ima manju funkciju za ocenu, on se proglašava za najbolji optički sistem.

Ciklus optimizacije se završava proverom kriterijuma konvergencije optimizacije, koji su identični kao kod metoda GRUP i REKO, pa se ovde neće opisivati. Optimizacija se završava pronalaskom najboljeg optičkog sistema i oslobađanjem svih inicijalnih struktura.

Zaključak

Prikazane su teorijske osnove i programsko rešenje evolucionih strategija kako dvočlanih tako i višečlanih primenjenih u optimizaciji optičkih sistema. U prvom delu rada je data detaljna matematička teorija evolucionih strategija. Obrađene su sve do sada poznate varijante evolucionih strategija:

dvočlane evolucione strategije varijanta EVOL;

višečlane evolucione strategije varijante GRUP, REKO i KORR.

U drugom delu rada je dat potpuni opis svih metoda iz grupe evolucionih strategija i njihove specifičnosti u vezi sa optimizacijom optičkih sistema. Za svaku metodu je dat dijagram toka programa.

Bitno je uočiti da su evolucione strategije potpuno nova matematička metoda zasnovana na analogiji sa prirodnim zakonima evolucije i da nude mogućnost pronalaska globalnog optimuma – u našem slučaju minimuma aberacija. To nije slučaj i sa klasičnim metodama optimizacije, kao što je metoda prigušenih najmanjih kvadrata, koje uvek pronalaze lokalni minimum.

Literatura

[1] ANTONIJEVIĆ;D. *Poboljšanje kvaliteta optičkih instrumenata za noćna i dnevna borbena dejstva optimalnom korekcijom aberacija optičkih sistema.* doktorska disertacija, Tehnička vojna akademija KoV, Zagreb 1980.

[2] VASILJEVIĆ;D. *Prilog optimizaciji projektovanja optičkih sistema pomoću mikroračunara.* magistarska teza, Univerzitet u Beogradu, 1990.

[3] VASILJEVIĆ;D. *Mogućnost primene genetskih algoritama u optimizaciji performansi simetričnih objektiva pasivnih nišanskih sprava.* doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, 1998.

[4] VASILJEVIĆ,D., GOLOBIČ;J. *Comparasion of the Classical Dumped Least Squares and Genetic Algorithm in the Optimization of the duoblet.* Proc. of the First Workshop on Soft Computig, Nagoya, Japan, August 1996, p. 200-204.

[5] VASILJEVIĆ,D., GOLOBIČ;J. *Analysis of Various Evolutionary Algorithms and Classical Dumped least Squares in the Optimization of the Doublet.* Proc. of the Second Workshop on Soft Computig, Bath, UK, June 1997.

[6] MITCHELL;M. *An Introduction To Genetic Algorithms.* MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA, 1996.

[7] HOLLAND;J. *Adaption in Natural and Artificial Systems.* MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA, 1992.

[8] GOLDBERG,D. *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning.* Addison Wesley, Reading, Massachusetts USA, 1989.

[9] DAVIS,L.ED. *Handbook of Genetic Algorithms.* Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

[10] MICHALEWICZ;Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs.* Springer-Verlag, Berlin, 1992.

[11] SCHWEFEL;H.P. *Evolution and Optimum Seeking.* John Wiley, New York, 1995.

[12] BÄCK,T. *Evolutionary Algorthms in Theory and Practise.* Oxford University Press, Oxford, 1996.

[13] FOGEL;D. *Evolutionary Computation - Toward a New Philosophy of Machine Intelligence.* IEEE Press, New York, 1995.

Rad primljen: 24.6.1998.god.