

Merenje položaja cilja u toku automatskog praćenja

Mr Nenad Dodić, dipl.inž.¹⁾

Opisuje se postupak merenja položaja cilja u toku automatskog praćenja, korišćenjem optičko-elektronskih senzora. Date su relacije za izračunavanje koordinata cilja na osnovu podataka koje daju senzori. Analiziraju se greške merenja i daju matematičke relacije za izračunavanje kovarijansne matrice grešaka merenja. Predlažu se postupci za sinhronizaciju merenja i ispitivanje validnosti rezultata merenja. Analizira se uticaj kvaliteta merenja na tačnost praćenja i daju zahtevi za merenje.

Ključne reči: Merenje, praćenje cilja, senzori, greške merenja, kovarijansna matrica.

Uvod

PRAĆENJEM cilja obuhvaćeni su sledeći procesi: usmeravanje senzora ka cilju, merenje položaja cilja i ocenjivanje veličina koje određuju trenutno kretanje cilja i omogućuju predviđanje njegovog budućeg položaja, sa zahtevanom tačnošću. Automatsko praćenje cilja odvija se bez neposrednog učešća čoveka, zahvaljujući opremi koja omogućuje da se detektuje cilj u prostoru. Automatsko praćenje omogućava sistemima upravljanja vatrom brzo i precizno otvaranje vatre po neprijateljskim borbenim sredstvima. Merenje položaja cilja podrazumeva merenje tri koordinate centra cilja, koje potpuno određuju njegovo mesto u prostoru. Veličine koje određuju kretanje cilja smatraju se veličinama stanja cilja i neophodne su za precizno predviđanje položaja cilja. Do ocena veličina stanja cilja dolazi se obradom izmerenih koordinata cilja u realnom vremenu.

Najbolje je rešeno automatsko praćenje ciljeva u vazduhu, s obzirom da se ti ciljevi lakše mogu uočiti, manja je verovatnoća da cilj u toku svog kretanja bude maskiran ili zaklonjen drugim objektom i manji je uticaj svetlosnih i elektromagnetskih smetnji („svetlucanje” okoline, radarski klater), nego u slučaju ciljeva na tlu ili vodi. U protivvazdušnoj odbrani prednost u primeni imaju optičko-elektronski senzori u odnosu na radarske, jer su jeftiniji, manjih dimenzija i masa, a teže se otkrivaju i ometaju. To su televizijska kamera, termovizijska kamera i laserski daljinomer. Njihovi osnovni nedostaci su relativno mali opseg daljina merenja, veća osetljivost na atmosferske prilike, a u slučaju TV-kamere i nemogućnost merenja položaja cilja noću. U nastavku rada će se razmatrati merenja položaja cilja u vazduhu i optoelektronski senzori.

Da bi se veličine stanja cilja valjano ocenile, neophodno je meriti koordinate cilja sa odgovarajućom učestalošću i tačnošću, kao i poznavati statističke karakteristike grešaka merenja. Potrebno je rešiti i niz drugih problema vezanih za proces merenja, kao što su: sinhronizacija senzora različitih brzina rada i odbacivanje merenja sa grubom greškom. U

nastavku će biti opisan postupak merenja položaja cilja korišćenjem optičko-elektronskog uređaja za praćenje. Nakon toga, razmatraće se navedeni problemi. Daće se i matematičke relacije vezane za proces merenja, a neophodne su za realizaciju praćenja cilja upotrebom Kalmanovog filtra.

Postupak merenja položaja cilja

Uređaj za praćenje (nišana sprava) poseduje servosisteme koji usmeravaju optičku osu senzora (kamera, laserski daljinomer) ka cilju, bilo da se sami senzori rotiraju, bilo da se pokretnim ogledalom skreće svetlosni snop koji dolazi do senzora. Položaj cilja meri se na sledeći način: ugrađeni davači mere uglove azimuta (β_s) i elevacije (α_s) nosača senzora, tj. optičke ose kamere (TV, termovizijske) i laserskog daljinomera (njihove ose su paralelne). Ako se uređaj za praćenje nalazi na obrtnoj platformi oruđa, izmereni ugao cilja y_β je zbir merenog ugla platforme topa i ugla optičke ose u odnosu na tu platformu. Obradom TV-slike određuju se uglovi azimuta ($y_{\Delta\beta}$) i elevacije ($y_{\Delta\alpha}$) cilja u odnosu na optičku osu senzora. Izmereni uglovi azimuta i elevacije cilja su:

$$y_\beta = y_{\beta s} + y_{\Delta\beta}, \quad y_\alpha = y_{\alpha s} + y_{\Delta\alpha} \quad (1)$$

Daljinu cilja (d) meri laserski daljinomer. Vrednosti y_β , y_α , y_d predstavljaju izmerene sferne koordinate cilja. Njihovom transformacijom iz sfernog u desni pravougli Dekartov koordinatni sistem, vezan za šasiju borbenog sredstva na koje je ugrađen uređaj za praćenje, dobijaju se merene pravouglo koordinatne cilja:

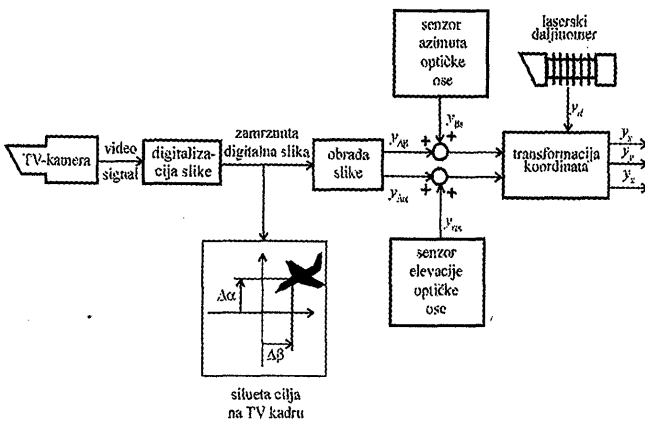
$$y_x = y_d \cos y_\alpha \cos y_\beta \quad (2)$$

$$y_y = y_d \cos y_\alpha \sin y_\beta \quad (3)$$

$$y_z = y_d \sin y_\alpha \quad (4)$$

¹⁾ Vojnotehnički institut VJ, 11000 Beograd, Katanićeva 15

Postupak merenja položaja cilja šematski je prikazan na sl.1.



Slika 1. Merenje položaja cilja u automatskom optičko-elektronskom uređaju za praćenje

Ako se cilj prati sa vozila u pokretu, izmerene pravouglove koordinate y_x, y_y, y_z moraju da se transformišu u inercijalni koordinatni sistem. Neka je $O_{in}x_{in}y_{in}z_{in}$ inercijalni koordinatni sistem i neka je koordinatni sistem $Oxyz$ vezan za vozilo. On se dobija rotacijom $O_{in}x_{in}y_{in}z_{in}$ oko z_{in} -ose za ugao skretanja ψ_{in} , rotacijom oko novodobijene y_{in}^1 -ose za ugao nagiba θ_{in} , zatim rotacijom oko novodobijene x_{in}^2 -ose za ugao valjanja vozila ϕ_{in} i na kraju translacijom za vektor položaja vozila u inercijalnom koordinatnom sistemu $\Delta \vec{r}_{in} : (\Delta x_{in}, \Delta y_{in}, \Delta z_{in})$. Merene koordinate cilja u inercijalnom koordinatnom sistemu se dobijaju transformacijom merenih koordinata y_x, y_y, y_z iz koordinatnog sistema vezanog za vozilo u inercijalni koordinatni sistem:

$$\begin{pmatrix} y_{xin} \\ y_{yin} \\ y_{zin} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{voz-in} \begin{pmatrix} y_x \\ y_y \\ y_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x_{in} \\ \Delta y_{in} \\ \Delta z_{in} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Matrica transformacije iz koordinatnog sistema vezanog za vozilo u inercijalni koordinatni sistem je:

$$\mathbf{T}_{voz-in} = \begin{pmatrix} \cos \psi_{in} \cos \theta_{in} & \sin \psi_{in} \cos \theta_{in} & -\sin \theta_{in} \\ \sin \phi_{in} \cos \psi_{in} \sin \theta_{in} - \cos \phi_{in} \sin \psi_{in} & \sin \phi_{in} \sin \psi_{in} \sin \theta_{in} + \cos \phi_{in} \cos \psi_{in} & \sin \phi_{in} \cos \theta_{in} \\ \cos \phi_{in} \cos \psi_{in} \sin \theta_{in} + \sin \phi_{in} \sin \psi_{in} & \cos \phi_{in} \sin \psi_{in} \sin \theta_{in} - \sin \phi_{in} \cos \psi_{in} & \cos \phi_{in} \cos \theta_{in} \end{pmatrix}^T \quad (6)$$

gde T označava transpoziciju matrice. Ako se vozilo sa koga se cilj prati kreće, ocenjivanje veličina stanja cilja mora se vršiti korišćenjem $y_{xin}, y_{yin}, z_{zin}$ umesto y_x, y_y, y_z , inače će algoritmu praćenja (zbog oscilovanja prostorne orijentacije vozila) "izgledati" kao da cilj osciluje sa ogromnim amplitudama i ubrzanjima. Ove oscilacije su slučajni proces, tj. ne mogu se precizno matematički modelirati, tako da je precizno predviđanje položaja cilja bez informacija o kretanju vozila nemoguće.

Uglovi $\psi_{in}, \theta_{in}, \phi_{in}$ se dobijaju precizno obradom signala sa žiroskopa. Merenje translacije vozila, tj. određivanje $\Delta x_{in}, \Delta y_{in}, \Delta z_{in}$ s preciznošću jednakoj preciznosti merenja y_x, y_y, y_z predstavlja veliki tehnički problem. Primera radi, senzori uređaja za praćenje mere koordinate cilja s greškom od nekoliko metara, a uređaji za satelitsku navigaciju borbenih vozila daju koordinate vozilo s tačnošću od oko dvadeset metara. Da bi se problem određivanja koordinata vo-

zila izbegao, može se pretpostaviti da je translatorno kretanje vozila uniformno, odnosno da se koordinatni početak inercijalnog koordinatnog sistema može vezati za vozilo. Ovo, praktično, znači da ubrzanje translatornog kretanja vozila mora biti mnogo manje od prosečnog ubrzanja cilja koji izvodi borbeni manevar. U tom slučaju je:

$$\Delta x_{in} \equiv \Delta y_{in} \equiv \Delta z_{in} \equiv 0 \quad (7)$$

Rotaciono kretanje vozila, koje nije kruto oslonjeno o podlogu, javlja se zbog neravnina terena po kome se ono kreće, zbog delovanja momenta sile pri opaljenju topa ili zbog promene pravca kretanja i mora se uzeti u obzir. Ako je osnova uređaja za praćenje nepokretna, za praćenje se mogu koristiti merenja y_x, y_y, y_z .

Merenje uglova nosača senzora

Uglovi azimuta i elevacije nosača senzora se mere preciznim digitalnim ili analognim davačima. Od digitalnih davača najpogodniji su apsolutni optički enkoderni, koji preko odgovarajućih bafera i veza, računaru šalju vrednosti uglova u binarnom obliku. Njihovom konverzijom u realne brojeve i odgovarajućim skaliranjem dobijaju se y_{β} i y_{α} . Apsolutni enkoderni obično sadrže i filtre. Od analognih davača uglova najpogodniji su razlagači (rezolverti), sa odgovarajućim modulatorima, demodulatorima i filterima. Svaki razlagač, preko demodulatora i filtra, šalje informaciju o uglu u obliku dva naponska signala proporcionalna sinus i kosinusu tog ugla ($U_{\sin \beta}, U_{\cos \beta}$, odnosno $U_{\sin \alpha}, U_{\cos \alpha}$). Ove informacije se preko A/D konvertora prosleđuju računaru.

Merenje daljine cilja

Laserski daljinomer šalje kratak impuls svetlosti prema cilju, meri vreme između emisije laserskog zraka i prijema reflektovanog laserskog zraka i taj podatak, u binarnom obliku, šalje računaru preko odgovarajućeg međusklopa (interfejsa). Odgovarajućim skaliranjem ovog podatka, dobija se merena daljina cilja. Ukoliko postoje dva bliska cilja ili se, u okolini linije laser-cilj, nalazi oblak ili neki objekat na zemlji, moguće je da se, pored impulsa od cilja koji se prati,

detektuju i impulsi od drugih objekata. Zato je preporučljivo da se laserska elektronika konstruiše tako da, osim za prvi vraćeni impuls, meri vreme i za drugi, pa čak i treći vraćeni impuls. U tom slučaju se, umesto jednog vremena, računaru šalju sva izmerena vremena. Primljeni podatak, odnosno podaci, se konvertuju u realne brojeve i skaliraju. Dobijene daljine se porede sa predviđenom daljinom cilja \hat{d} za posmatrani trenutak merenja i usvaja izmerena daljina y_d , koja najmanje odstupa od predviđene, s tim da ovo odstupanje bude manje od dozvoljenog: $|\hat{d} - y_d| < \Delta d_s$.

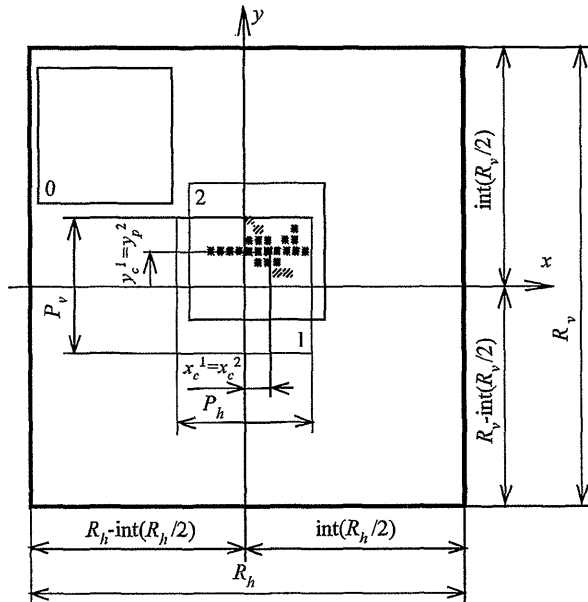
Merenje relativnih uglova cilja i obrada TV-slike

Biće opisano jedno od mogućih rešenja obrade video-signala koji daje kamera za crno-belu sliku. Iz signala U , koji dolazi iz TV-kamere eliminiše se "nivo crnog", neiskorišćeni noseći deo signala, dobijeni signal se pojačava i filtri-

ra, a zatim se vrši analogno-digitalna (A/D) konverzija i konvertovane vrednosti smeštaju u memoriju. Kod sistema sa "isprepletanom skeniranjem" (interlaced scanning), prvi deo video signala sadrži informacije o neparnim horizontalnim linijama TV-slike (svaka druga linija) - prva poluslika, a zatim o parnim horizontalnim linijama - druga poluslika. Poluslike su pomerene po vertikali za jednu liniju i zajedno formiraju sliku visoke rezolucije.

Digitalna slika je matrica formata $R_h \times R_v$ (sl.2), gde svaki element predstavlja osvetljenost s_{xy} slikovne tačke (piksela) s koordinatama (x, y) :

$$x \in \{\text{int}(R_h/2) - R_h, \text{int}(R_h/2)\}, y \in \{\text{int}(R_v/2) - R_v, \text{int}(R_v/2)\}$$



Slika 2. Digitalna slika

Ako je A/D konvertor osmobitni, onda se registruje 256 nivoa osvetljenosti: $s_{xy} \in (0, 255)$. Nakon memorisanja digitalizovane slike, vrši se dalja obrada radi detekcije cilja i određivanja njegovih koordinata (x_c, y_c) u slikovnom koordinatnom sistemu.

S obzirom da je matrica osvetljenosti velika, obrada podataka se vrši u podmatrici - prozoru formata $P_h \times P_v$. U trenutku kada se cilj koji se prati nađe u blizini centra slike, operator to signalizira procesoru slike, npr. pritiskom određenog prekidača ili procesor slike to automatski detektuje analizom kontrasta u okolini centra slike, a operator samo potvrđuje da je cilj zaista detektovan. Tada procesor slike određuje srednju vrednost osvetljenosti za neki prozor van centra slike (npr. prozor 0, sl.2) i za prozor u centru slike (prozor 1, sl.2). Poređenjem ovih vrednosti se utvrđuje da li je cilj svetliji ili tamniji od pozadine, a analizom piksela (slikovnih tačaka) centralnog prozora utvrđuju granice osvetljenosti za prepoznavanje cilja.

Za određivanje položaja cilja u odnosu na centar slike postoje različite metode [2]. Najčešće se koristi centroidna metoda: skup piksela čija osvetljenost odgovara cilju (tj. nalazi se unutar dozvoljenih granica koje mogu da se menjaju prilagođavajući se promenama osvetljenosti cilja) formira geometrijsku sliku; izračunavaju se koordinate geometrijskog centra te slike (x_c, y_c) i one predstavljaju koordinate centra cilja u koordinatnom sistemu TV-slike (mere se brojem piksela). Zatim se prozor pomera tako da mu centar (x_p, y_p) bude u tački (x_c, y_c) . Ponavljanje ovog postupka predstavlja praćenje cilja na nivou TV-slike.

Problem nastaje ako se ne detektuje postojanje cilja u prozoru. U tom slučaju prozor treba da nastavi da se kreće u skladu sa predviđenim kretanjem cilja, tj. prozor se postavlja u tačku s koordinatama:

$$x_p = \text{int}[(\arctg \frac{\hat{y}}{\hat{x}} - \beta_s) / K_{k\beta}] \quad (8)$$

$$y_p = \text{int}[(\arctg \frac{\hat{z}}{\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}} - \alpha_s) / K_{k\alpha}] \quad (9)$$

Funkcija "int" zaokružuje vrednost argumenta na ceo broj. Koeficijenti proporcionalnosti (skal-faktori) $K_{k\alpha}$ i $K_{k\beta}$ su promenljivi, ako kamera ima optiku sa promenljivim uvećanjem. Oni se menjaju u skladu sa uvećanjem kamere. $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ su predikcije koordinata cilja za trenutak merenja.

Mereni uglovi azimuta i elevacije cilja u odnosu na optičku osu kamere su:

$$y_{\Delta\beta} = K_{k\beta} x_c, \quad y_{\Delta\alpha} = K_{k\alpha} y_c \quad (10)$$

TV-kamera, po evropskom standardu, generiše po jednu kompletnu sliku svake 0,04 sekunde, tj. po jednu polusliku svake 0,02 sekunde. Da bi se uštedelo na vremenu, memorisanje slike i obrada slike se vrše paralelno. Postoje dve memorijske jedinice za pamćenje slike. Dok se prva memorija puni, procesor slike analizira sliku iz druge, prethodno napunjene memorije. U sledećem ciklusu se puni druga memorija a analizira sliku iz prve. Ukoliko proces punjenja memorija traje 0,02 sekunde (memoriše se jedna poluslika), a procesiranje manje od 0,02 sekunde, onda ukupno kašnjenje merenja $\Delta\beta, \Delta\alpha$ iznosi do 0,04 sekunde. Druga je mogućnost da memorisanje slike traje 0,04 sekunde (pamti se cela slika). U tom slučaju je kašnjenje merenja relativnih uglova do 0,08 sekundi. Ovom kašnjenju treba dodati i trajanje procesa ocenjivanja veličina stanja cilja. Ukupno kašnjenje se mora uzeti u obzir prilikom predikcije položaja cilja.

Moguće je i rešenje procesiranja slike bez memorisanja cele slike. U tom slučaju se obrađuje piksel po piksel - onim redosledom kojim stižu brojevine vrednosti osvetljenosti piksela iz A/D konvertora. Jedno takvo rešenje prikazano je u [2]. U tom slučaju obrada poluslike i izračunavanje x_c, y_c traje samo 0,02 sekunde. Nedostatak ovakvog pristupa je što ograničava način obrade slike, jer pristup pikselima mora biti sekvencijalan.

Postupak obrade video-signala koji daje termovizijska kamera je isti kao u slučaju TV-kamere. Jedino se razlikuju vrednosti kontrasta koji odgovaraju cilju.

Greške merenja

Merenje pravouglanih koordinata cilja x, y, z vrši se posredno - transformacijom merenja sfernih koordinata β, α, d . Zato su šumovi sadržani u y_x, y_y, y_z međusobno korelisani.

Pretpostavka 1: greške (šumovi) merenja $v_{\alpha_s}, v_{\beta_s}, v_{d_{\alpha s}}, v_{d_{\beta s}}, v_d$ veličina $\alpha_s, \beta_s, \Delta\alpha, \Delta\beta, d$ su aditivni (aditivnost: ako je x veličina koja se meri, a v_x šum, onda je $y_x = x + v_x$).

S obzirom na pretpostavku 1, za greške merenja v_{β}, v_{α} veličina α, β važi:

$$v_{\beta} = v_{\beta_s} + v_{\Delta\beta}, \quad v_{\alpha} = v_{\alpha_s} + v_{\Delta\alpha} \quad (11)$$

Pretpostavka 2: davači uglova, kamere (TV i termovizijska) i laserski daljinomer su izbaždareni i rektifikovani, tako da srednje vrednosti grešaka merenja koordinata cilja budu jednake nuli, odnosno da su matematička očekivanja svih merenih veličina jednaka tačnim vrednostima tih veličina.

Određena odstupanja od pretpostavke 1 su prihvatljiva, ali ona moraju biti zanemarljiva. Ako to nije ispunjeno, ocene položaja cilja biće pristrasne - imaće sistematsku grešku.

Pretpostavka 3: procesi merenja uglova i daljine cilja su nezavisni, pa se pretpostavlja da su šumovi (greške) merenja $v_{\alpha s}$, $v_{\beta s}$, $v_{\Delta\alpha s}$, $v_{\Delta\beta s}$, v_d međusobno nekorelisani.

S obzirom da su senzori za merenje veličina α_s , β_s , $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, d fizički odvojeni, pretpostavka 3 se može smatrati opravdanom. S obzirom na (11) i pretpostavke 2 i 3, varijanse šumova v_{β} , v_{α} se izračunavaju kao:

$$\sigma_{\beta}^2 = \sigma_{\beta s}^2 + \sigma_{\Delta\beta}^2 \quad (12)$$

$$\sigma_{\alpha}^2 = \sigma_{\alpha s}^2 + \sigma_{\Delta\alpha}^2 \quad (13)$$

Pretpostavka 4: standardne (srednjekvadratne) greške određivanja slikovnih koordinata centra cilja $\sigma_{x_c}(t)$, $\sigma_{y_c}(t)$ rastu obrnuto srazmerno daljini cilja d .

Kada je cilj dovoljno daleko, njegova silueta na TV-slici je veličine svega jednog piksela (slikovne tačke), pa greška određivanja koordinata centra cilja na slici praktično nema. Kada se cilj približava, povećava se silueta cilja na TV-slici (obrnuto srazmerno daljini cilja), a time i broj slikovnih tačaka čija osvetljenost može biti u dozvoljenim granicama, tj. za koje se smatra da pripadaju cilju. S obzirom da se, zbog svetlosnih fenomena ("svetlucanje" zbog uticaja atmosfere, različiti uglovi refleksije svetlosti od cilja), menja osvetljenost tačaka koje pripadaju silueti cilja, jasno je da s povećanjem siluete rastu greške određivanja položaja centra cilja, što opravdava uvođenje pretpostavke 4. Vršena su određena statistička ispitivanja postupka obrade TV slike, koja potvrđuju ovu pretpostavku.

S obzirom na pretpostavku 4, zavisnosti varijansi $\sigma_{\Delta\alpha}^2$, $\sigma_{\Delta\beta}^2$ veličina $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ od daljine se aproksimiraju sledećim izrazima:

$$\sigma_{\Delta\beta}^2 = \frac{\sigma_{\Delta\beta[m]}^2}{d^2}, \quad \sigma_{\Delta\alpha}^2 = \frac{\sigma_{\Delta\alpha[m]}^2}{d^2}$$

gde su $\sigma_{\Delta\beta[m]}$, $\sigma_{\Delta\alpha[m]}$ - konstante izražene u metrima.

Pretpostavka 5: sve greške merenja su beli šumovi.

Kao što je poznato, beli šum ima neograničeni frekventni spektar i nije vremenski korelisani [3]. Ako pretpostavka 5 važi, znači da vrednosti grešaka merenja u posmatranom trenutku ne zavise od vrednosti grešaka u prethodnim trenucima. Laserski daljinomer, televizijska i termovizijska kamera, kao i davači uglova optičke ose (enkoderi, razlagачи) su senzori kod kojih, praktično, nema dinamičkog kašnjenja. Uglovi optičke ose senzora pre uvođenja u računar se filtriraju. Filtar uvodi dinamičko kašnjenje, odnosno ograničava frekventni opseg merenih uglova, ali su vremenske konstante ovih filtara za nekoliko redova veličina manje od vremenskih konstanti glavnog procesa, a to je kretanje cilja. Ovo znači da je, sa stanovišta praćenja, opravdana pretpostavka 5.

S obzirom da su, prema pretpostavkama 3 i 5, šumovi v_{β} , v_{α} , v_d međusobno nekorelisani i vremenski nekorelisani važi:

$$E[v_{\beta}(t_1)v_{\alpha}(t_2)] \equiv 0, \quad E[v_{\beta}(t_1)v_d(t_2)] \equiv 0$$

$$E[v_d(t_1)v_{\alpha}(t_2)] \equiv 0, \quad t_1, t_2 \in \mathfrak{R}$$

$$E[v_{\beta}(t_1)v_{\beta}(t_2)] \equiv 0, \quad E[v_{\alpha}(t_1)v_{\alpha}(t_2)] \equiv 0$$

$$E[v_d(t_1)v_d(t_2)] \equiv 0, \quad t_1 \neq t_2$$

gde su: E - matematičko očekivanje, a \mathfrak{R} - skup realnih brojeva.

Kako svi savremeni sistemi za praćenje i upravljanje vatrom koriste digitalne računare, sve merene veličine su kvantovane po nivou: slikovne koordinate cilja zbog ograničene brzine A/D konvertora video-signala, kao i ograničene memorije procesora slike, daljina cilja zbog ograničene brzine laserskog brojača, a uglovi nosača senzora bilo zato što mere digitalnim davačima (enkoderima), bilo zato što se vrednosti izmerene analognim davačima (npr. razlagачима) konvertuju u brojeve ograničenog brojnog opsega (A/D konverzija). Kvantovanje veličine u , sa kvantom Δu , predstavlja zaokrugljivanje te veličine na diskretnu vrednost: $j\Delta u$, $j = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, koja je manja ili veća od u , zavisno od načina kvantovanja.

Neka je $j\Delta u$ kvantovana vrednost veličine u . Znači da je veličina u u granicama $[j\Delta u, (j+1)\Delta u[$, ako se zaokrugljivanje vrši na prvu manju, odnosno $[(j-1)\Delta u, j\Delta u[$, ako se zaokrugljivanje vrši na prvu veću vrednost. Ukoliko veličina u ima Gausovu raspodelu, matematičko očekivanje greške kvantovanja je približno $\Delta u/2$ u prvom, odnosno $-\Delta u/2$ u drugom slučaju. Ova tvrdnja je proverena računarskom simulacijom procesa merenja i praćenja. Zato, da bi matematičko očekivanje merenja y_u veličine u bilo približno jednako stvarnoj vrednosti te veličine, potrebno je izvršiti sledeću korekciju merenja y_u :

$$y_u \rightarrow y_u \pm \frac{\Delta u}{2}$$

gde se znak "+" koristi kada se zaokrugljivanje vrši na prvu manju vrednost, a "-" kada se zaokrugljuje na prvu veću vrednost. Veličina kvanta određene veličine ne bi trebalo da bude veća od standardne greške merenja te veličine da se ne bi značajnije degradirala tačnost korišćenog mernog senzora. U tom slučaju, greške kvantovanja nemaju značajan uticaj na varijanse grešaka merenja, pa se pri računanju varijansi greške kvantovanja ne moraju uzimati u obzir.

U nastavku rada će se odrediti varijanse grešaka (šumova) merenja pravouglanih koordinata cilja. Varijansa greške merenja x -koordinate je:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= E[v_x^2] = E[y_x^2] - x^2 = E[y_d \cos \gamma_{\alpha} \cos \gamma_{\beta}]^2 - x^2 = \\ &= E[(d+v_d) \cos(\alpha + v_{\alpha}) \cos(\beta + v_{\beta})]^2 - x^2 \end{aligned}$$

Razvijanjem trigonometrijskih funkcija, imajući u vidu da su v_{β} , v_{α} male vrednosti, tj.

$$\sin v_{\beta} \approx v_{\beta}, \quad \cos v_{\beta} \approx 1, \quad \sin v_{\alpha} \approx v_{\alpha}, \quad \cos v_{\alpha} \approx 1$$

dobija se:

$$\sigma_x^2 = E\{(d+v_d)(\cos \alpha - v_{\alpha} \sin \alpha)(\cos \beta - v_{\beta} \sin \beta)\}^2 - x^2$$

Imajući u vidu da je, prema pretpostavkama 2 i 3:

$$\begin{aligned} E[v_{\alpha}] &= 0, \quad E[v_{\beta}] = 0, \quad E[v_d] = 0, \\ E[v_{\alpha}v_{\beta}] &= 0, \quad E[v_{\alpha}v_d] = 0, \quad E[v_{\beta}v_d] = 0 \end{aligned}$$

kao i da je:

$$x = d \cos \alpha \cos \beta, \quad y = d \cos \alpha \sin \beta, \quad z = d \sin \alpha$$

sledi:

$$\sigma_x^2 = \sigma_d^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + y^2 \sigma_{\beta}^2 + z^2 \sigma_{\alpha}^2 \cos^2 \beta = r_{11} \quad (14)$$

Na sličan način dobija se:

$$\sigma_y^2 = \sigma_d^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \sigma_\beta^2 x^2 + z^2 \sigma_\alpha^2 \sin^2 \beta = r_{22} \quad (15)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_d^2 \sin^2 \alpha + r^2 \sigma_\alpha^2 = r_{33} \quad (16)$$

$$\sigma_{xy} = -xy \sigma_\beta^2 + z^2 \sigma_\alpha^2 \sin \beta \cos \beta + \sigma_d^2 \cos^2 \alpha \cos \beta \sin \beta = r_{12} = r_{21} \quad (17)$$

$$\sigma_{xz} = -zr \sigma_\alpha^2 \cos \beta + \sigma_d^2 \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta = r_{13} = r_{31} \quad (18)$$

$$\sigma_{yz} = -zr \sigma_\alpha^2 \sin \beta + \sigma_d^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta = r_{23} = r_{32} \quad (19)$$

gde su: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $d = \sqrt{r^2 + z^2}$

Treba primetiti da su šumovi $v_x(t)$, $v_y(t)$ i $v_z(t)$ takođe beli, multog matematičkog očekivanja. Oni su međusobno korelisani, iako su šumovi $v_\beta(t)$, $v_\alpha(t)$ i $v_d(t)$ međusobno nekorelisani. Vrednosti $v_x(t_1)$ i $v_x(t_2)$, $t_1 \neq t_2$ međutim, nisu međusobno korelisane, kao ni $v_x(t_1)$ i $v_y(t_2)$ itd, odnosno ne postoji vremenska korelacija šumova.

Merene koordinate cilja formiraju vektor merenja:

$$\mathbf{y} = (y_x \ y_y \ y_z)^T = (y_1 \ y_2 \ y_3)^T \quad (20)$$

Šumovi merenja v_x , v_y i v_z formiraju vektor greške (šuma) merenja:

$$\mathbf{v} = (v_x \ v_y \ v_z)^T = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T \quad (21)$$

Korišćenjem prethodnih izraza izračunava se kovarijansna matrica greške merenja:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (22)$$

Vektor izmerenih pravouglanih koordinata u inercijalnom koordinatnom sistemu je:

$$\mathbf{y}_{in} = (y_{xin} \ y_{yin} \ y_{zin})^T = (y_{1,in} \ y_{2,in} \ y_{3,in})^T$$

Uz pretpostavku da važi (7), y_{in} se dobija transformacijom vektora \mathbf{y} :

$$\mathbf{y}_{in} = \mathbf{T}_{voz-in} \mathbf{y}$$

Njegova kovarijansna matrica je:

$$\mathbf{R}_{in} = E[\mathbf{v}_{in} \mathbf{v}_{in}^T] = E[\mathbf{T}_{voz-in} \mathbf{v} \mathbf{v}^T \mathbf{T}_{voz-in}^T] = \mathbf{T}_{voz-in} \mathbf{R} \mathbf{T}_{voz-in}^T$$

Formiranje vektora merenja i kovarijansne matrice greške merenja je neophodno za realizaciju automatskog praćenja primenom Kalmanovog filtra.

Pored navedenih pretpostavki, obično se uvodi i sledeća pretpostavka:

Pretpostavka 6: svi šumovi merenja su Gausovi, odnosno imaju normalnu raspodelu.

Opravljanje za ovu pretpostavku dao je Kalman [4]: u tehničkim sistemima po pravilu se posmatraju makroskopske pojave, pa se i šumovi merenja mogu smatrati makroskopskim slučajnim procesima nastalim superpozicijom (sabirom) velikog boja nezavisnih mikroskopskih slučajnih

procesu. U tom slučaju, ma kakvu raspodelu imali mikroskopski procesi, rezultujući makroskopski proces, prema centralnoj graničnoj teoremi [5], imaće normalnu raspodelu, tj. biće Gausov. Zato je uobičajeno da se šumovi u tehničkim sistemima smatraju Gausovim. Ukoliko neki od šumova procesa i merenja nije beli (već obojeni), može se sintetizovati filter za uobličavanje signala [3], koji daje šum željenog frekventnog spektra kada je njegov ulaz beli šum. Obojeni šum se umeće u vektor stanja, a ulazni beli šum u vektor šuma sistema.

Ako važe pretpostavke 2, 5 i 6, ako su poznate tačne vrednosti varijansi grešaka merenja i ako referentni model cilja tačno opisuje kretanje cilja, ocene stanja cilja koje daje Kalmanov filter biće optimalne.

Sinhronizacija merenja

Brzina rada pojedinih senzora za merenja položaja cilja može biti različita. Po evropskom standardu (CCIR), TV-kamere skeniraju sliku s učestalošću od $f_k=25$ Hz, tj. svakih $\Delta t_k=0,04$ s dobija se jedna slika (kadar). Kod sistema s preplitanjem linija (engl. interlaced scanning) slika se sastoji od dve poluslike. Učestalost poluslike je $f_k=50$ Hz, odnosno period odabiranja je $\Delta t_k=0,02$ s. Za dobijanje uglova cilja u odnosu na optičku osu kamere ($\Delta\beta$, $\Delta\alpha$) mogu se koristiti cele slike ili svaka druga poluslika – u oba slučaja period merenja $\Delta\beta$, $\Delta\alpha$ je $\Delta t_k=0,04$ s. Drugo rešenje je da se uglovi $\Delta\beta$, $\Delta\alpha$ dobijaju obradom svake poluslike i tada je period merenja $\Delta\beta$, $\Delta\alpha$ jednak $\Delta t_k=0,02$ s.

Za period odabiranja sistema zato je pogodno izabrati $\Delta t=0,04$ s, što obezbeđuje precizno praćenje ili – ako se želi maksimalna preciznost – $\Delta t=0,02$ s.

Laserski daljinomeri obično imaju maksimalnu učestalost merenja daljine $f_{L,max}$ između 5 i 20 Hz, mada ona može biti i veća. S obzirom da cena daljinomera izrazito raste s povećanjem učestalosti preko 20 Hz, valja razmotriti rad sa laserima koji mere s učestalošću manjom od učestalosti kamere, tj. $f_{L,max} < f_k$, tj. $\Delta t_{L,min} = 1/f_{L,max} > \Delta t_k = \Delta t$. Tu postoje dva rešenja:

– usvaja se period merenja daljine $\Delta t_L = L\Delta t$, gde je $L \in \{2,3,4,\dots\}$ i merenje daljine se odvija sinhronizovano sa radom kamere,

– usvaja se minimalni period merenja daljine $\Delta t_L = \Delta t_{L,min}$ i merenje daljine se obavlja asinhrono u odnosu na kameru.

Neka se trenuci odabiranja $t_k = k\Delta t$ poklapaju sa sinhronizacionim pulsevima kamere. Neka je t_L trenutak kada je izmerena daljina cilja najbliži trenutku $k\Delta t$. Merena daljina $y_d(k\Delta t)$, svedena na trenutak odabiranja, može se dobiti na sledeći način:

$$y_d(k\Delta t) = y_d(t_L) - (t_L - k\Delta t) \hat{d}(k\Delta t) \quad (23)$$

gde je \hat{d} – projekcija ocene vektora brzine cilja na liniju senzori-cilj, tzv. *radijalna brzina*. Izraz (23) omogućava da se y_d dobije i u trenucima $k\Delta t$ koji predstavljaju međuperiode između dve emisije laserskog zraka, kod prvog rešenja merenja daljine, kao i u trenucima $k\Delta t$ kada je laserski zrak promašio cilj, a kamera detektovala, tj. izmerila uglove cilja. Relaciju (23) treba koristiti ako je $|t_L - k\Delta t|$ dovoljno malo. U suprotnom, tj. ako daljina cilja nije duže vremena izmerena, treba prestati s računanjem y_d (23) i smatrati da položaj cilja nije izmeren.

Potrebno je još odrediti varijansu greške $y_d(k\Delta t)$ (23), na osnovu poznate varijanse σ_d^2 laserom merene daljine $y_d(t_L)$ (σ_d^2 se izračunava korišćenjem podataka o laseru ili se određuje eksperimentalno). Ako je $|t_L - k\Delta t|$ dovoljno malo, približno važi:

$$d(k\Delta t) = d(t_L) - (t_L - k\Delta t)\dot{d}(k\Delta t)$$

Iz prethodnih jednačina sledi:

$$E\{[d(k\Delta t) - y_d(k\Delta t)]^2\} = \sigma_d^2 + 2(t_L - k\Delta t) \cdot E\{[d(t_L) - y_d(t_L)][\dot{d}(k\Delta t) - \hat{d}(k\Delta t)]\} + (t_L - k\Delta t)^2 E\{[\dot{d}(k\Delta t) - \hat{d}(k\Delta t)]^2\}$$

Kada je $|t_L - k\Delta t|$ relativno malo i $|\dot{d}(k\Delta t) - \hat{d}(k\Delta t)|$ malo, ili su veličine $\hat{d}(k\Delta t)$ i $y_d(t_L)$ malo ili nimalo korelisane, tada se vrednost:

$$2(t_L - k\Delta t)E\{[d(t_L) - y_d(t_L)][\dot{d}(k\Delta t) - \hat{d}(k\Delta t)]\}$$

može zanemariti u odnosu na σ_d^2 . S obzirom da je, pri dobrom praćenju, varijansa \hat{d} mala, da je $(t_L - k\Delta t)^2$ takođe mala veličina, to je vrednost:

$$(t_L - k\Delta t)^2 E\{[\dot{d}(k\Delta t) - \hat{d}(k\Delta t)]^2\}$$

zanemarljiva u odnosu na σ_d^2 , tj.

$$E\{[d(k\Delta t) - y_d(k\Delta t)]^2\} \cong \sigma_d^2 \quad (24)$$

Odnosno, primena (23) praktično ne menja varijansu greške merenja daljine. Porastom $|t_L - k\Delta t|$, aproksimacija (24) postaje sve manje tačna. Metode praćenja ciljeva, po pravilu, nisu mnogo osetljive na greške procena varijansi merenih veličina, pa je aproksimacija (24) sasvim opravdana.

Ispitivanje validnosti merenja

U procesu praćenja privremeno ili trajno može doći do izostanka merenja sfernih koordinata cilja. Kada se od procesora slike primi signal da na slici nije detektovan cilj, smatra se da uglovne koordinate nisu izmerene, a kada nije detektovan laserski odraz, smatra se da nije izmerena daljina cilja. Može doći do lažnih merenja – kada procesor slike detalj okoline ili drugi cilj greškom detektuje kao cilj koji se prati ili kada se laserski zrak odbije od nekog objekta u okolini cilja ili od drugog cilja, koji se ne prati. Takođe može doći i do izdvojenih grubih grešaka merenja (obično vrlo kratkotrajnih) zbog nepouzdanosti pretvaračke elektronike. Merenja sa grubim greškama, kao i lažna merenja, treba registrovati i odbaciti.

Smatra se da su merenja uglova y_β , y_α validna ukoliko je ispunjeno:

$$(|y_\alpha - \hat{\alpha}| < u_g) \wedge (|y_\beta - \hat{\beta}| < u_g), \quad u_g > 0$$

gde je u_g dozvoljena apsolutna vrednost odstupanja izmerenog ugla. Ocene uglova su:

$$\hat{\alpha} = \arctg \frac{\hat{z}}{\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}}, \quad \hat{\beta} = \arctg \frac{\hat{y}}{\hat{x}}$$

Vrednost u_g se dinamički menja. U početnom trenutku je $u_g = u_{max}$, a zatim u_g eksponencijalno opada:

$$u_g(k) = \eta_m u_g(k-1), \quad 0 < \eta_m < 1$$

sve do vrednosti $u_g = u_{min}$, koju nadalje zadržava. Kada nije registrovano validno merenje uglova ni jednom na vremenskom intervalu $[(k-k_g)\Delta t, k\Delta t]$, gde je $k\Delta t$ tekući vremenski trenutak, u_g ponovo poprima maksimalnu vrednost $u_g = u_{max}$, a zatim nastavlja da eksponencijalno opada. $k_g\Delta t$ je unapred zadato vreme.

Ispitivanje validnosti izmerene daljine y_d može se obaviti se na sličan način. Smatra se da je y_d validno ukoliko je ispunjeno:

$$|y_d - \hat{d}| < \Delta d_g, \quad \Delta d_g > 0$$

Ocena daljine je:

$$\hat{d} = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \hat{z}^2}$$

U početnom trenutku, kao i u slučaju da nije izmerena validna daljina ni jednom na vremenskom intervalu:

$$[(k-k_g)\Delta t, k\Delta t]$$

Δd_g uzima maksimalnu vrednost: $\Delta d_g = \Delta d_{max}$, a zatim eksponencijalno opada:

$$\Delta d_g(k) = \eta_m \Delta d_g(k-1), \quad 0 < \eta_m < 1$$

sve do vrednosti $\Delta d_g = \Delta d_{min}$.

Uticaj kvaliteta merenja na tačnost praćenja i zahtevi za merenje

Merenja položaja cilja su ulazne veličine postupka ocenjivanja veličina stanja cilja, tj. praćenja u užem smislu. Stoga je jasno da statistička rasturanja ocena veličina stanja rastu s porastom statističkih rasturanja merenja uglova i daljine cilja i obrnuto – što su merenja preciznija, preciznije su i ocene, a time je i preciznije otvaranje vatre na cilj.

Lažna merenja i grube greške merenja izazivaju prelazne procese u postupku praćenja, čiji intenzitet i dužina zavise od veličine odstupanja merenih od stvarnih koordinata cilja. S obzirom da gađanje u toku ovih pojava dovodi do promašaja, treba primeniti dva mehanizma zaštite: prvo – ispitivanjem validnosti merenja odbaciti loša merenja; drugo – zabraniti otvaranje vatre u periodima kada se registruju intenzivni prelazni procesi praćenja.

Sistematske greške merenja uzrokuju sistematske greške praćenja i gađanja. Sistematske greške se otklanjaju podešavanjem senzora, njihovih analognih filtera, pojačavača i pretvarača, tako da srednje vrednosti grešaka merenih veličina budu približno jednake nuli.

Računarska simulacija pokazuje da je tačnost praćenja visoka kada su ukupne greške merenja uglova cilja u granicama $\pm 1,7$ mrad i greške merenja daljine u granicama ± 5 metara. Treba imati u vidu da se veće greške merenja uglova javljaju pri manjim daljinama cilja, kao što je već objašnjeno. Obično se zahteva da greške merenja uglova u sistemima za praćenje budu unutar $\pm 0,5$ mrad, a greške merenja daljine unutar ± 5 metara, mada ima laserskih daljinomera sa rezolucijom merenja daljine od dva metra ili čak jedan metar.

Na osnovu rečenog, mogu se prihvatiti sledeći zahtevi za merenje položaja cilja:

– verovatnoća pojavljivanja lažnih merenja i grubih grešaka merenja treba da bude ispod 1%,

- sistematske greške merenja treba da budu manje od 10% dopuštenih vrednosti grešaka merenja,
- greške merenja uglova cilja u granicama $\pm 1,7$ mrad i greške merenja daljine treba da budu u granicama ± 5 metara.

Zaključak

Na kvalitet i valjanost merenja položaja cilja mora se obratiti pažnja, jer je merenje položaja značajna komponenta postupka praćenje cilja i kao takva bitno utiče na efikasnost sistema upravljanja vatrom. Ukoliko se položaj cilja meri sa vozila, neophodno je izmerene koordinate cilja transformisati u inercijalni koordinatni sistem, kako bi se one uspešno koristile u postupku upravljanja vatrom. Dati su matematički izrazi za sračunavanje kovarijansne matrice vektora greške merenja pravouglanih koordinata cilja. Ova matrica je neophodna za realizaciju praćenja cilja korišćenjem Kalmanovog filtra. Pri određivanju koordinata cilja moraju se vremenski uskladiti podaci koje daju pojedini senzori. Predložen je postupak za usklađivanje (sinhronizaciju) daljine merene laserom. Mora se, takođe, proveriti valjanost merenih koordinata, kako bi se eliminisale grube greške i lažna merenja. Predložen je postupak provere poređenjem izme-

renih koordinata sa njihovim ocenama, pri čemu se dopuštene tolerancije dinamički menjaju. Preporučeni su i zahtevi za merenje položaja cilja koji obezbeđuju uspešno korišćenje izmerenih koordinata cilja u sistemima za upravljanje vatrom, što je provereno računarskom simulacijom praćenja i gađanja cilja u vazduhu.

Literatura

- [1] GRAOVAC, S., ŽIVKOVIĆ, V., DESPOTOVIĆ, M. i dr. *Simulacioni model sistema za upravljanje vatrom brodskih artiljerijskih oruđa*, elaborat, Institut „Mihajlo Pupin“, Beograd 1989.
- [2] ANDREJEVIĆ, B. *SATVP - tehničko uputstvo – NTVT*. "7. oktobar", Niš 1989.
- [3] DEBELJKOVIĆ, D. *Stohastički linearni sistemi automatskog upravljanja*. Naučna knjiga, Beograd 1985.
- [4] KALMAN, R.A. New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transaction on ASME - Journal of Basic Engineering*, Series 82D, March 1960, p.35-45.
- [5] SIMONOVIĆ, V. *Uvod u teoriju verovatnoće i matematičku statistiku*. Građevinska knjiga, Beograd 1986.

Rad primljen: 23.10.1998.god.